Оценки сжатия Плутона и Харона

К. В. Холшевников, М. А. Боруха, Б. Б. Эскин

СПбГУ, ИПА РАН

Пулково, 2 октября 2018

Новые горизонты

С борта космического аппарата НАСА *Новые горизонты* получено много ценной информации о физических характеристиках системы Плутона. В частности, уточнены размеры главных тел. Однако несферичности фигур и гравитационного поля измерить не удалось: погрешности измерений их превосходили.

Мы получили двусторнние теоретические оценки сжатия, а также второй и четвертой зональной гармоники Плутона и Харона. Для успешного определения этих параметров приборы должны иметь соответствующую точность.

Постановка задачи

1. Плутон и Харон изолированы;
2. вращаются твердотельно с одинаковой угловой скоростью ω вокруг оси z;
3. находятся в гидростатическом равновесии;
4. скорость вращения мала, так что справедлива теория Ляпунова.

В дальнейшем мы учтем приливное взаимодействие и влияние внешних тел (прежде всего Солнца). Изменятся слегка количественные выводы, но не качественные.

Числовые значения (в системе СИ)

	Плутон	Харон
$10^{-6}a$	$1.1883(1 \pm 0.00135)$	$0.6060(1 \pm 0.00165)$
$10^{-11}\mathcal{G}m$	$8.696(1 \pm 0.00207)$	$1.059(1 \pm 0.00944)$
$10^{5}\omega$	1.1385592	
$10^{4}q$	$2.5013(1 \pm 0.00262)$	$2.7247(1 \pm 0.00616)$

q — параметр Клеро:

$$q = \frac{\omega^2 \bar{a}^3}{\mathcal{G}m} = \frac{3\omega^2}{4\pi\mathcal{G}\bar{\varrho}}\,.$$

Ряд Лапласа тела с симметрями осевой и север–юг

$$V = \frac{\mathcal{G}m}{r} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n I_{2n} \left(\frac{a}{r}\right)^{2n} P_{2n}(\cos\theta).$$

Уровенный эллипсоид

$$I_{2n} = \frac{3 + 2An}{(2n+1)(2n+3)} \varepsilon^{2n};$$

$$A(q, \varepsilon) = 1 - \frac{5q}{2\varepsilon^2 B(\varepsilon)};$$

$$B(\varepsilon) = \frac{15}{4\varepsilon^5} \left[(3 - 2\varepsilon^2)\sqrt{1 - \varepsilon^2} \arcsin \varepsilon - 3\varepsilon(1 - \varepsilon^2) \right] =$$

$$= \frac{15}{2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(2-k)(2k)!!}{(2k+5)!!} \varepsilon^{2k} = 1 + \frac{1}{7}\varepsilon^2 - \frac{8}{231}\varepsilon^6 - \ldots .$$

Случай $A = 0$, эллипсоид Маклорена (однородный)

$$q = \frac{4}{5}\alpha\left(1 - \frac{3}{14}\alpha + \ldots\right),$$

$$\alpha = \frac{5}{4}q\left(1 + \frac{15}{56}q + \ldots\right),$$

$$I_2 = \frac{1}{2}q\left(1 - \frac{5}{14}q + \ldots\right), \qquad I_4 = \frac{15}{28}q^2 + \ldots.$$

Эллипсоид, $-3 \leqslant 2A < 0$, (неоднородный)

При фиксированном q величины α, q уменьшаются с ростом неоднородности тела.

Фигура Гюйгенса–Роша

	$10^4\alpha$	α/q
Плутон	$1.251(1 \pm 0.00262)$	0.5001
Харон	$1.363(1 \pm 0.00616)$	0.5001

$I_n = 0$ у любой фигуры Гюйгенса–Роша.

Фигура Ляпунова

Допустима любая фигура с известной плотностью, убывающей от центра к периферии. Здесь принято

$$\varrho = \varrho_0 \left(1 - \beta v^2\right).$$

	$10^{-3}\bar{\varrho}$	$10^{-3}\varrho_1$	β	$10^4\alpha$	α/q	$10^4 I_2$	I_2/q
Плутон	1.854	0.94	0.71	1.90	0.76	0.64	0.26
Харон	1.703	0.94	0.67	2.16	0.79	0.74	0.27

Выводы

	$10^4 q$	$10^4 \alpha^-$	$10^4 \alpha^+$	$10^4 I_2^+$	$10^8 I_4^+$
Плутон	2.5013	1.251	3.127	1.251	3.352
Харон	2.7247	1.363	3.406	1.362	3.977

Равные нулю величины I_2^-, I_4^- мы не приводим.
Полученные оценки показывают, какой точностью должны обладать приборы, чтобы измерить хотя бы с 10-процентной точностью величины α, I_2. Измерить I_4 нереально в обозримом будущем.

Сечения трех фигур

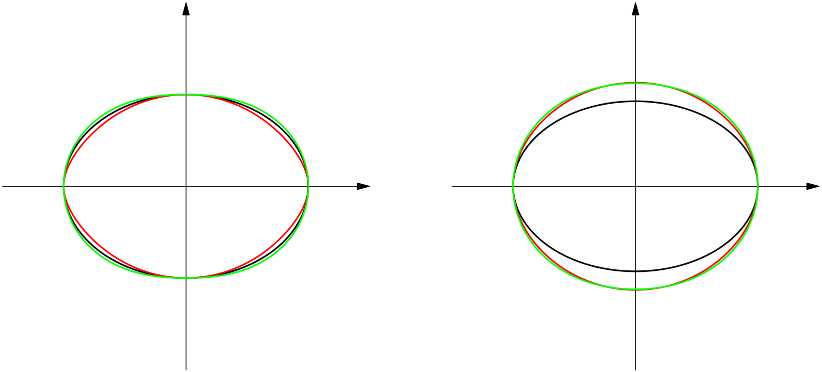
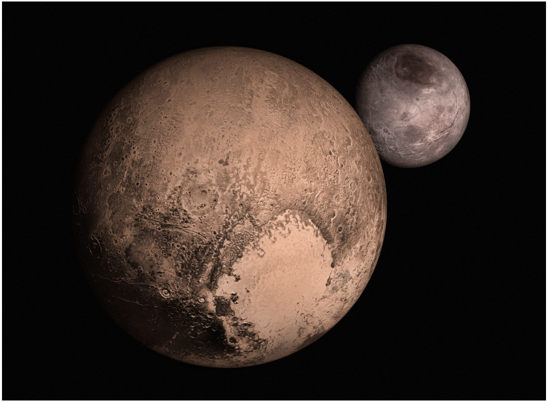


Рис.: Меридиональные сечения эллипса (черная линия), фигуры Гюйгенса – Роша (красная) и Ляпунова (зеленая); слева — с общими a, c, α при $\alpha = 0.25$; справа — с общими a, q при $q = 0.22$.



Спасибо!