

## АСТРОНОМИЯ

УДК 521.937, 52-17

**ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СИНГУЛЯРНОГО  
СПЕКТРАЛЬНОГО АНАЛИЗА  
ПРИ ИССЛЕДОВАНИИ ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСА***В. В. Витязев<sup>1</sup>, Н. О. Миллер<sup>2</sup>, Е. Я. Прудникова<sup>3</sup>*

1. С.-Петербургский государственный университет,  
д-р физ.-мат. наук, профессор, vityazev@list.ru

2. Главная астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург,  
науч. сотр., natm@gaos.spb.ru

3. Главная астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург,  
канд. физ.-мат. наук, ст. науч. сотр., elena\_prudnik@mail.ru

**Введение.** При исследовании различных процессов, связанных с вращением Земли, все чаще возникает потребность не просто выполнить тот или иной статистический анализ временного ряда, но и ответить на ряд вопросов относительно его устройства. Современные требования к точности астрометрических наблюдений приводят к необходимости поиска и разработки новых методов анализа получаемых данных, которые дадут возможность выявить более тонкие структуры исследуемых процессов, позволяющие наиболее полно описать наблюдаемые вариации параметров, установить взаимосвязи с другими явлениями и объяснить, в конечном итоге, их природу. Это приводит к необходимости снова и снова возвращаться к изучению структуры составляющих движения полюса такими методами анализа, которые не только позволили бы выявить все значимые компоненты ряда, но и имели бы хорошее разрешение как по частоте, так и по времени, т. е. позволили бы исследовать компоненту со сложной структурой (переменная амплитуда, частота, смена фазы) и проследить динамику поведения чандлеровского движения полюса (ЧДП) во времени. С конца прошлого столетия широкое распространение получили методы исследования нестационарных пространственно-временных рядов на основе естественных (эмпирических) ортогональных функций (ЕОФ). Базисные функции в этих методах строятся на самих исходных данных, в отличие от преобразований Фурье или вейвлет, часто используемых в астрономии. К классу этих методов относится метод сингулярного спектрального анализа (ССА) [1]. В данной работе некоторые возможности ССА демонстрируются на следующих примерах.

1. Из рядов координат полюса  $X_p, Y_p$  (многомерным ССА) [2] и изменений широты Пулково (одномерным ССА) [3] были выделены чандлеровская и годовая компоненты, а также тренд. Многомерная реализация метода позволяет исследовать одновременно несколько рядов, выявляя общие гармоника, причем главные компоненты у этих рядов общие, а собственные векторы разные. В результате процедуры восстановления получают гармоника, сохраняющие индивидуальные особенности, но характеризующие одну и ту же составляющую процесса.
2. Анализ и выделение главных компонент возможен в случае пропуска наблюдений. Ряд наблюдений на ЗТФ-135 имеет пропуск с 1941 по 1948 г. в связи с ведением боевых действий во время Великой Отечественной войны и восстановлением разрушенной обсерватории. Это не помешало выделить чандлеровскую и годовую компоненты для того, чтобы этот ряд сопоставить с международным рядом наблюдений.
3. Детальное исследование структуры ряда и его составляющих. Таким способом можно выявить степень сходства или различия двух анализируемых рядов одинаковой природы. Например, можно сопоставлять теоретические расчеты с наблюдательными рядами, т. е. многомерную модификацию ряда в некоторых случаях можно использовать вместо метода наименьших квадратов, например, для сопоставления наблюдательного материала с теоретическими моделями. После сравнения рядов изменений широты Пулково, вычисленных из международных данных (IERS C01) и наблюдений на ЗТФ-135 был сделан вывод о том, что поведение чандлеровской и годовой компонент можно изучать на материалах одной обсерватории [3].
4. Несмотря на то, что уровень шума для объединенного ряда широты и рядов координат полюса на разных участках ряда различен, удалось выделить главные компоненты и исследовать изменения амплитуды и фазы во времени чандлеровского движения полюса [2, 3].
5. На примере ранних пулковских наблюдений (1840–1855), характерной особенностью которых являются неравномерность распределения, неоднородность и небольшое их число, с помощью ССА были выделены главные гармоника колебания, в данном случае соответствующие годовому и чандлеровскому колебанию [3]. Также был выполнен анализ объединенного ряда широты Пулково, который состоял из наблюдений на разных инструментах на протяжении 170 лет [4].

