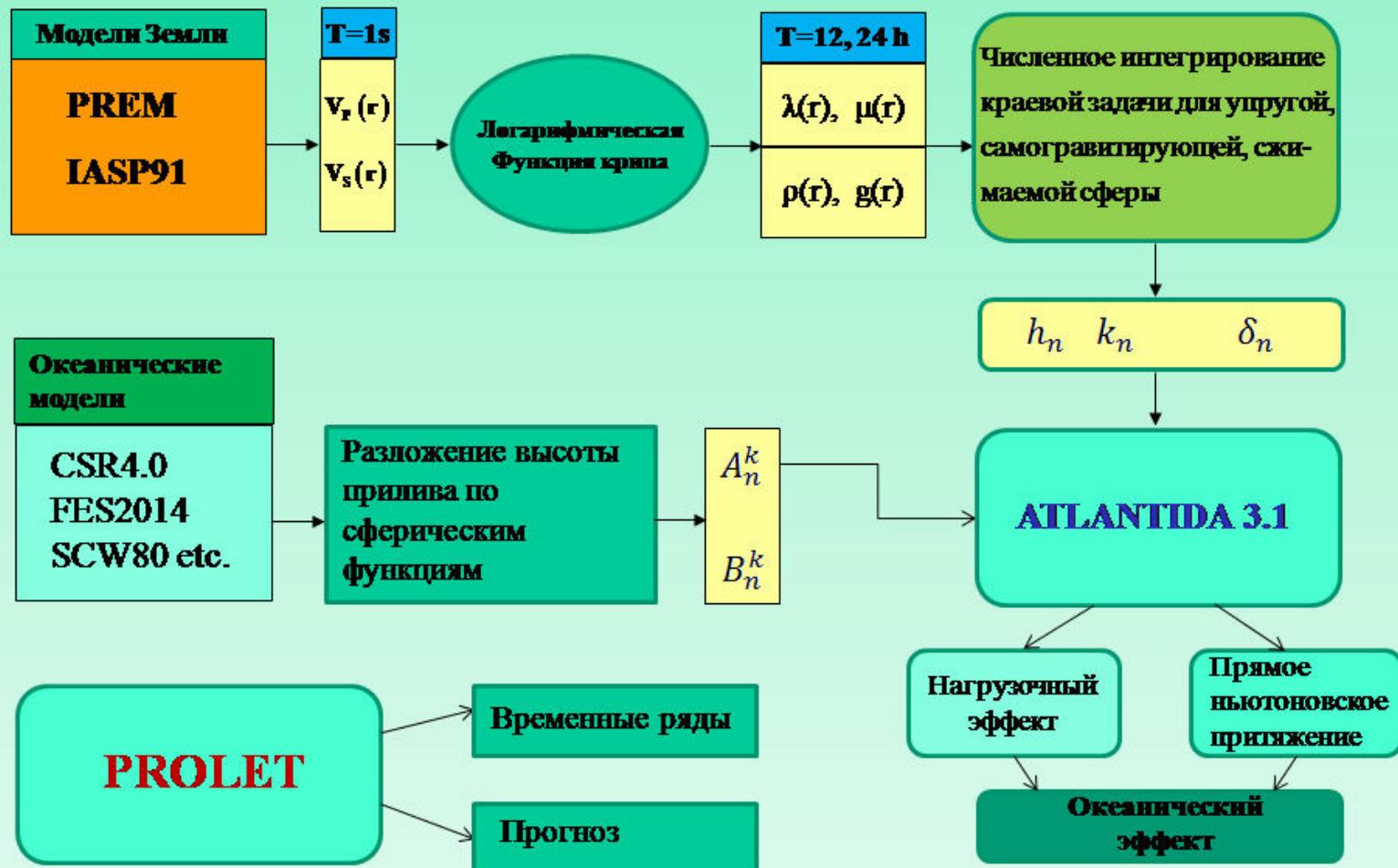


ИФЗ РАН

**Евгений Спиридовон,
Ольга Виноградова**

ОКЕАНИЧЕСКИЙ НАГРУЗОЧНЫЙ ЭФФЕКТ

Блок-схема прогноза параметров земных приливов



Уравнения

$$\rho \left[grad \left((\vec{u} \cdot grad V) + \omega + V_i \right) - \delta \cdot grad V \right] + grad (\lambda \delta) + \nabla \hat{T} = 0.$$

$$(\lambda, \mu, \rho) = (\lambda, \mu, \rho)_0 \times (1 - \varepsilon p_2). \quad V = 4\pi G \left[\frac{1}{r} I_1 + \int_{r_x}^a \rho q dq + \frac{p_2}{5} \left(\frac{1}{r^3} I_2 + r^2 I_3 \right) \right] + \frac{r^2 \Omega^2 (2 + 3p_2)}{6},$$

$$p_2 = \frac{1}{3} - \cos^2 \theta, \quad \Delta \omega = 0, \quad r \frac{\partial \omega}{\partial r} = n \omega.$$

