

*На правах рукописи*

Уртьев Фёдор Андреевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ АСТРОФИЗИЧЕСКИХ МАГНИТНЫХ  
ПОЛЕЙ МЕТОДАМИ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ И  
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ**

01.03.02 — Астрофизика и звёздная астрономия

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Санкт-Петербург – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки "Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук"

**Научный руководитель:**

КНЯЗЕВА Ирина Сергеевна

кандидат физико-математических наук

**Официальные оппоненты:**

ЛИВШИЦ Моисей Айзикович

доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт земного магнетизма, ионосферы и распространения радиоволн им. Н.В. Пушкова Российской Академии наук, ведущий научный сотрудник гелиофизической лаборатории

СЕМЁНОВ Владимир Семенович

доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Санкт-Петербургский государственный университет, заведующий кафедрой физики Земли физического факультета

**Ведущая организация:**

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки "Крымская Астрофизическая Обсерватория Российской академии наук"

Защита состоится 20 октября 2017 года в 11 час. 15 мин. на заседании диссертационного совета Д 002.120.01 Федерального государственного бюджетного учреждения науки "Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория Российской академии наук" (ГАО РАН) по адресу: 196140, Санкт-Петербург, Пулковское шоссе, д. 65 корп. 1.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке ГАО РАН и на сайте ГАО РАН ([www.gao.spb.ru](http://www.gao.spb.ru)).

Автореферат разослан

2017 года.

Ученый секретарь

диссертационного совета:

кандидат физ.-мат. наук

*Булига Станислава Дмитриевна*

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертационная работа посвящена моделированию нелинейных и нестационарных астрофизических процессов в стохастических средах методами геометрии и топологии случайных полей.

Рассматриваются два класса таких моделей. В первом из них речь идет о взаимной связи корреляционных свойств турбулентной среды и характеристик наблюдаемых сигналов, которые формируются этими свойствами. Важным является здесь не энергия флуктуаций возмущений поля, а его «архитектура», т.е. стохастическая геометрия плазмы. В стохастических средах траектории частиц и создаваемые ими электромагнитные поля описываются случайными функциями. Следовательно, подходящим формальным контекстом для моделирования свойств среды, полей и движения заряженных частиц являются методы статической физики, физической кинетики и стохастической геометрии.

Второй класс моделей имеет дело с диагностикой пространственно-временного беспорядка. Так называют сценарии хаотической динамики распределенных систем. Здесь целью моделирования является выделение минимального набора представительных дескрипторов сложности из наблюдаемых паттернов случайных магнитных полей, которые позволяют отслеживать их динамические режимы. Конкретной задачей является проблема диагностики предвспышечной динамики фотосферных магнитных полей в Активных Облациях (АО) Солнца по наблюдаемым магнитограммам.

### Актуальность темы диссертации

Исследование случайных полей представляет интерес в связи с их большой распространенностью в источниках излучения, а также, зачастую, с неэффективностью использования для их анализа стандартных подходов, известных для регулярных полей.

Нетепловое излучение регистрируется для космических объектов в широком диапазоне расстояний, начиная с источников в солнечной системе, включая геопространство, до источников космологических гамма-всплесков. Оно возникает при движении быстрых, в том числе, ультрарелятивистских частиц в неоднородной турбулентной магнитоактивной плазме. Свойства такого излучения, генерируемого в турбулентной плазме, существенно отличаются от случая однородной среды [39]. С одной стороны общеизвестно, что «равномерно движущаяся частица не излучает». Однако это утверждение относится только к случаю движения частицы в пустом пространстве без внешних полей. В реальных условиях движение частицы происходит в среде и при наличии внешних полей. В частности, наличие мелкомасштабных неоднородно-

стей диэлектрическое проницаемости среды (которые могут обеспечиваться случайными неоднородностями плотности плазмы и/или магнитного поля) приводит к генерации переходного излучения [16].

Интенсивность генерации нетеплового излучения определяется корреляционными свойствами случайных неоднородностей магнитного поля и плотности плазмы. Например, в последние несколько лет посредством детального численного моделирования [19, 24, 35] было продемонстрировано, что взаимодействие релятивистских ударных волн друг с другом и с внешней средой в источниках гамма-всплесков (GRB) приводит к генерации весьма мощных и крайне мелкомасштабных магнитных полей в результате реализации двухпоточковых неустойчивостей. Взаимодействие быстрых частиц с указанными неоднородностями приводит к генерации электромагнитного излучения, в частности, переходным механизмом, включая резонансное переходное излучение на неоднородностях магнитного поля (МРПИ).

На сегодняшний день надежно установлено, что магнитные и электрические поля, возникающие при взаимодействии ударных волн, часто несут в себе значительную случайную компоненту на разных пространственных масштабах. В результате, ускоренные такими ударными волнами, заряженные частицы распространяются в плазме со случайными электромагнитными полями, испытывая случайные силы Лоренца, следуя по случайным траекториям и демонстрируя случайную диффузию. Наблюдаемым сигналом является, обычно, электромагнитное излучение, свойства которого связаны со спектрами случайных полей и движениями частиц среды [9]. Частицы, которые осуществляют «случайную диффузию», обладают спектром, зависящим как от типа поля, магнитное или электрическое, так и от распределения спектра энергии поля по пространственным масштабам [11, 14, 20, 39]. Индивидуальные спектры основного излучения гамма-всплесков обычно хорошо аппроксимируются феноменологической функцией Бэнда [5], которая содержит две степенные функции ( $\alpha$  – спектральный индекс низких энергий, и  $\beta$  – спектральный индекс высоких энергий), плавно соединяющиеся при значении энергии  $E_{\text{break}}$ .