**Используемые методы.** Рассмотрим подробнее упомянутые методы.

- Сингулярный спектральный анализ (ССА). В основе метода ССА лежат преобразование временного ряда в матрицу и ее сингулярное разложение, приводящее к разложению исходного ряда на аддитивные компоненты. При использовании этого метода производится вычисление выборочной корреляционной матрицы, собственные числа  $\lambda_i$  которой являются выборочными дисперсиями соответствующих главных компонент. Эти компоненты определяются таким образом, чтобы первая из них давала максимально возможный вклад в суммарную дисперсию. Процент вклада  $i$ -й компоненты вычисляется по формуле

$$V_i = \frac{\lambda_i}{M} \times 100\%, \quad (1)$$

где  $M$  — длина окна,  $\lambda$  —  $i$ -е собственное число.

Вклад выделяемых компонент различен и, естественно, наибольший интерес представляют те компоненты, которые в сумме дают максимальный вклад от общего колебания, хотя в случае долгопериодических компонент вклад в исходный ряд может быть не большим, но значимым по своей физической природе. В зависимости от решаемой задачи можно варьировать значения параметров метода и способов разложения. Дополнительная информация о методе, его возможностях и соответствующем программном обеспечении могут быть найдены на сайте <http://www.gistatgroup.com/cat> и в работе [1].

- Вейвлет-анализ. В случае вейвлет-анализа для каждой конкретной задачи необходимо выбрать базис или тип вейвлета. Для анализа координат полюса был использован вейвлет Морле. Подробное обоснование такого выбора и сравнение этого метода с ССА приводится в работе [5].
- Метод полосовой фильтрации. В данной работе была выполнена фильтрация с использованием эллиптического частотного полосового фильтра пятого порядка Золотарева—Кауэра (Ellip, Matlab Signal Processing Toolbox). С примером использования других фильтров и анализом получаемых результатов можно ознакомиться в работе [2].
- Комплексное преобразование Гильберта. Для выявления закономерности изменения амплитуды и фазы со временем было использовано комплексное преобразование Гильберта (Hilbert, Matlab Signal Processing Toolbox).

**Ранние пулковские наблюдения.** В Пулковской обсерватории имеются ряды наблюдения широты на разных инструментах, начиная с 1840 г. Ранние наблюдения в Пулково выполнялись на пассажном инструменте Репсольда в первом вертикале (1840–1941) и на большом вертикальном круге Эртеля (1840–1880). Оба инструмента были изготовлены специально для Пулково и установлены в год открытия обсерватории (1839). Они предназначались для абсолютных определений координат звезд. При определении рядов абсолютных склонений звезд образуются и ряды определения широты, которые могут использоваться для изучения движения полюсов. Широты, вычисленные Б.Ванахом по наблюдениям В. Я. Струве (1840.3–1843.0) на пассажном инструменте в первом вертикале [6] и А. А. Ивановым по наблюдениям Х. Петерса (1842–1849) на большом вертикальном круге [7], были исследованы на предмет воз-