$$u_{rr} = \frac{\partial u_r}{\partial r}; \quad u_{\theta\theta} = \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r}; \quad u_{\phi\phi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{u_\theta}{r} \operatorname{ctg} \theta + \frac{u_r}{r};$$

$$2u_{\theta\phi} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - u_\phi \operatorname{ctg} \theta \right) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_\theta}{\partial \phi}; \quad 2u_{r\theta} = \frac{\partial u_\theta}{\partial r} - \frac{u_\theta}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial u_r}{\partial \theta};$$

$$2u_{\phi r} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} + \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r}. \quad \delta = \operatorname{div} \vec{u} = u_{rr} + u_{\theta\theta} + u_{\phi\phi}.$$

$$\hat{T}_{rr} = 2\mu \cdot u_{rr}; \quad \hat{T}_{\theta\theta} = 2\mu \cdot u_{\theta\theta}; \quad \hat{T}_{\phi\phi} = 2\mu \cdot u_{\phi\phi};$$

$$\hat{T}_{\theta\phi} = \mu 2u_{\theta\phi}; \quad \hat{T}_{r\theta} = \mu 2u_{r\theta}; \quad \hat{T}_{\phi r} = \mu 2u_{\phi r}.$$

Вид решения

$$u_r = H \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right),$$

$$u_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \cdot \frac{T}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right),$$

$$u_\phi = T \cdot \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \phi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right). \quad \bar{\omega} = \frac{\omega \cdot a^{n-1}}{g_0}.$$

$$\delta = (f - \varphi) \cdot \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right), \quad \text{где } f = H' + \frac{2}{r} \cdot H - \frac{n(n+1)}{r^2} \cdot T, \text{ а } \varphi = \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial T}{\partial \theta} \right).$$

$$-\frac{\partial T'}{\partial \theta} + \cdot \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial H}{\partial \theta} = 0.$$

$$P = P_0 + (\lambda \delta + \hat{T}_{rr}) + \hat{T}_{r\theta} + \hat{T}_{r\varphi} = P_0 + (2\mu H' + \lambda(f - \varphi)) \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \\ + \left(\mu T' - \frac{2\mu T}{r} + \mu H \right) \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \left(\mu T' - \frac{2\mu T}{r} + \mu H \right) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right)$$

Уравнение Пуассона

$$\Delta V_i = 4\pi G \cdot \operatorname{div}(\rho u).$$

$$\Delta V_i = \Delta \left(R \frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) = \left(R'' + \frac{2}{r} R' - \frac{n(n+1)}{r^2} R + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial^2 R}{\partial \theta^2} + \operatorname{ctg} \theta \frac{\partial R}{\partial \theta} \right) \right) \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right) + \frac{2}{r^2} \frac{\partial R}{\partial \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\bar{\omega}}{r^n} \right),$$

$$\operatorname{div}(\rho u) = \rho' u_r + \frac{1}{r} \frac{\partial \rho}{\partial \theta} u_\theta + \rho \delta.$$

$$V_i + \omega = R \frac{\bar{\omega}}{r^n};$$

Итоговые уравнения

$$-(\lambda_0 f + 2\mu_0 H' - \lambda_0 \varphi)' = -(\lambda_0(f - \varphi) + 2\mu_0 H')\varepsilon' p_2 + \rho_0(HV' + R)' - \rho_0 V' f + \\ + \frac{4\mu_0}{r} \left(H' - \frac{H}{r} \right) - \frac{n \cdot (n+1)}{r^2} \mu_0 \cdot (T' + H - \frac{4T}{r}) + \left(\rho_0 V' + \frac{2\mu_0}{r} \right) \cdot \varphi;$$

$$-\left[\mu_0 \cdot \left(T' + H - \frac{2}{r} \cdot T \right) \right]' = -\left[\mu_0 \cdot \left(T' + H - \frac{2}{r} \cdot T \right) \right] \varepsilon' p_2 + \rho_0 \cdot (R + V' H) + \lambda_0 f \\ + \frac{2\mu_0}{r} \left(2H + T' - \frac{n^2 + n + 1}{r} T \right) - (2\mu_0 + \lambda_0) \varphi + 6\varepsilon p_2 \frac{\mu_0 T}{r^2},$$

$$R'' + \frac{2}{r} (1 - r\varepsilon' p_2) R' - \left(\frac{n(n+1)}{r^2} + \frac{2}{r} \varepsilon' p_2 \right) R = 4\pi G \left(\rho_0(f - \varphi) + \rho'_0 H - \right. \\ \left. - \rho_0 \varepsilon' p_2 H - 3\varepsilon \rho_0 p_2 \frac{T}{r^2} \right).$$