В диссертационной работе рассматриваются ключевые моменты модели диффузионного синхротронного излучения (ДСИ) как части основного механизма образования космологических гамма-всплесков. С помощью численного моделирования делаются оценки параметров, характеризующих структуру случайных магнитных полей. Установлена совместимость модели ДСИ с наблюдаемыми распределениями спектральных параметров гамма-всплесков [37]. Определены возможные диапазоны физических параметров гамма-всплесков, в том числе, параметров, описывающих структуру случайного магнитного поля в источнике, необходимых для согласования модельного спектра с наблюдаемыми.

Верификация упомянутых моделей требует подходящих компьютерных

реализаций 1D и 2D стохастических полей. Эта задача не является тривиальной уже в случае логнормальных полей с предписанными корреляционными свойствами. Кроме этого необходимы корректные статистические методы сравнения моделей между собой и моделей с наблюдениями.

Топологические характеристики случайных полей активно используются в последнее время в широком круге задач. В значительной степени это обусловлено развитием новой прикладной области алгебраической топологии – Топологического Анализа Данных (TDA). Неоспоримыми преимуществами топологических дескрипторов является их устойчивость к шумам и отсутствие необходимости априорных предположений до обработки данных. Иными словами, TDA не предполагает знания природы источника сигнала.

В диссертационной работе тестируется эффективность применения дескрипторов в форме топологических инвариантов (полученных методами TDA) к практическим задачам анализа модельных и наблюдаемых случайных магнитных полей.

Применение TDA к случайным полям, полученным в результате численного моделирования, демонстрируется на примере задачи моделирования фонового фотосферного магнитного поля с помощью комбинации двух логнормальных случайных полей разной полярности с предписанным законом корреляции.

Эффективность топологических дескрипторов для анализа динамических режимов наблюдаемых случайных магнитных полей исследуется на примере предсказания больших солнечных вспышек по магнитограммам.

Этой проблеме посвящено большое количество исследований [1, 6, 18, 30]. Практический ее аспект обусловлен прежде всего негативным воздействием вспышек на функционирование космических аппаратов в окрестности Земли [29].

Трудности связаны с отсутствием корректной модели солнечных вспышек и отсутствием прямых измерений параметров солнечной плазмы. Построение прогностических схем ограничено, по меньшей мере, двумя обстоятельствами [1]:

Во-первых, сильные (класса  $> M5.0$ ) солнечные вспышки являются достаточно редкими событиями. Следовательно, трудно получить статистически состоятельную выборку магнитограмм, охватывающих эволюцию АО с достаточно большим предвспышечным временем прохождения области по диску.

Во-вторых, современное описание сложности АО опирается на высокоразмерное пространство признаков. В качестве дескрипторов обычно используется чрезмерно большое ( $>30$ ) количество физических характеристик наблюдаемой «сложности» фотосферного магнитного поля АО. Это токи, градиенты, знаковые и беззнаковые магнитные потоки, спиральность и т.п. [18].

Кроме того, предположение о независимости обучающих примеров приводит к тому, что в обучающую и тестовую выборку одновременно попадают

фрагменты одной и той же АО. Таким образом, некоторое число «будущих» в прогнозе событий уже присутствуют в обучающих примерах.

В диссертационной работе для описания сложности наблюдаемых магнитных паттернов *line-of-sight* (LOS) магнитограмм предлагается использовать так называемые персистентные числа Бетти [8]. Грубо говоря, это число компонент связности и число «дыр» на каждом подуровне в процессе фильтрации поля с помощью функции высоты. Числа Бетти имеют ясный математический смысл и легко вычисляются непосредственно по магнитограммам.

Надежды на успех подхода заключаются в двух особенностях предложенных характеристик. Они инвариантны и, следовательно, устойчивы относительно непрерывных деформаций данных. С другой стороны, они вычисляются непосредственно по данным, без каких либо априорных предположений, а свойство персистентности позволяет реализовать топологическую фильтрацию шумов.

## Цели работы

Целью диссертационной работы является разработка эффективных методов моделирования случайных магнитных полей в астрофизике. Эта цель достигается решением следующих задач:

1. Реконструкция геометрии случайных магнитных полей в источниках гамма-всплесков методами прямого моделирования на основе наблюдаемых спектров. При взаимодействии ударных волн в источниках гамма-всплесков ускорение заряженных частиц на ударных фронтах и генерация полей весьма вероятны. Поэтому в качестве основного механизма излучения в этом случае используется модель диффузионного синхротронного излучения (ДСИ).

2. Сравнительный анализ предсказательной эффективности топологических дескрипторов сложности случайных полей для задачи прогноза больших солнечных вспышек.

## Научная новизна

1. Впервые продемонстрировано, что механизм ДСИ в сильном случайном магнитном поле совместим с наблюдаемыми распределениями параметров Бэнда источников гамма-всплесков и позволяет получить правильные корреляционные зависимости между ними. Исходя из требования совместимости модели с наблюдаемыми распределениями, проведенный в диссертационной работе анализ позволяет наложить ограничения на значения физических параметров и, в том числе, дает представление о структуре случайных магнитных полей в источниках гамма-всплесков.

2. Методы вычислительной топологии впервые применяются для анализа сложности фотосферных магнитных полей АО. Показано, что эффектив-

ность прогноза больших вспышек, основанного на топологических дескрипторах LOS магнитограмм, по меньшей мере не хуже, чем результаты прогнозистических схем, основанных на векторных признаках.

## **Научная и практическая ценность работы**

Представленные в работе результаты подробного моделирования спектральных параметров гамма-всплесков демонстрируют, что механизм ДСИ в сильном случайном магнитном поле согласуется с наблюдаемыми распределениями параметров Бэнда и дает правильные корреляционные зависимости между ними. Полученные результаты дают дополнительное подтверждение выводов в более ранних работах о сложности структуры случайных магнитных полей в источниках гамма-всплесков. Для анализа и сравнения результатов численного моделирования таких полей в качестве дескрипторов в работе предлагается использование топологических инвариантов.