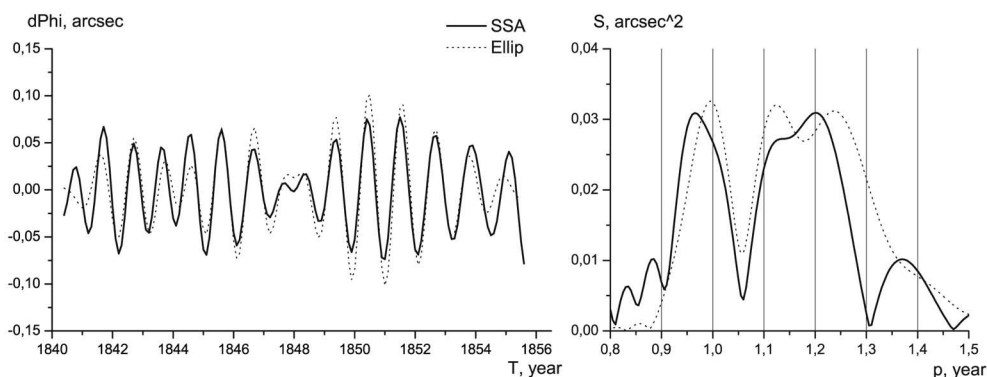


Рис. 1. Изменение широты Пулково, полученное из ряда Б. Ванаха, и результаты фильтрации, выполненные двумя разными методами (слева), и их спектры (справа).

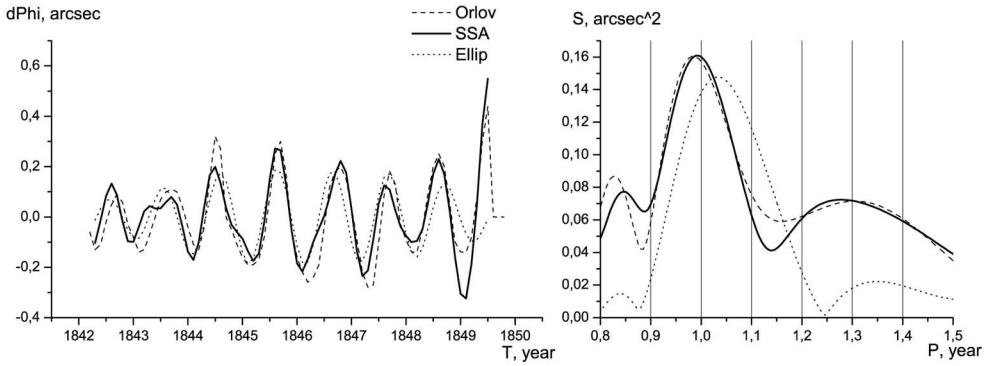


Рис. 2. Изменение широты Пулково, полученное из ряда А. А. Иванова, и результаты фильтрации, выполненные двумя разными методами (слева), и их спектры (справа).

можно использовать их для получения максимально доступной длины реализации ряда движения полюса. Данные на интервале 1846–1891.5 гг. были вычислены Л. В. Рыхловой [8] из наблюдений в Пулково, Гринвиче и Вашингтоне. На рис. 1, рис. 2 (слева) приведены исследуемые ряды с равномерным шагом 0.1 года и результаты фильтрации, полученные с помощью ССА и метода фильтрации (Ellip) с полосой пропускания 0.77–1.05 год<sup>-1</sup> из рядов наблюдений Б. Ванаха и А. А. Иванова, а на рис. 1, рис. 2 (справа) приведены результаты спектрального анализа этих рядов.

В результате из наблюдений на пассажном инструменте в первом вертикале обоими методами были получены похожие кривые изменения широты, имеющие шестилетнюю модуляцию, обычную для суммы чандлеровской и годовой компонент. Минимальное значение амплитуды приходится на 1848 г. Из анализа спектров видно, что годовой период в изменениях широты устойчив; это можно объяснить тем, что годовое колебание, в основном, определяется метеофакторами, имеющими сезонный