Переменные

$$N = (\lambda_0 + 2\mu_0)H' + \frac{2\lambda_0}{r}H - \lambda_0 \left(\varphi + \frac{n(n+1)}{r^2}T \right),$$

$$M = r^2\mu_0 \left(T' + H - \frac{2}{r}T \right),$$

$$L = r^2(R' - 4\pi G\rho_0 H).$$

Система уравнений 6 порядка

$$\overline{H}' = \frac{1}{r} \left(n - 2 \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \right) \overline{H} + \frac{1}{2n+1} (n(n+1) - \psi) \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \frac{1}{r^2} \overline{T} + \frac{n}{\lambda + 2\mu} \overline{N};$$

$$\overline{T}' = -(2n+1) \overline{H} + \frac{1}{r} (n+2) \overline{T} + \frac{n}{r^2 \mu} \overline{M};$$

$$\overline{R}' = 4\pi G \rho (2n+1) \overline{H} + \frac{n}{r} \overline{R} + \frac{1}{r^2} (n+1) \overline{L};$$

$$\overline{L}' = +4\pi G \rho \varepsilon' p_2 r^2 \frac{2n+1}{n+1} \overline{H} + \left(\frac{\psi - 3\varepsilon p_2}{n+1} - n \right) 4\pi G \rho \overline{T} + \left(n + \frac{2\varepsilon' r p_2}{n+1} \right) \overline{R} + \left(\frac{n}{r} + 2\varepsilon' p_2 \right) \overline{L};$$

$$\begin{aligned} \overline{M}' = & - \left[2r\mu \frac{2\mu + 3\lambda}{\lambda + 2\mu} + \rho r^2 V' \right] \frac{2n+1}{n} \overline{H} + \left[n(n+1) \frac{2\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} + 2\mu(n^2 + n - 1) - \right. \\ & \left. - \frac{4\mu(\lambda + \mu)}{\lambda + 2\mu} \psi - 6\varepsilon p_2 \mu \right] \frac{1}{n} \overline{T} - \frac{\rho r^2}{n} \overline{R} + \left(\frac{n}{r} + \varepsilon' p_2 \right) \overline{M} - r^2 \frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} (2n+1) \overline{N}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{N}' = & \left[\frac{4\mu}{r^2} + \frac{4}{r} \rho V' + \frac{8}{r^2} \frac{\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} + 2\mu\psi - 2\rho\Omega^2 \right] \frac{1}{n} \overline{H} - \\ & - \left(\rho V' + \frac{2}{r} \mu + \frac{4}{r} \frac{\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} \right) \left[(n+1) - \psi/n \right] \frac{1}{r^2} \frac{1}{2n+1} \overline{T} - \\ & - \frac{\rho}{r^2} \frac{n+1}{n(2n+1)} \overline{L} + \frac{1}{r^4} \frac{n(n+1)}{2n+1} \overline{M} + \frac{1}{r} \left(n - 4 \frac{\mu}{\lambda + 2\mu} + r\varepsilon' p_2 \right) \overline{N}, \end{aligned}$$

$$\psi = \frac{\rho}{2\mu} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + ctg\theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right).$$

Границные условия

На поверхности сферы

$$N = 0 \quad \bar{N}_0 = -\frac{1}{3n} \left(\bar{g}_0^m \right)^2 \bar{r}_m^{n+1}$$

$$M = 0$$

$$L = (2n+1)a^2 g_0 - \frac{n+1}{a} R$$

На границе ядро-мантия

$$N + \rho_i (R + V' H) = 0$$

$$M = 0$$

$$L - r(n + r\nu)R + 4\pi G \rho_i r^2 H = 0$$

$$\nu' + \nu^2 + \frac{2(n+1)}{r} \nu + 4\pi G \frac{\rho'}{V'} = 0$$

Числа Лява

$$k' = R_0 - 1 \quad h' = H_0 \quad l' = T_0$$

Поправки относительные и кориолисовы
ускорения для полусуточных волн

k+0.00019

h+0.00054

[Молоденский С.М., 1984]

Вычисление океанического эффекта

$$\Delta g_{LOAD} = 8\pi G \rho_0 \sum_n \frac{h'_n - \frac{n+1}{2} k'_n}{2n+1} \sum_m H_n^m.$$

$$\Delta g_{ATTR} = 2\pi G \rho_0 \sum_n \frac{1}{2n+1} Y_n.$$

$$u_r = \frac{4\pi \rho_0 a^3}{M} \sum_n \frac{h'_{-k}}{2n+1} \sum_m H_n^m$$

Разложение котидальных карт по сферическим функциям

$$H_{cs,ss} = (\bar{A}_{nk} \cos k\lambda + \bar{B}_{nk} \sin k\lambda) \cdot \bar{P}_k^n, \quad \frac{2n+1}{4\pi} \quad \frac{2n+1}{2\pi} \frac{(n-k)!}{(n+k)!}$$

$$\bar{A}_{nk} = \int f(\theta', \phi') \bar{P}_n^k(\theta') \cos k\phi d\sigma' \quad \bar{A}_{n0} = \int f(\theta', \phi') \bar{P}_n(\theta') d\sigma' \quad \bar{B}_{nk} = \int f(\theta', \phi') \bar{P}_n^k(\theta') \sin k\phi d\sigma'$$