Научная значимость проведенных исследований заключается в расширении области применения ТДА на биполярные случайные поля. Практический аспект состоит в том, что алгоритмы вычислительной топологии, приведенные в работе, могут быть с успехом использованы для диагностики цифровых изображений высокого разрешения в медицине, обработке ДДЗ и промышленной томографии.

## **Степень достоверности и апробация результатов**

Полученные в данной работе результаты имеют необходимую достоверность и обоснованность, что подтверждается следующими положениями.

- Модель ДСИ в присутствии сильного случайного магнитного поля совместима с наблюдаемыми распределениями параметров Бэнда источников гамма-всплесков [37]. Полученные результаты дают дополнительное подтверждение выводов в более ранних работах [23, 27, 34] о сложности структуры случайных магнитных полей в источниках гамма-всплесков.

- Применимость методов алгебраической топологии к анализу случайных полей подтверждается строгими математическими доказательствами [2].

- Эксперименты, проведенные с прогнозом больших солнечных вспышек, основанные на топологических дескрипторах, показали сравнимые результаты с публикуемыми другими авторами и доступными для сравнения признаками [6].

По результатам исследований опубликовано 11 работ, 6 из них – в рецензируемых изданиях. Результаты, представленные в диссертации, были доложены на следующих научных конференциях:

- Всероссийская конференция «Многоволновые исследования Солнца и современные проблемы солнечной активности-2006» (САО РАН, сентябрь

2006),

- Международная байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике (БШФФ) и Конференция молодых ученых «Гелио- и геофизические исследования» 2007 (ИСЗФ СО РАН, сентябрь 2007).
- Международная байкальская молодежная научная школа по фундаментальной физике (БШФФ) и Конференция молодых ученых «Гелио- и геофизические исследования» 2009 (ИСЗФ СО РАН, сентябрь 2009).
- XVIII всероссийская ежегодная конференция «Солнечная и солнечно-земная физика-2014» (Пулково, октябрь 2014) ,
- XII всероссийская открытая конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса» (ИКИ РАН, ноябрь 2014),
- XI ежегодная конференция «Физика плазмы в солнечной системе-2016»» (ИКИ РАН, февраль 2016),
- XX всероссийская ежегодная конференция «Солнечная и солнечно-земная физика» (Пулково, октябрь 2016),
- 5th International Conference on Mathematical Modeling in Physical Sciences (IC-MSquare, 2016)
- 335 IAU Symposium Space Weather of the Heliosphere: Processes and Forecasts (University of Exeter UK, 2017)

## **Основные положения, выносимые на защиту**

1. С помощью механизма ДСИ для гамма-всплесков в сильных случайных полях впервые воспроизведены основные свойства параметров функции Бэнда: положения максимумов наблюдаемых гистограмм, их форма, а также – корреляционные зависимости между различными парами параметров этой функции. Полученные результаты дают дополнительное подтверждение присутствия в источниках гамма-всплесков сильных и крайне неоднородных случайных магнитных полей.

2. Разработан и реализован метод диагностики динамических режимов Активных Областей на основе топологического анализа фотосферных случайных магнитных полей в АО. В основе метода лежит вычисление топологических инвариантов непосредственно по HMI/SDO магнитограммам.

3. Статистически доказана прогностическая эффективность предложенных топологических дескрипторов для прогноза сильных вспышек.

## **Личный вклад автора**

Соискатель принимал участие в постановке задачи, отборе и подготовке экспериментальных данных. Используемые методы вычислительной топологии были адаптированы к задачам анализа биполярных случайных магнитных полей и реализованы в виде компьютерных программ соискателем са-

мостоятельно или на равных правах с соавторами. Вся численная обработка данных, приведенная в работе, была сделана на равных правах с соавторами.

## Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка цитируемой литературы и двух приложений. Общий объём диссертации – 120 страниц, из них 10 страниц, входящих в приложения. В работе содержится 33 рисунка и 2 таблицы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **Введении** диссертации приводится обоснование актуальности работы, формулируются цели, новизна и практическая ценность исследований, приводятся результаты, выносимые на защиту.

В **Главе 1** рассматриваются несколько примеров присутствия случайных магнитных полей в астрофизических объектах. Показано, что обнаружение неоднородностей различного рода в источниках излучения приводит к необходимости иных механизмов излучения, существенно отличающихся от общеизвестных для регулярных полей. При определенных значениях физических параметров источников, включающих спектральные параметры неоднородностей, излучение на различных типах неоднородностей может вносить значительный вклад в основной механизм излучения. Поэтому топологический анализ неоднородностей различных типов в астрофизических источниках может дать важную информацию о преобладании излучения того или иного типа. В свою очередь, это позволит лучше понять физическую природу источника излучения.

Так как получить прямые наблюдения неоднородностей в астрофизических объектах зачастую не представляется возможным, возникает задача анализа неоднородностей и статического сравнения различных реализаций случайных полей в источнике излучения при 3D моделировании. Имеющиеся аналитические [7, 40] и компьютерные [17, 23, 24] модели предсказывают генерацию сильных мелкомасштабных стохастических магнитных и/или электрических полей в результате реализации различных неустойчивостей.