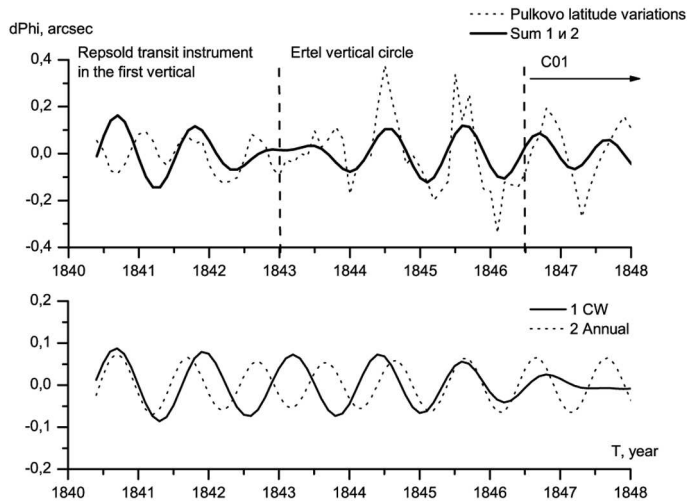


Рис. 3. Вверху — ряд изменения широты Пулково, сумма чандлеровской и годовой компонент; внизу — чандлеровская (1) и годовая (2) компоненты, полученные с помощью метода ССА.

характер. Период чандлеровского колебания менее устойчив, поскольку эта компонента на исследуемом интервале имеет не очень большую амплитуду.

Кроме того, точность наблюдений невысока, а наблюдения на пассажном инструменте в первом вертикале на этом интервале отличаются малой плотностью. Интересно отметить, что спектр, полученный для суммы чандлеровской и годовой компонент с помощью ССА, очень близок к спектрам исходного ряда и ряда, полученного А. Я. Орловым из данных А. А. Иванова [4]. На рис. 3 приводится ряд 1840–1848 гг., который был использован для формирования продления ряда изменений широты Пулково 1840–2011 гг. [4]. Этот ряд состоит из изменений широты Пулково, полученных из наблюдений на пассажном инструменте в первом вертикале за 1840.3–1843 гг. и на большом вертикальном круге Эртеля за 1842.4–1846.5 гг.

**Сравнение ряда наблюдений на ЗТФ-135 с изменениями широты Пулково, вычисленными из международных данных.** 19 сентября 1904 года начались регулярные наблюдения широты на зенит-телескопе ЗТФ-135. Этот телескоп был сделан в мастерской Пулковской обсерватории механиком Г. А. Фрейбергом-Кондратьевым, и стал образцом инструмента данного типа. В 1941 г. в связи с военными действиями телескоп был демонтирован. После окончания войны к сентябрю 1948 г. инструмент был вновь установлен в Пулково в новом павильоне, и на нем возобновились систематические наблюдения, которые были завершены в конце 2006 г. Особенность конструкции инструмента ЗТФ-135 позволила наблюдать на нем в течение 104 лет без капитального ремонта. Усилиями 36-и исследователей в течение этого времени был получен длительный ряд наблюдений, который включает в себя около 170 тысяч значений широты. Этот ряд отличается высокой устойчивостью и однородностью, особенно в период с 1948 по 1994 г. В данном разделе сопоставляются результаты исследований уникального ряда наблюдений широты на ЗТФ-135 Пулковской обсерватории, полученных в течение 102 лет, и изменений широты Пулково, вычисленных из рядов координат полюса  $X_p, Y_p$  IERS C01 за 1904–2006 гг. по формуле

$$\Delta\varphi = \varphi - \varphi_0 = X_p \sin(\lambda) - Y_p \cos(\lambda) = 0.8631X_p - 0.5049Y_p, \quad (2)$$

где  $\lambda$  — долгота ЗТФ-135. В работе [3] приводится более детальный анализ этих рядов.

Спектральный анализ этих рядов выделяет две области с максимальными частотами: чандлеровскую (с периодом около 1.19 года) и годовую (с периодом 1 год). Значения периодов для обоих рядов одинаковые, отличия имеются только в значениях амплитуды. Причем амплитуды как годового, так и чандлеровского колебания (максимальный пик) больше для C01 на 50 mas. Эти два периодических движения легко различаются в наблюдениях широты и многократно исследовались разными авторами. Наличие годовой гармоник объясняется сезонными перемещениями воздушных и водных масс по земной поверхности. Чандлеровское колебание представляет собой квазигармоническое колебание сложной структуры и до сих пор вызывает дискуссии как относительно структуры ряда, так и относительно его физической интерпретации. Чаще всего это колебание называют главной модой свободной нутации Земли.