$$\int \bar{P}_n^1 dt = \frac{2n+1}{(n+1)^2} \left(\frac{(n-2)^2}{2n-3} \cdot \int \bar{P}_{n-2}^1 dt - \bar{P}_{n-1}^1 \cdot \sin^2 \theta \right); \quad \text{для } n \geq 2; k = 1;$$

$$\int \bar{P}_n^2 dt = \frac{1}{(n+2) \cdot (n-1)} \left[\bar{P}_n^1 \cdot \sin \theta + \frac{4}{n \cdot (n+1)^2} \left(n \cdot t \cdot \bar{P}_n + \frac{2n+1}{2n-1} \cdot \bar{P}_{n-1} \right) \right]; \quad n \geq 2; k = 2$$

$$\int \bar{P}_n^n dt = \frac{1}{(n+1)} \cdot \left(\bar{P}_n^n \cdot t + \frac{2n+1}{2 \cdot (2n-2) \cdot (2n-3)} \cdot \int \bar{P}_{n-2}^{n-2} dt \right); \quad n \geq 3; k = n;$$

$$\int \bar{P}_n^{n-1} dt = - \frac{2n}{n+1} \cdot \sin \theta \cdot \bar{P}_n^n; \quad n \geq 4; k = n-1$$

$$\begin{aligned} \int \bar{P}_n^k dt &= \frac{1}{(n+k) \cdot (n+k-1)} \times \\ &\times \left[\frac{2n+1}{2n-3} \cdot \left((n-k) \cdot (n-k-1) \int \bar{P}_{n-2}^k dt + \int \bar{P}_{n-2}^{k-2} dt \right) - \int \bar{P}_n^{k-2} dt \right]; \quad 2 \leq k \leq n-2; n \geq 5 \end{aligned}$$

Прогнозные амплитудные дельта-факторы и сдвиги фаз

$$\delta_p = \sqrt{(A \cdot \delta_E + A_{oc} \cdot \cos\varphi_{oc})^2 + (A_{oc} \cdot \sin\varphi_{oc})^2} / A$$

$$\Delta\varphi_p = \tan^{-1}(A_{oc} \cdot \sin\varphi_{oc} / (A \cdot \delta_E + A_{oc} \cdot \cos\varphi_{oc})) \cdot 180/\pi$$

Программа прогноза параметров земных приливов ATLANTIDA3.1_2014

ATLANTIDA 3.1_2014

OCEAN_LOAD ROWS LAT_DEP

YES NO YES NO YES NO

GRAVITY POTENTIAL DEFORMATION TILT

EARTH MODEL

PREM IASP91

DISSIPATION

YES NO

MASCOR

YES NO

OCEAN MODELS

CSR3 FES952 SCW80 CSR4.0 FES99 NAO99b FES2012 GOT00 TPX 0.5

PHASE

LOCAL GREENWICH

CALCULATED BY:

POINT NAME: LISBON LATITUDE: 38.710 [-90;90] LONGITUDE: -9.19 [-180;180] ALT: 0

GRID LAT: FROM 0.0 TO 0.0 STEP 0.0 LONG: FROM 0.0 TO 0.0 STEP 0.0

ROWS

INITIAL DATE: 05 05 2005 STEP(minutes): 5 N DAYS: 365

FREQUENCY (cycl/day) FROM: 0 0.00014-3.94 TO: 5

LOAD07

HELP

WAVES

OK

CANCEL

CLEAR

SAVE

WAVES

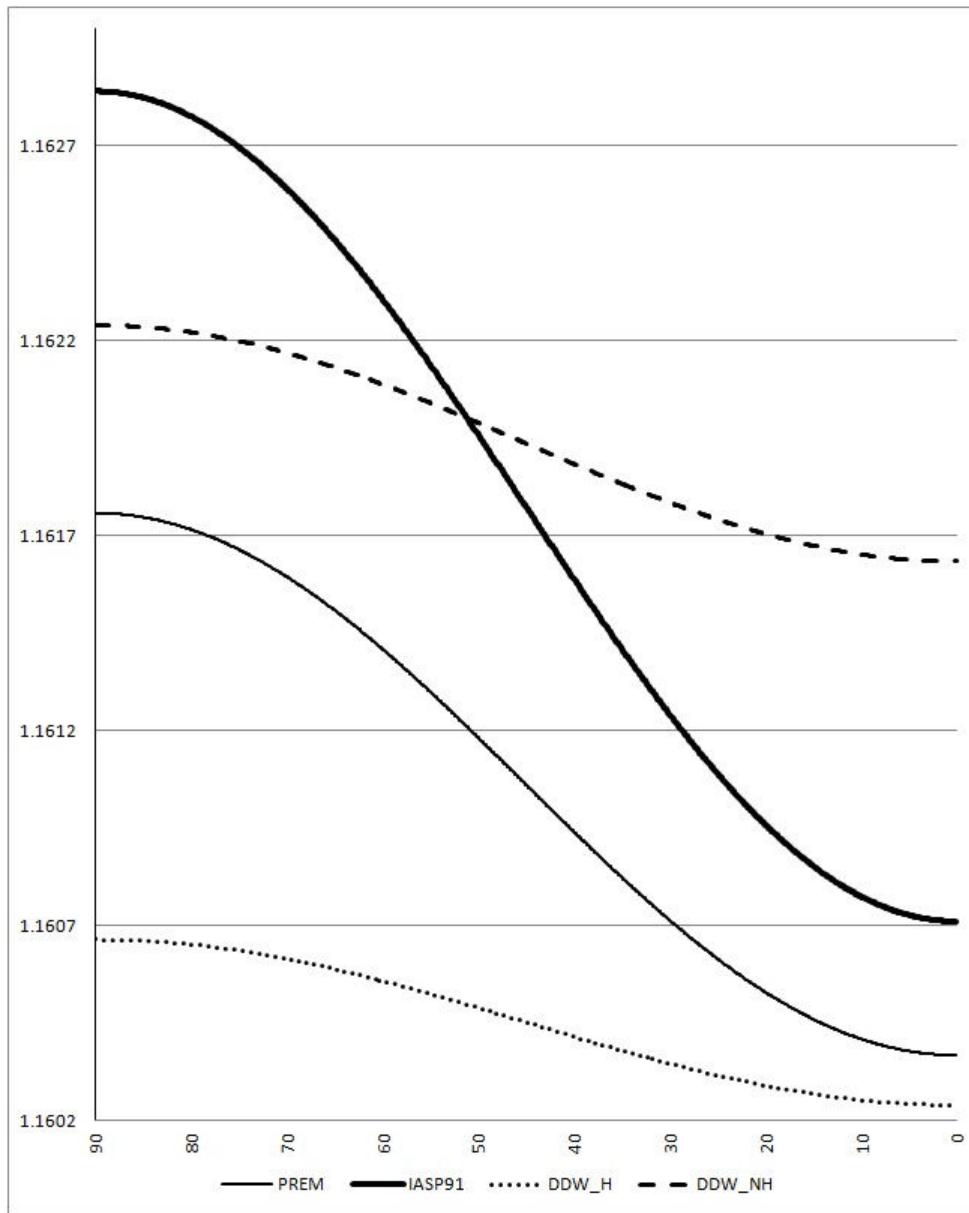
M2
 O1
 K1
 P1
 Q1
 K2
 N2
 S2
 J1
 MF
 2N2
 F11
 P11
 SIG1
 T2
 L2
 S1
 R2
 M1
 OO1

© Evgeny Spiridonov, Ernst Boyarskiy, Olga Vinogradova, Larisa Afanasyeva

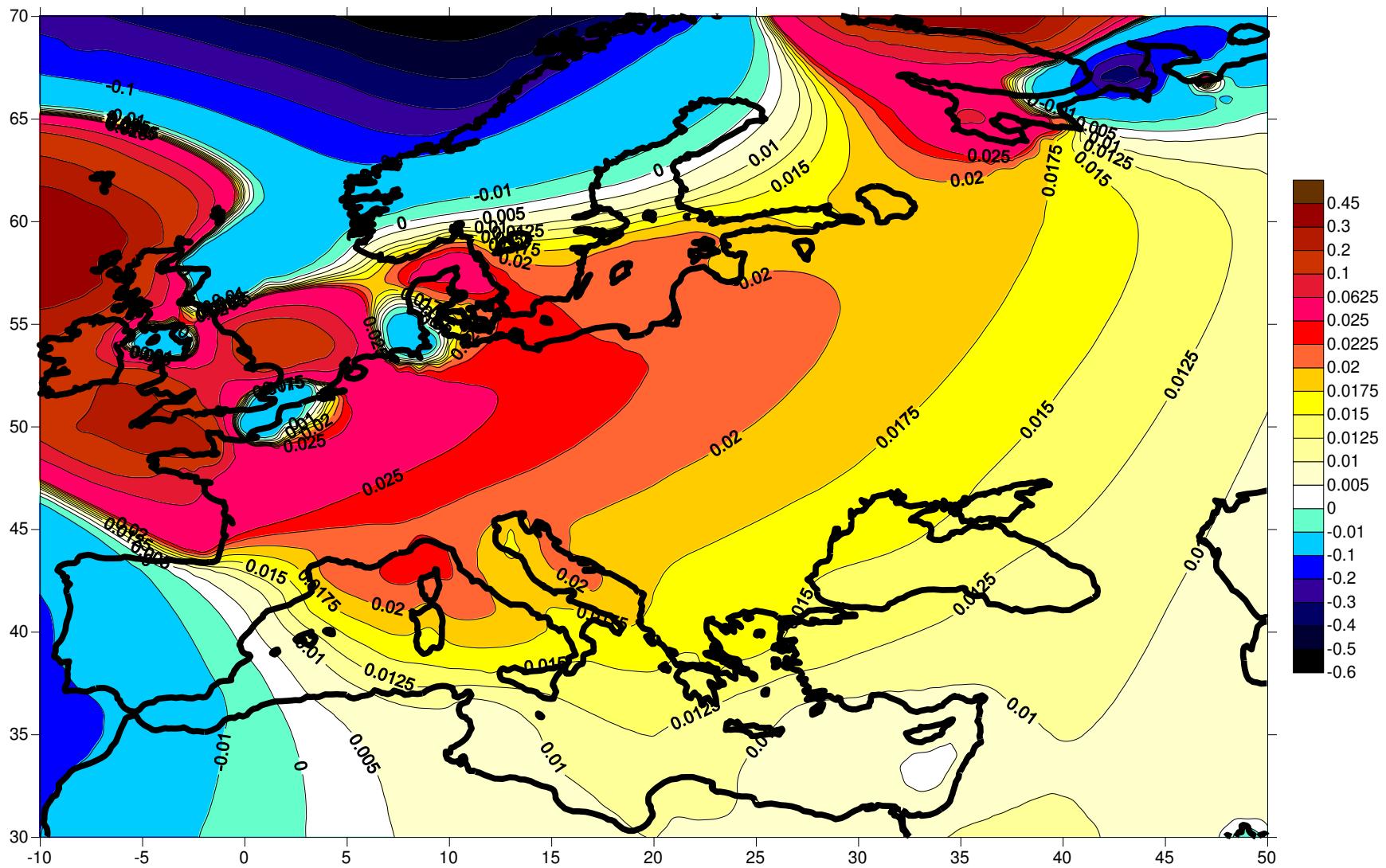
Сравнение средних значений амплитудных дельта-факторов для упругой Земли без океана [Spiridonov E.A., 2014] с результатами моделей DDW [Dehant V. et al., 1999].