Излучение, формируемое фоновыми частицами плазмы в отклик на электромагнитное возмущение вызываемое внешними (быстрыми) частицами, называется *переходным излучением* [28]. В работе был вычислен спектр такого излучения вблизи собственной резонансной частоты плазмы ( $\omega_{pe}$ ) – магнитного резонансного переходного излучения (МРПИ), генерируемого быстрой заряженной частицей, движущейся в плазме с мелкомасштабными случайными неоднородностями магнитного поля. Под переходным излучением при движении источника в среде (вблизи среды) понимается та часть излучения,

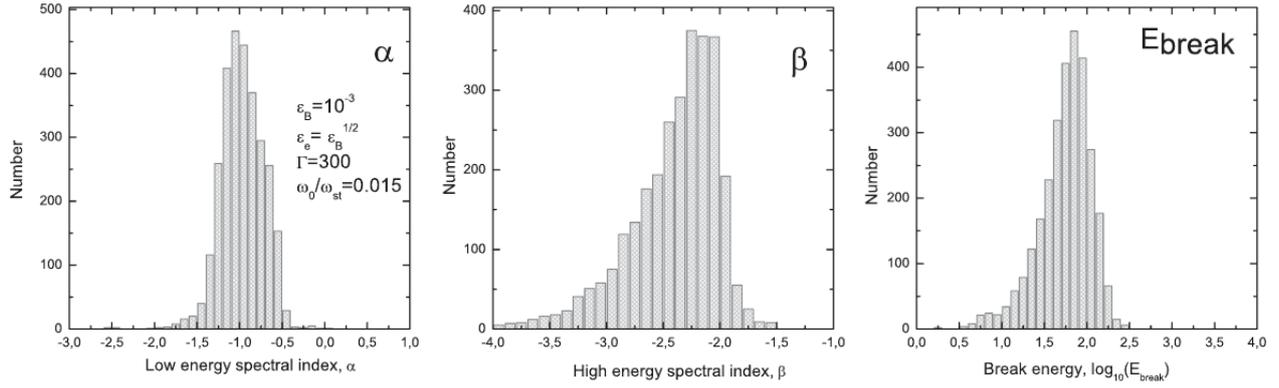


Рис. 1: Пример модельных распределений спектральных параметров функции Бэнда ( $\alpha$ ,  $\beta$ , и  $E_{\text{br}}$ ), полученных в модели ДСИ в присутствии сильного случайного поля.

которая не обращается в нуль в пределе равномерного прямолинейного движения источника (и его составных частей) и, наоборот, обращается в нуль в пределе однородной (на любых пространственных и временных масштабах) среды [9]. Определены условия, при которых данный вид переходного излучения доминирует над переходным излучением на неоднородностях плотности плазмы. Обсуждаются возможные приложения резонансного переходного излучения в космических и геофизических условиях. Возможное присутствие данного механизма излучения в составе основного излучения астрофизических объектов указывает на важность включения случайных магнитных полей в соответствующие модели источников. Необходимость статистического сравнения реализаций модельных случайных магнитных полей в источниках обуславливает построение топологических инвариантов, описывающих сложность “архитектуры” полей.

Другой важный механизм нетеплового излучения в случайном неоднородном магнитном поле – диффузионное синхротронное излучение (ДСИ) в случайном магнитном поле. В диссертационной работе данный механизм используется в качестве основного механизма излучения космологических гамма-всплесков. В результате прямого моделирования спектров излучения дается заключение о том, что модель ДСИ в слабом случайном магнитном поле (режим дрожания – jitter regime), возмущенном или невозмущенном, не может предложить согласующегося фитирования наблюдаемых гистограмм параметра  $\alpha$ . Это согласуется с уже имеющейся независимой критикой режима дрожания: Kumar с коллегами [21] отмечали, что он может заключать в себе нереалистично высокий уровень обратного Комптоновского излучения. Более того, в работе [20] авторы указывают на то, что случай режима дрожания противоречит требуемой высокой эффективности ускорения частиц на ударных волнах и, что необходимы сильные магнитные флуктуации для самосогласованного ускорения электронов до энергий, производимых гамма-всплесками. Следовательно, модель слабого случайного поля (режим дрожания)

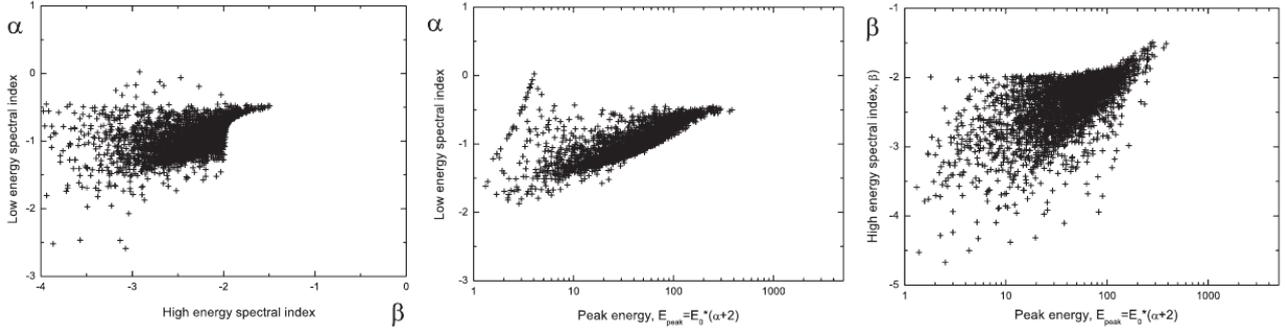


Рис. 2: Кросс-корреляции модельных спектральных параметров Бэнда  $\alpha$  и  $\beta$  (слева);  $\alpha$  и  $E_{\text{peak}} = (\alpha + 2)E_{\text{br}}$  (в середине); и  $\beta$  и  $E_{\text{peak}} = (\alpha + 2)E_{\text{br}}$  (справа).

ния) отвергается и мы обращаемся к анализу случая сильного магнитного поля. В соответствии с работами [12, 13, 20] в этом случае возникают новые асимптоты, которые дают более широкое распределение для  $\alpha$ .

В режиме сильного поля модель распределения  $\alpha$  зависит от адаптированного  $\nu$  распределения, которое в рамках модели напрямую связано с распределением  $\beta$ , т.к.  $\beta = -\nu - 1$ . Результаты моделирования (Рис. 1) для такой модели находятся в значительном согласии с наблюдениями. Действительно,  $\alpha$  гистограмма симметрична и демонстрирует максимум в правильном месте,  $\alpha = -1$ , и его ширина сравнима с шириной наблюдаемых гистограмм этого параметра.