На рис. 4 и 5 представлены ряды изменения широты (рис. 4 —  $\Delta\varphi_{C01}$ , рис. 5 —  $\Delta\varphi_{ZTF}$ ) с шагом 0.1 года и разложение их на главные компоненты методом ССА при длине окна ( $M = 515$ ), равной половине длины ряда за 1904.8–2007.0 гг. С помощью ССА были получены основные компоненты движения полюса: трендовая, чандлеровская и годовая. Вклад суммы основных компонент в исходный процесс составляет для

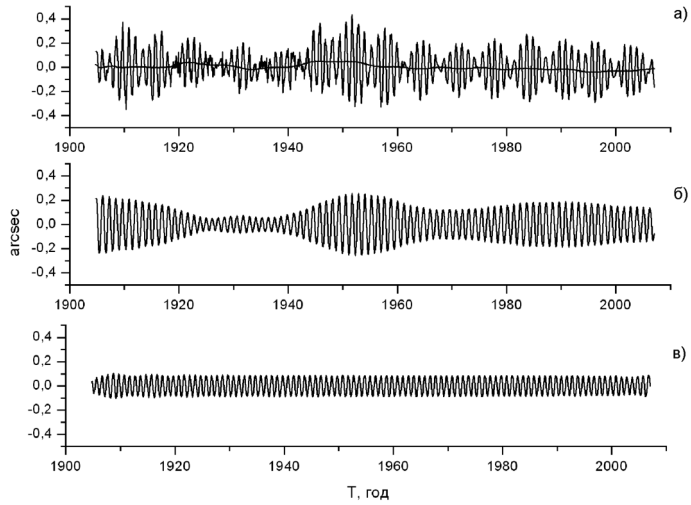


Рис. 4. Ряд изменений широты ( $\Delta\varphi_{C01}$ ), полученный из международных данных за 1904–2006 гг., тренд (а), чандлеровская (б) и годовая компоненты (в).

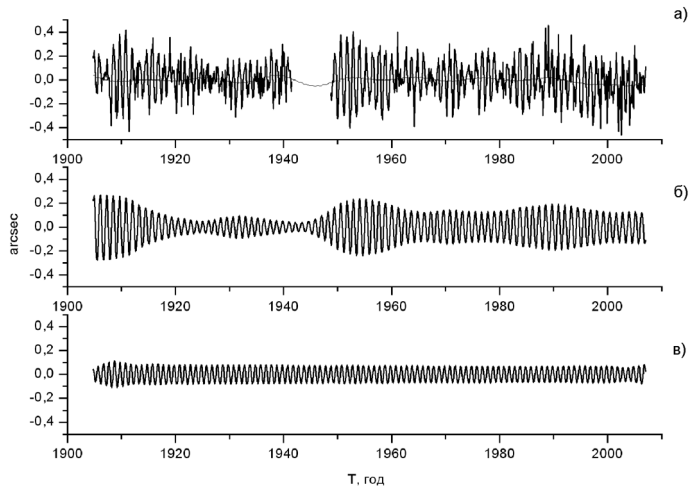


Рис. 5. Ряд изменений широты Пулково ( $\Delta\varphi_{ZTF}$ ), выведенный из наблюдений на ЗТФ-135, тренд (а), чандлеровская (б) и годовая компоненты (в).

ряда  $\Delta\varphi_{C01} \sim 93\%$ , а для ряда  $\Delta\varphi_{ZTF} \sim 71\%$ . Одним из объяснений такого различия может быть наличие более высокого шума на всем интервале для наблюдений на ЗТФ-135. Из всех рисунков видно хорошее согласие поведения амплитуды ЧДП как полученной из наблюдений на ЗТФ-135, так и вычисленной из международных данных. Надо отметить, что несмотря на продолжительный пропуск в наблюдениях на интервале с 1941.5 по 1948.2 г., методом ССА удалось выделить чандлеровскую и годовую компоненты почти без искажения информации (рис. 5). В случае использования вейвлет-анализа (рис. 6) четко прослеживается искажение поведения чандлеровской составляющей на интервале 1941–1948 гг., который соответствует пропуску в