Волна	IASP91	PREM	DDW/NH	DDW/H	DDW_MEAN	IASP-DDW/NH	PREM-DDW-MEAN
M2	1.16173	1.16091	1.16172	1.16030	1.16101	1.0E-05	-1.0E-04
OO1	1.15629	1.15543	1.15627	1.15478	1.15553	2.0E-05	-9.5E-05
FII	1.17030	1.16892	1.17029	1.16775	1.16902	1.0E-05	-1.0E-04
PSI1	1.26975	1.25341	1.26977	1.23735	1.25356	-2.0E-05	-1.5E-04
K1	1.1349	1.13376	1.13489	1.13283	1.13386	1.0E-05	-1.0E-04
P1	1.14916	1.14836	1.14915	1.14777	1.14846	1.0E-05	-1.0E-04
O1	1.15425	1.15342	1.15424	1.15279	1.15352	1.0E-05	-9.5E-05
RO1	1.15427	1.15343	1.15426	1.15281	1.15354	1.0E-05	-1.1E-04
Q1	1.15426	1.15357	1.15425	1.15280	1.15353	1.0E-05	4.5E-05
M3	1.07359	1.07327	1.07338	1.07235	1.07287	2.1E-04	4.0E-04
M4	1.03952	1.03937	1.039	1.038	1.0385	5.2E-04	8.7E-04