Гистограмма значений параметра  $\beta$  почти полностью повторяет наблюдаемую, демонстрируя корректную асимметричную форму и положение пика в правильной точке  $\beta = -2.2$ . Гистограмма энергии излома  $E_{\text{br}}$  также согласуется с наблюдательными данными, обладая правильной формой и диапазоном значений.

Кросс-корреляции между спектральными параметрами, полученными из модели (Рис. 2), могут быть сопоставлены с Рис. 31 из работы [38]. Как и в наблюдательных данных, спектральные индексы  $\alpha$  и  $\beta$  не сильно коррелированы, хотя в модельном графике область  $-0.5 < \alpha < 0$  имеет большую плотность в сравнении с наблюдательным графиком [38]. Два других графика находятся в значительном согласии с наблюдательными графиками кросс-корреляций, представленных в [38].

Разработанная модель естественным образом способна воспроизвести наблюдаемые гистограммы распределения параметров Бэнда и их кросс-корреляции, что является значительным успехом модели ДСИ в присутствии сильного случайного магнитного поля.

Данная часть работы выполнена под руководством доктора физико-математических наук Флейшмана Григория Давидовича (NJIT, USA).

В **Главе 2** изложены основные идеи вычислительной топологии, используемые для вычисления предлагаемых дескрипторов описания сложности случайных магнитных полей астрофизических объектов.

Архитектура случайного поля задается его корреляционной структурой, которая, в свою очередь, определяется строением локальных окрестностей максимумов: как много и на каком уровне появляются пики, близкие к конкретному максимуму; до какого уровня максимумы поля остаются уединенными в некоторой локальной окрестности. Удобно наделить множество пиков в окрестности максимума некоторой простой структурой их вершин, ребер и граней [15]. Такую структуру называют симплициальной. Тогда анализ структуры поля можно перевести на язык алгебраической топологии и фильтрации симплексов для отсортированных по высоте максимумов поля.

*Геометрическим симплексом* называется выпуклая оболочка непустого и аффинно независимого множества точек в  $\mathbb{R}^n$ , где  $n$  – размерность симплекса, совпадающая с максимальной размерностью граней, входящей в симплекс.

Конечный набор  $K$  геометрических симплексов, замкнутый относительно отношения граней: если  $\sigma, \tau \in K$ , то  $\sigma \cap \tau$  либо пусто, либо является общей гранью обоих симплексов, называется *геометрическим симплициальным комплексом*.

*Нервом*  $NrvS$  называют множество вершин комплекса и его симплексы, для которых вершины имеют непустое пересечение. Если множества выпуклы (например, он триангулируем) то нерв гомотопен их объединению (теорема о нерве).

*Комплекс Чеха*  $\check{C}ech(X)$  – это нерв объединения окрестностей (шаров)  $B(x, r)$  радиуса  $r \geq 0$  для множества точек  $x \in X \subseteq \mathbb{R}^n$ . Пересечение двух шаров стягивается к ребру, соединяющему пару точек, пересечение трех шаров – к треугольной грани и т.д. Теорема о нерве утверждает, что  $\check{C}ech(X) \sim \bigcap_{x \in X} B(x, r)$ .

*Цепью* является формальная сумма упорядоченных симплексов  $c = \sum_i a_i \sigma_i$  одинаковой размерности  $p$ . Коэффициенты  $a_i$  – элементы абелевой группы. Множество цепей размерности  $p$  симплициального комплекса  $K$  образуют группу  $C_p = C_p(K)$ . Если  $a_i$  – элементы поля, то  $C_p$  – векторное пространство.

*Граничным отображением* называется линейное отображение  $\partial_p : C_p \rightarrow C_{p-1}$ , определяемого для симплекса  $\sigma = [v_0, v_1, \dots, v_p]$  отображением в альтернированную сумму его  $(p-1)$ -мерных граней  $\partial_p \sigma = \sum_{i=0}^p (-1)^i \hat{\sigma}_i$ , где  $\hat{\sigma}_i$  – симплекс  $\sigma_i$  без вершины  $v_i$ . Отметим, что  $\partial_0[v_i] = 0$  для любого  $i$ . Легко показать, что  $\partial_{p-1} \circ \partial_p = 0$  для любого  $p$ .

Граничное отображение является гомоморфизмом. Цепной комплекс генерируется гомоморфизмами групп  $\dots \xrightarrow{\partial_{p+1}} C_p \xrightarrow{\partial_p} C_{p-1} \xrightarrow{\partial_{p-1}} \dots$ . Ядро гомоморфизма образует циклы:  $Z_p = \ker \partial_p$ , а его образ называют границей:  $B_p = \text{img} \partial_{p+1}$ . Очевидно,  $C_p \supset Z_p \supset B_p$ .

Два цикла *гомологичны*  $Z_p \sim Z'_p$ , если они отличаются на границу:  $Z_p - Z'_p = \partial_{p+1} B_{p+1}$ . *Классом*  $p$ -гомологий называют максимальный набор гомологичных циклов  $Z_p$  в комплексе. Они образуют  *$p$ -гомологическую группу*:

$H_p = Z_p/B_p$ . Если  $H_p$  векторное пространство, то его размерность называют  $p$ -м числом Бетти  $\beta_p = \dim H_p$  [8]. Альтернированная сумма чисел Бетти дает характеристику Эйлера:  $\chi(X) = \sum_{p \geq 0} (-1)^p \beta_p(X)$ .

*Фильтрацией* симплициального комплекса  $K$  называют пару  $K, f : K \rightarrow \mathbb{R}$ , где  $f(\sigma) \leq f(\tau)$  если  $\sigma$  грань  $\tau$ . Множество субуровней для величин  $r \in \mathbb{R}$  это  $f^{-1}(-\infty, r)$ , образованное субкомплексами  $K$ . Для  $r_0 < r_1 < \dots < r_m$  такими субкомплексами являются множества  $K_i = f^{-1}(-\infty, r_i)$  фильтрации или флага  $K_0 \subseteq K_1 \subseteq \dots \subseteq K_m$ .