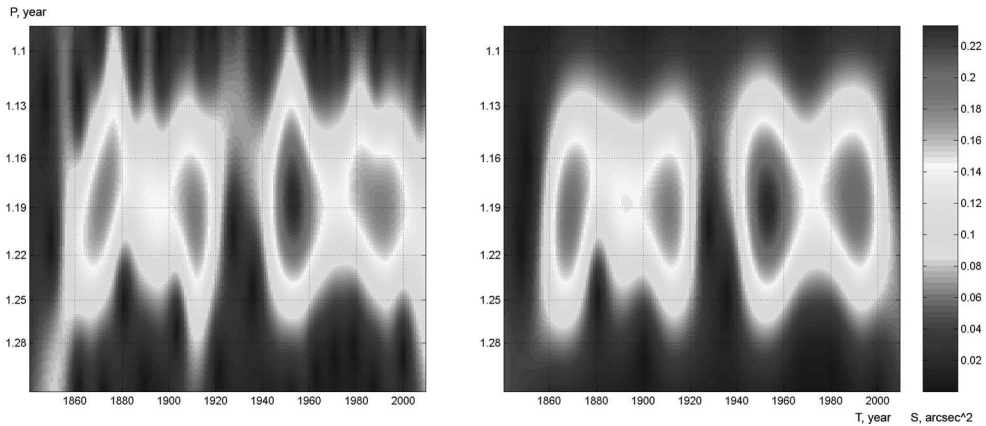


Рис. 6. Результат вейвлет-анализа ряда изменений широты Пулково, полученного из международных данных (слева) и ряда изменений широты Пулково, полученного и из наблюдений на ЗТФ-135 (справа).

наблюдениях на ЗТФ-135. Таким образом, имеется возможность с помощью ССА исследовать долгопериодические закономерности поведения амплитуды и фазы ЧДП, основываясь на длительных рядах наблюдений одной обсерватории, даже если в них имеются длительные пропуски.

**Чандлеровское движение полюса.** Чандлеровское движение полюса (ЧДП) имеет сложный нерегулярный характер, зависящий от различных астрономических и геофизических причин и обусловленный влиянием взаимодействий между различными процессами. Основными геофизическими факторами, оказывающим влияние на возбуждение чандлеровского колебания полюса, относятся землетрясения, извержения вулканов, перенос воздушных масс в атмосфере, водных масс в океане, совместное воздействие океанических и атмосферных процессов, динамическое взаимодействие между атмосферой, океаном и твердью Земли. В спектре чандлеровского движения полюса имеются несколько пиков в частотном диапазоне ЧДП.

Методом МССА из рядов координат полюса  $X_p, Y_p$  и методом ССА из объединенного ряда изменений широты Пулково (шаг 0.1 года) при длине окна, равной половине длины ряда, были получены три основные составляющие движения полюса: трендовая, чандлеровская и годовая. Их вклад в исходный ряд составляет 89% (35, 41 и 13% соответственно). На частоте чандлеровского колебания, аналогично Фурье-анализу, было получено шесть компонент. На рис. 7 слева представлена сумма всех шести компонент на частотах близких к ЧДП, а справа — чандлеровское колебание, полученное с помощью метода фильтрации (Ellip). На этом рисунке хорошо видны две похожие структуры на интервалах 1846–1930 и 1930–2008 гг. С помощью Фурье-анализа каждой из двух частей этой структуры на интервалах 1845–1925 и 1925–2005 гг. был оценен период и амплитуда ЧДП. Значение периода оказалось практически постоянным и равными соответственно 1.183 г. (432 дня) и 1.185 г. (433 дня), максимальная же амплитуда на первом интервале составила 184 mas, а на втором — 211 mas. На рис. 8 приведены графики изменения амплитуды и фазы, полученные с помощью преобразования Гильберта. На всех рисунках имеются три области сильного падения амплитуды с одновременной сменой фазы. Первая область находится в самом начале ряда между 1846 и 1856 г. Это может говорить о наличии некоторых