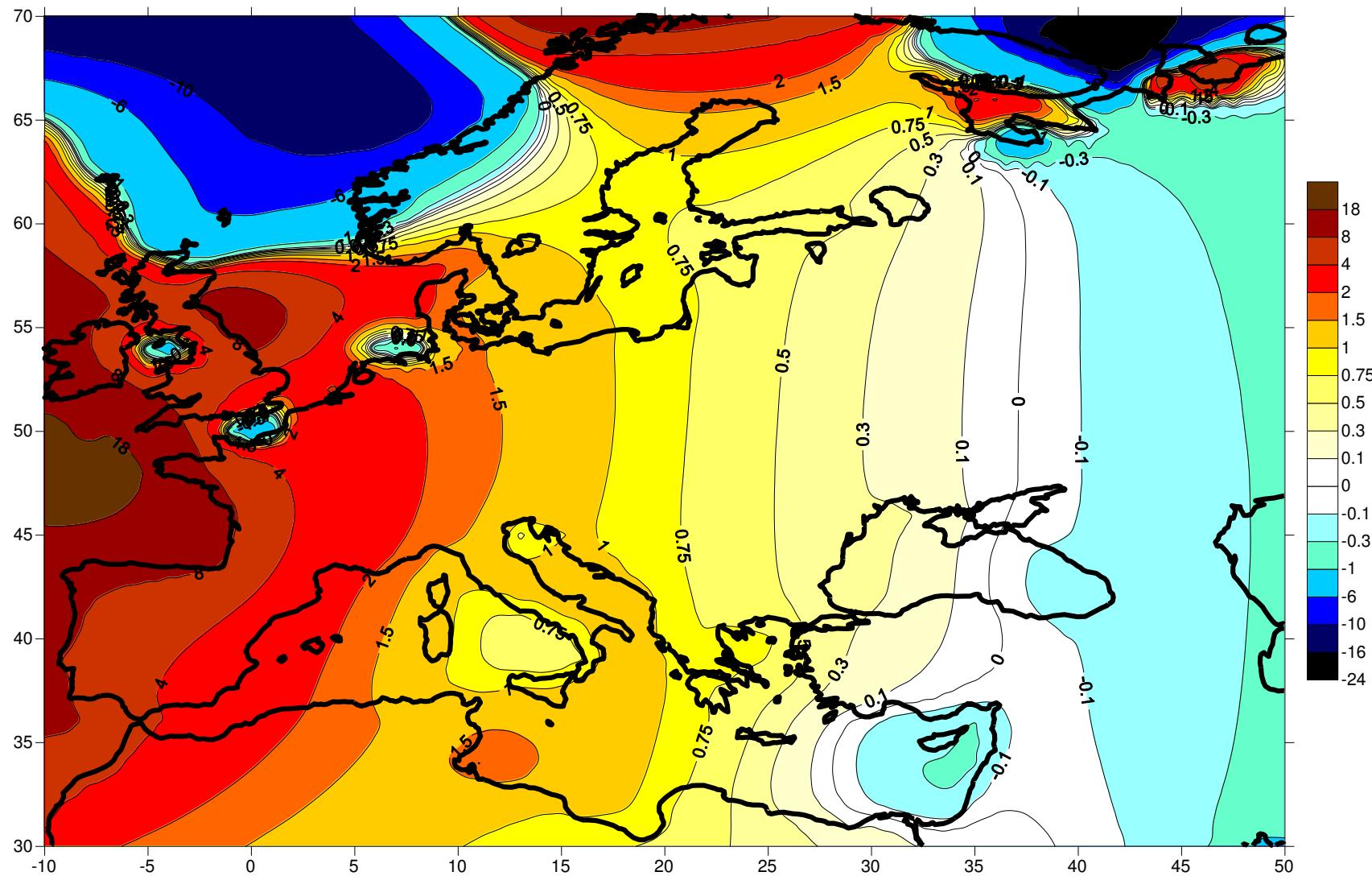
Зависимость амплитудного дельта-фактора волны $M2$ от широты



Разность прогнозного амплитудного фактора волны M2 для упругой Земли с океаном (IASP91, FES2012) и его среднего значения для упругой Земли без океана (1.16173)



Сдвиг фазы (градусы) волны M2 для упругой Земли с океаном (IASP91, FES2012)



Сравнение прогноза с данными наблюдений сети GGP

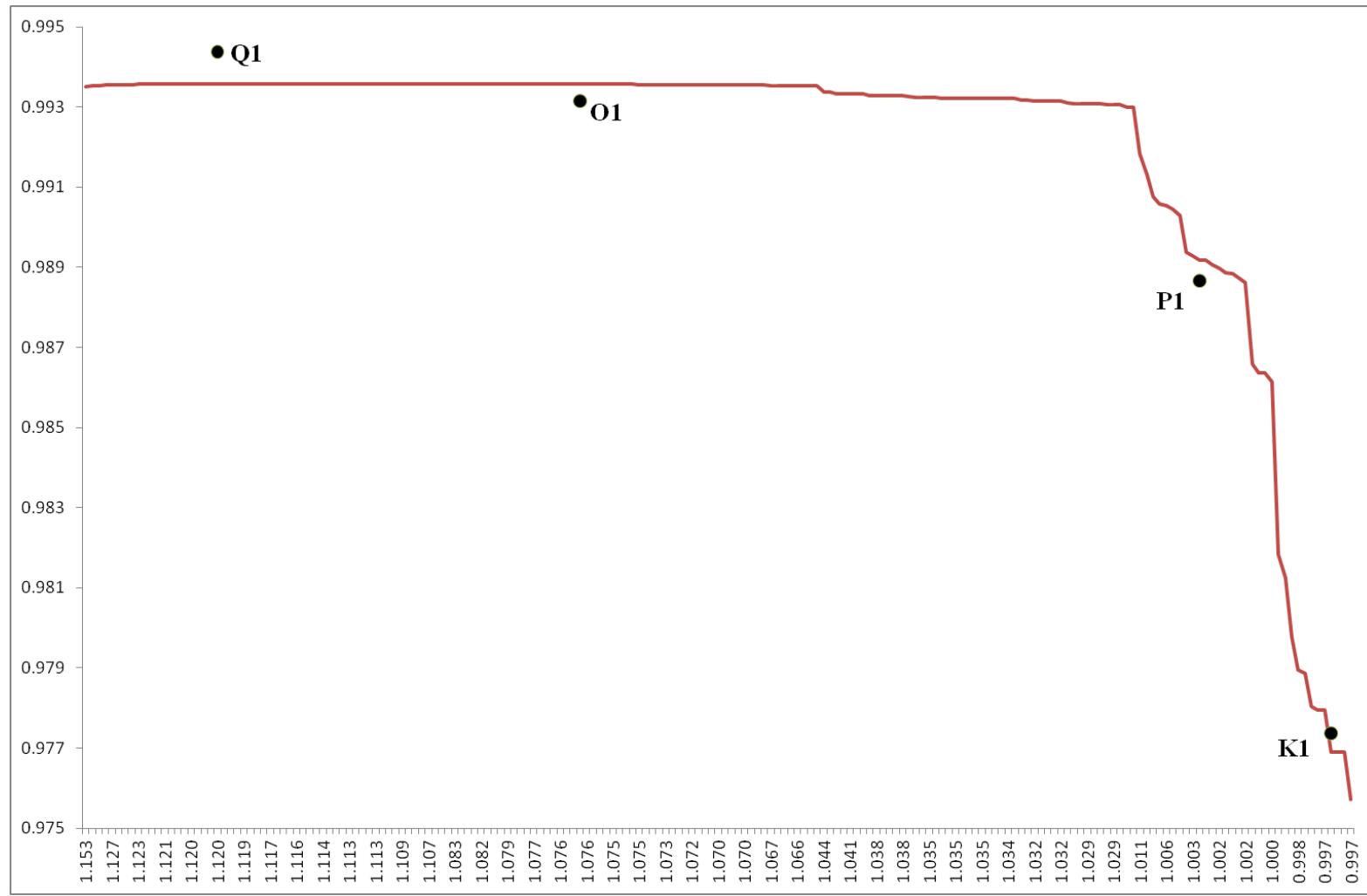
Прогноз ATLANTIDA3.1_2014 ближе к наблюдениям чем PREDICT из ETERNA3.3 за счет:

- Применения наиболее современной океанической приливной модели FES2012 и модели строения Земли IASP91;
- Уточнения методики расчета чисел Лява для упругой Земли без океана;
- Учета при расчете океанического гравиметрического эффекта диссипации и применения разложения высоты прилива по сферическим функциям

Амплитуды разностных векторов (нГал). Прогноз ATLANTIDA3.1_2014 (IASP91, FES2012) минус наблюдения.

	Q1	O1	P1	K1	N2	M2	S2	K2
BAD HOMBURG	9.8	8.5	13.1	55.1	7.2	14.0	67.8	5.1
PECNY	6.1	13.6	3.5	56.9	5.8	13.1	66.9	7.3
SCHILTACH	10.9	27.2	14.2	43.9	21.6	12.0	82.8	11.1
VIENNE	5.8	20.7	12.3	52.7	3.3	8.2	68.3	2.2
WETZELL	4.7	21.9	4.3	45.0	5.1	15.3	70.8	4.5
MEAN	7.4	18.4	9.5	50.7	8.6	12.5	71.3	6.0
SIGMA	2.7	7.4	5.1	5.9	7.4	2.7	6.6	3.4

Зависимость отношений значений дельта-факторов на заданной частоте (ось ординат) от периода в суточном диапазоне (ось абсцисс). Красная кривая соответствует модели *DDW/NH*, черные точки - средние (по 9 станциям) наблюденные отношения



Погрешности определения вертикального смещения (мм), установленные по данным гравиметрических наблюдений.

	Q1	O1	P1	K1	N2	M2	S2	K2
BAD HOMBURG	0.039	0.034	0.052	0.220	0.029	0.056	0.271	0.020
PECNY	0.027	0.061	0.016	0.253	0.026	0.058	0.298	0.033
SCHILTACH	0.046	0.115	0.060	0.185	0.091	0.051	0.350	0.047
VIENNE	0.027	0.095	0.056	0.242	0.015	0.038	0.313	0.010
WETZELL	0.020	0.095	0.019	0.195	0.022	0.066	0.306	0.019
MEAN	0.032	0.080	0.041	0.219	0.037	0.054	0.308	0.026
SIGMA	0.010	0.032	0.022	0.029	0.031	0.011	0.028	0.014

**Океанический нагрузочный эффект в Пулково.
Амплитуды и фазы вертикального смещения (мм).
Волна M2.**

	AMPL	PHASE
FES2012_ATL	2.02	295.20
NAO99b_ATL	1.76	290.69
CSR40_ATL	1.83	298.97
NAO99b_Sch	1.84	292.10
FES2004_Sch	1.83	293.30
CSR40_Sch	1.93	297.30
TPXO.6.2_Sch	1.96	292.50
MEAN	1.88	294.29
SIGMA	0.09	2.99

Отношение амплитуд разностных векторов нагрузочного вертикального смещения к средней амплитуде (%). Волна M2. Пулково.

	FES2012_ATL	NAO99b_ATL	CSR40_ATL	NAO99b_Sch	FES2004_Sch	CSR40_Sch
FES2012_ATL	-					
NAO99b_ATL	15.9	-				
CSR40_ATL	12.3	14.2	-			
NAO99b_Sch	11.2	4.8	11.7	-		
FES2004_Sch	10.8	5.7	9.6	2.1	-	
CSR40_Sch	6.2	14.4	6.2	10.3	8.8	-
TPXO.6.2_Sch	6.0	11.0	13.3	6.4	7.1	8.8