В процессе фильтрации топологические свойства проявляются на одном уровне фильтрации и исчезают на другом. Взаимное расположение этих уровней определяет понятие *персистентности*. Время жизни каждого отдельного пика (его персистентность) можно измерить длиной интервала, на котором он остается изолированным (такие интервалы называют баркодами). Удобно изображать их на плоскости, используя начало и конец баркода в качестве координат точек. Результатом будет множество точек, лежащих выше диагонали, которой соответствуют баркоды нулевой длины. При этом диаграмма персистентности является мультимножеством, где одна точка может представлять одно и более топологических свойств.

Непосредственно алгоритм построения диаграммы персистентности был впервые предложен в книге [10] и содержит два последовательных этапа: построения фильтрации симплексов (для двумерных изображений в роли симплексов выступают вершины, рёбра и треугольники) и вычисления чисел Бетти по уже построенной фильтрации. В процессе работы этот алгоритм был реализован в виде скрипта Matlab (приведён в Приложении), который в дальнейшем тестировался нами на задаче распознавания текстур ИР-изображений [31].

Компьютерная реализация методов анализа и сравнения диаграмм персистентности для цифровых изображений высокого разрешения основана на известных представлениях в виде *ранговых функций* [32] и так называемых *персистентных изображений* [26]. Эффективность этих подходов также была протестирована на стандартных базах данных природных текстур, но уже с помощью машинного обучения бинарных и SVM классификаторов.

Для применения алгоритма фильтрации к биполярным магнитным полям солнечной фотосферы требовалась его модификация. Фильтрация должна охватывать как положительные, так и отрицательные уровни интенсивности магнитного поля, а времена рождения и смерти компонент, в смысле фильтрации, могут принимать отрицательные значения.

Кроме того, в работе было проверено свойство устойчивости дескрипторов вычислительной топологии к изменениям пространственного масштаба области наблюдения и разрешающей способности прибора. Данное свойство несет в себе потенциальную возможность использования таких дескрипторов для анализа наблюдательных данных, полученных из приборов с разным про-

странственным разрешением (например, MDI и HMI магнитограммы).

В этой главе представлены результаты анализа векторных представлений диаграмм персистентности с целью их использования в задачах машинного обучения.

В **Главе 3** описываются особенности реализации алгоритмов генерации биполярных случайных полей с использованием моделей гауссовских и логнормальных полей с предписанным законом корреляции. Для диагностики модельных случайных полей применяются топологические дескрипторы сложности.

Исследование случайных полей представляет интерес в связи с их большой распространенностью в источниках излучения, а также зачастую с неэффективностью использования для их анализа стандартных подходов, известных для регулярных полей.

Структуры, возникающие в случайной среде, имеют несимметричный характер распределения: часто они имеют вид пиков, появляющихся в случайных местах и в случайные моменты времени, а промежутки между ними характеризуются малой интенсивностью и большой протяженностью. Данное свойство получило название *перемежаемости*, и подробно описано в работе [25]. Подобные несимметричные распределения зачастую хорошо описываются логнормальным распределением (например, [3]).

Подходящие модели 1D и 2D стохастических полей необходимы для построения альтернативных статистик при сравнении аналитики с наблюдениями. Эта задача не является тривиальной уже в случае логнормальных полей с заданными корреляционными свойствами. Стандартная процедура Холецкого не эффективна при экспоненцировании случайной переменной, а линеаризация не гарантирует хорошей сходимости к процессу с предписанными корреляционными свойствами. Контроль полученных численных моделей удобно осуществлять, используя топологические характеристики, связанные с распределением экстремумов и седловых точек полей [4].

Применение методов вычислительной топологии для анализа случайных полей сможет дать возможность предложить универсальные дескрипторы для широкого круга задач. Мы модифицировали алгоритм, предложенный в работе [22] для логнормального распределения облаков, и смогли получить первые подходящие модели перемежаемого поля.

С использованием дескрипторов вычислительной топологии в работе проведено сравнение модельных гауссовых и логнормальных полей с фоновым фотосферным случайным магнитным полем. Полученные результаты подтверждают существующие предположения о том, что фоновые случайные магнитные поля в фотосфере имеют логнормальный характер распределения.

В **Главе 4** рассматривается конкретный пример применения топологических дескрипторов сложности к анализу наблюдаемых случайных магнитных

полей фотосферы. Целью работы здесь является сравнение прогностической эффективности инвариантов, полученных в результате топологического анализа наблюдаемых НМІ магнитограмм, с морфологическими методами описания сложности магнитного поля.

Солнечная погода определяется возмущениями в потоках заряженных частиц солнечного ветра, которые могут нарушить работу космических аппаратов или вывести их из строя [29]. Главными источниками возмущений являются корональные выбросы масс (СМЕ) и большие солнечные вспышки. Поэтому вспышечные Активные Области (АО) и их прогноз стали главными объектами прикладных задач Солнечной Физики. Качество предсказания упомянутых событий зависит от выбора характеристик или дескрипторов наблюдаемых паттернов магнитного поля АО.

Эффективность предсказательной силы дескрипторов TDA мы рассмотрели на примере задачи прогноза времени до ближайшей вспышки (в часах) [6]. Для решения задачи регрессии времени до вспышки на признаках из топологических инвариантов можно использовать различные методы машинного обучения. В работе использовалась модификация метода опорных векторов для задачи регрессии (support vector regression или SVR [36]), как хорошо зарекомендовавший себя метод для решения задач и построения прогноза [33].

В качестве топологических характеристик сложности магнитных паттернов мы использовали так называемые числа Бетти – ранги первых двух групп гомологий, полученные в результате топологического анализа магнитограмм по лучу зрения (LOS – line of sight). Мы сравнивали их с физическими параметрами, представленными Space-weather НМІ Active Region Patches (SHARP-параметры). Эти параметры вычисляются онлайн на сайте Стэнфордской лаборатории по векторным магнитограммам (<http://jsoc.stanford.edu/doc/data/hmi/sharp/sharp.htm>) и представляют собой численные оценки модельных структур, которые, в некотором смысле, являются аналогами известных из физики плазмы величин: потоков, спиральности, и т.п.