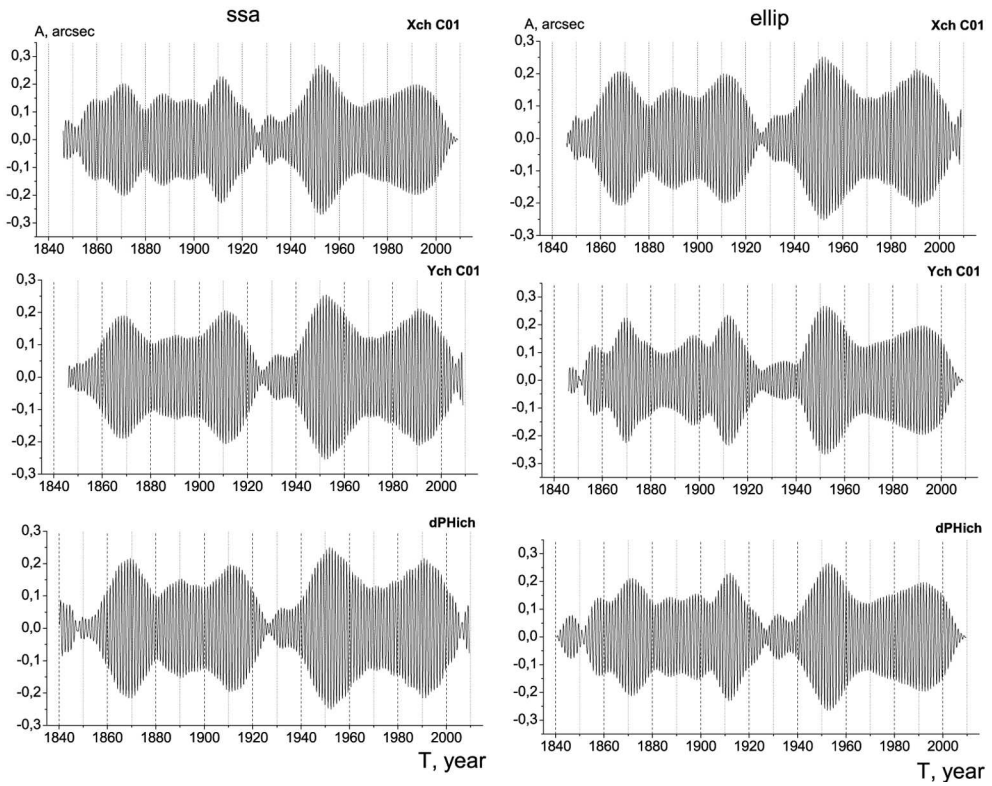


Рис. 7. Чандлеровское колебание полюса, полученное с помощью ССА (слева) и ELLIP (справа).