Важным условием возможности использования топологических дескрипторов сложности случайного магнитного поля для прогноза сильных вспышечных событий на Солнце является отклик чисел Бетти на изменение динамического режима АО. На Рис. 3 в качестве примера представлены НМІ магнитограммы АО 11283 в разные моменты времени до вспышки X2.1 (6 сентября 2011 22:12). Справа от каждой магнитограммы можно наблюдать, как с течением времени, по мере приближения вспышки, происходит взаимное перераспределение максимумов сумм длин баркодов Бетти 0 и Бетти 1 в распределении по уровням напряженности магнитного поля.

Мы использовали данные НМІ/SDO за период 2010–2015 гг. для АО, которые продуцировали вспышки  $> M5.0$ . В указанном временном интервале нашлось 37 таких АО. Для обработки использовались фрагменты line of sight

магнитограмм размером 600x600 пикселей, с временным дискретом 1 час. Полная выборка содержала 5853 фрагментов. Для всех типов дескрипторов вектор признаков включал данные 3-х магнитограмм: текущей магнитограммы, магнитограмм за 12 и за 24 часа до нее.

Для возможности работы с алгоритмами регрессии на опорных векторах (SVR) были протестированы несколько вариантов векторного представления диаграмм персистентности: ранговые функции и персистентные изображения.

*Ранговые функции.* Для каждой магнитограммы строилось дискретное представление в виде ранговых функций [32] с закруглением 20x20. Схематически процесс их построения выглядел следующим образом.

Вначале для магнитограммы строились диаграммы персистентности (ДП) двух чисел Бетти. Затем, на сетке 200x200 в пространстве ДП с границами [-2000 Гс, 2000 Гс], каждому бину (ячейке) приписывалось значение, равное числу точек диаграммы персистентности, расположенных левее и выше ячейки на картинной плоскости. Далее производилось закругление до разрешения 20x20, для последующего векторного представления признаков в SVR.

Фактически ранговые функции представляют собой кумулятивные функции плотности распределения вероятностей. Результат такой векторизации диаграмм персистентности, на примере одной из магнитограмм АО 11158, приведен на Рис. 4. Такое представление для Бетти 0 и Бетти 1 содержит не по 400 элементов, а 210 уникальных значений (так как на диаграмме персистентности по определению все точки лежат не ниже диагонали). К ним вручную добавлялся еще один лингвистический признак – индикатор присутствия вспышек в АО до текущего момента времени.

*Персистентные изображения.* Персистентные изображения, наравне с ранговыми функциями, являются дискретным представлением для двух топологических дескрипторов Бетти 0 и Бетти 1. Схему их построения можно условно разбить на несколько этапов.

Вначале для магнитограмм строились диаграммы персистентности Бетти 0 и Бетти 1. Затем, на сетке 200x200 в пространстве диаграммы персистентности с границами [-2000 Гс, 2000 Гс], помечались бины (ячейки), содержавшие как минимум одну точку из диаграммы персистентности. Значения, выходящие за границы сетки, приписывались граничным бинам.

Полученные персистентные изображения для Бетти 0 и Бетти 1 размывались гауссовым фильтром. После этого выполнялось их закругление до разрешения 20x20 (этот шаг необходим для сокращения числа элементов в векторе признаков SVR). В таком виде персистентные изображения нормировались на 1, для представления в виде pdf (probability density function). Пример персистентных изображений для одной из магнитограмм АО 11261 представлен на Рис. 5. Такое представление для Бетти 0 и Бетти 1 содержит не по 400 элементов, а 210 уникальных значений. Для каждой из 3 магнитограмм в