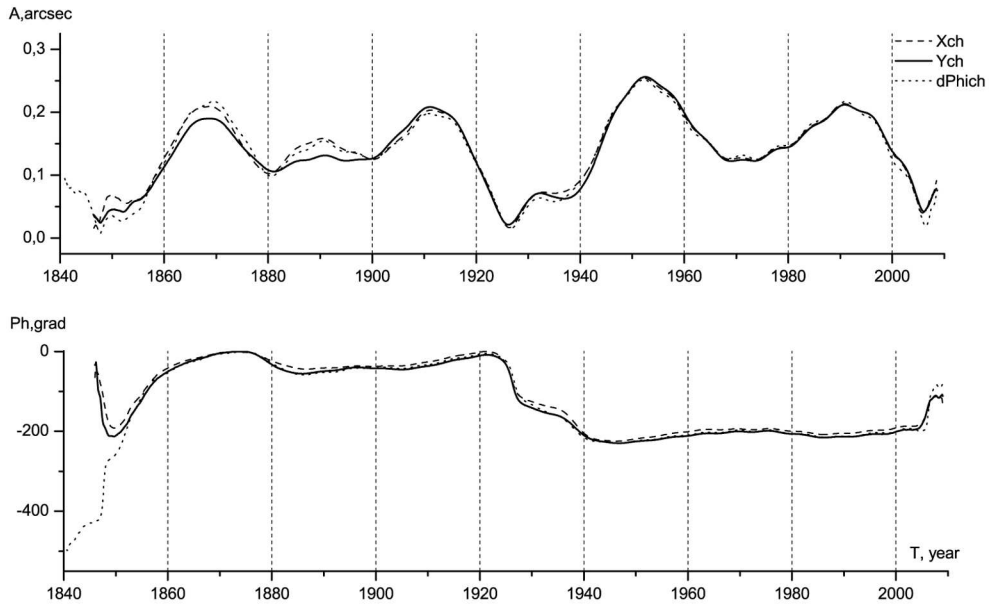


Рис. 8. Изменение амплитуды и фазы ЧДП.



особенностей в поведении ЧДП на этом интервале, что согласуется с результатами исследований, выполненными ранее другими авторами [7]. Второй хорошо известный минимум находится около 1929 г. В самом конце ряда около 2005 г. также наблюдается резкое падение амплитуды ЧДП. Таким образом, в результате данной работы была выявлена повторяющаяся структура ЧДП, которая указывает на существование трех областей падения амплитуды с одновременной сменой фазы (около 1846 г., 1925 г., 2005 г.). Кроме того, методом наложения эпох и динамическим сопоставлением спектров была выполнена оценка периода изменения амплитуды ЧДП с одновременной сменой фазы, в результате чего получено значение периода, равное 80 годам. При этом значении периода получаются наилучшие корреляции ( $\sim 0.9$ ) как спектров, так и самих компонент.

**Заключение.** В этой статье на примере исследования рядов координат полюса и изменений широты Пулковско были продемонстрированы некоторые возможности ССА. Были выявлены и показаны некоторые интересные особенности в поведении амплитуды и фазы чандлеровского колебания движения полюса, способы анализа наблюдений, имеющих пропуски в наблюдениях, сравнительно большие ошибки или ошибки неравномерно распределенные по всей длине ряда. Приведем некоторые преимущества данного метода:

- 1) базовые ортогональные функции ССА создаются на основе самих исходных рядов;
- 2) имеется возможность детально исследовать структуру временных рядов;
- 3) после выделения псевдогармонических сигналов можно оценить фазовый сдвиг и вариации амплитуд со временем;
- 4) хорошо отделяет полезный сигнал от шума, даже если уровень шума высок; особенно важно то, что это позволяет использовать для современных исследований очень старые наблюдения.

## Литература

1. *Golyandina N., Nekrutkin V., Zhigljavsky A.* Analysis of Time Series Structure: SSA and Related Techniques. London, 2001. P. 305.
2. *Malkin Z., Miller N.* Chandler wobble: two more large phase jumps revealed // *Earth Planets and Space.* 2010. Vol. 62. N 12. P. 943–947.
3. *Миллер Н. О.* Чандлеровское колебание в изменениях широты Пулковско за 170 лет // *Астрономический вестник.* 2011. Т. 45. № 4. С. 353–364.
4. *Миллер Н. О., Прудникова Е. А.* Ранние пулковские наблюдения широты // *Кинематика и физика небесных тел.* 2011. Т. 27. № 1. С. 40–52.
5. *Vityazev V.* Irregular variations in earth rotation: the singular spectrum analysis and wavelets // *Motion of Celestial bodies, Astrometry and Astronomical Reference Frames. Proc. of the JOURNEES.* Paris, 2000. P. 287–291.
6. *Wanach B.* Ableitung der Polhohenschwankungen aus altern Pulkowacher Beobachtungen in ersten Vertical // *Astron. Nachr.* Vol. 130. 1892. P. 246.
7. *Иванов А. А.* Вращательное движение Земли. СПб., 1895. С. 95.
8. *Рыхлова Л. В.* Координаты полюса Земли за 1846.0–1891.5 годы // *Сообщ. ГАИШ.* 1970. № 163. С. 3–10.

Статья поступила в редакцию 26 декабря 2011 г.