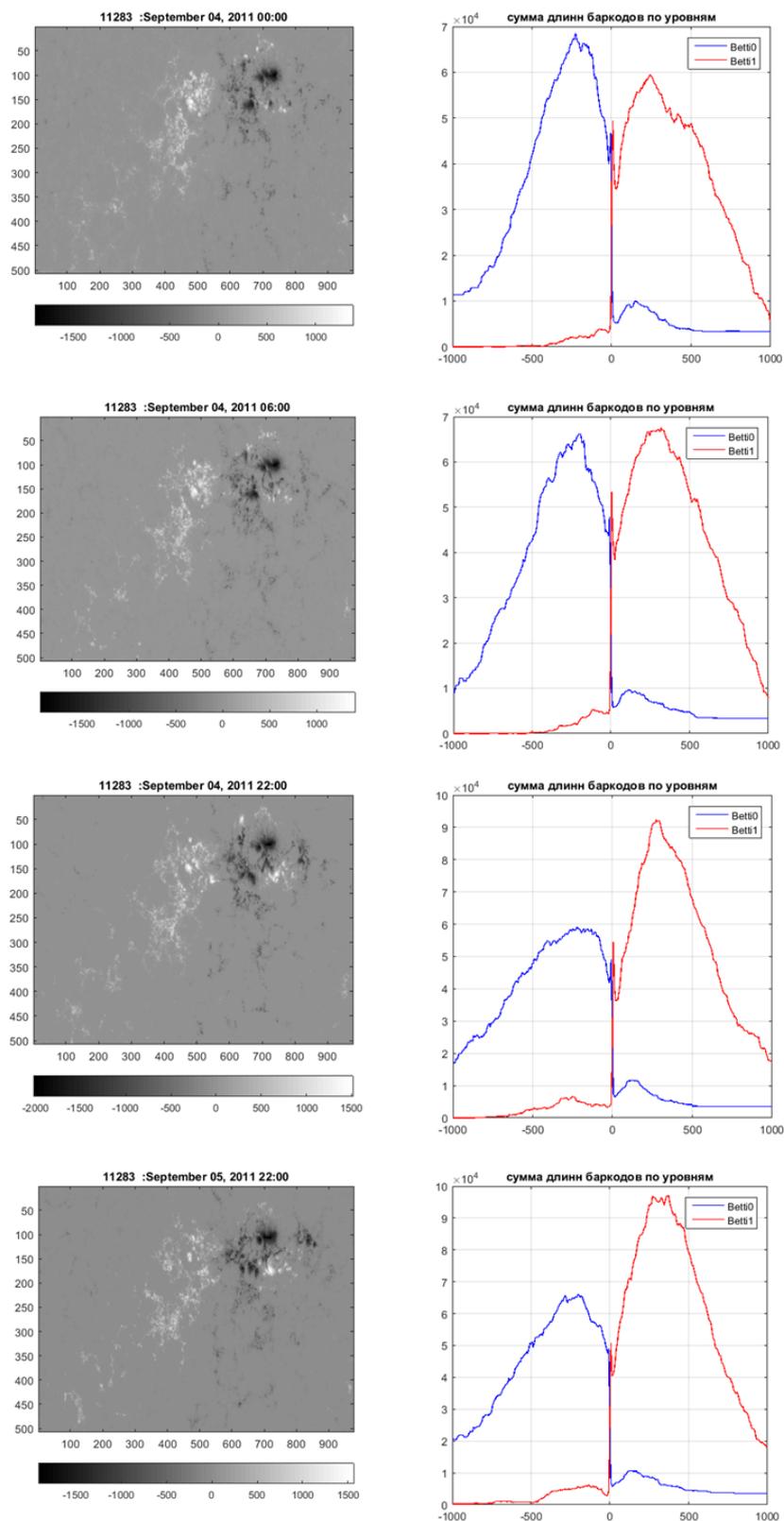


Рис. 3: Магнитограммы АО 11283 за 60, 54, 48 и 24 часа до вспышки X2.1 (6 сентября 2011 22:12). Справа от каждой магнитограммы представлены распределения сумм длин баркодов Бетти 0 и Бетти 1. По мере приближения вспышки происходит взаимное перераспределение максимумов сумм длин баркодов Бетти 0 и Бетти 1.

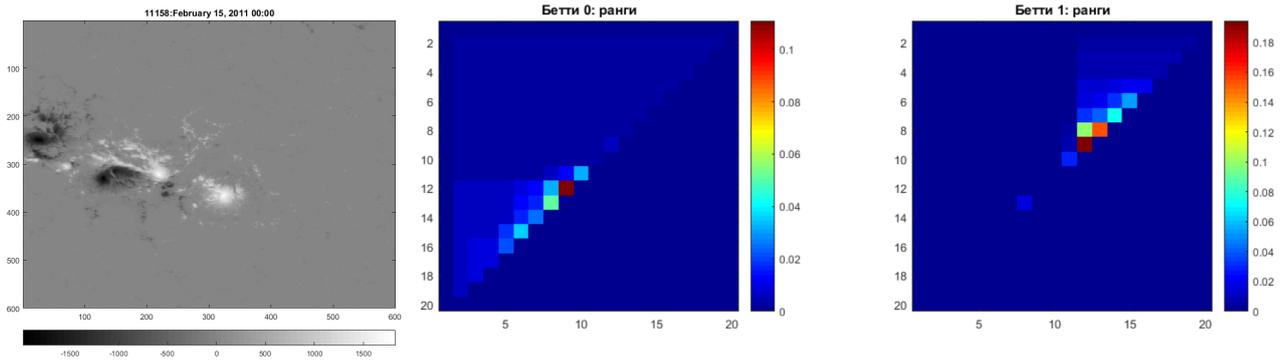


Рис. 4: Дискретное представление двух топологических дескрипторов, числа компонент и числа дырок, с использованием ранговых функций на примере АО 11158. Слева: исходная магнитограмма. В центре и справа: соответствующие ранговые функции Бетти 0 и Бетти 1 соответственно

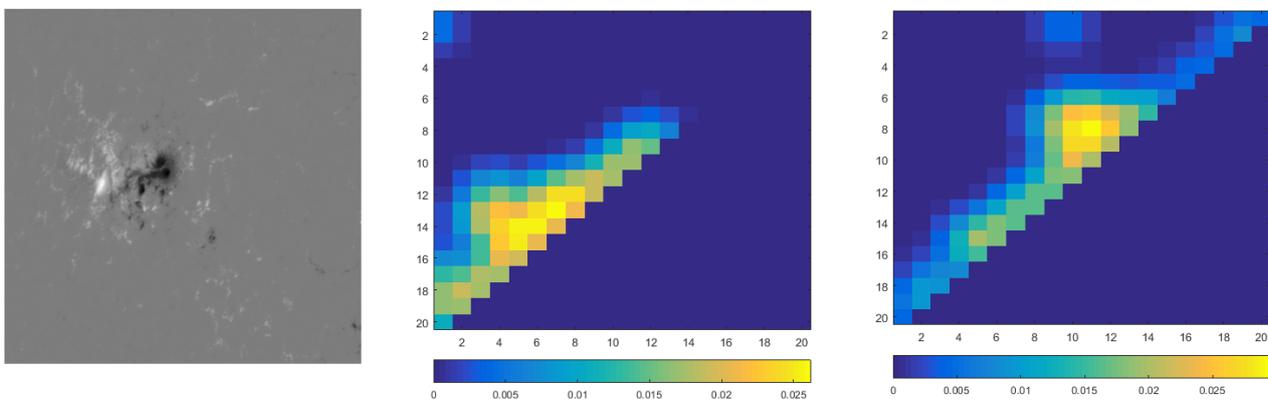


Рис. 5: Дискретное представление двух топологических дескрипторов, числа компонент и числа дырок, с использованием персистентных изображений на примере АО 11261. Слева: исходная магнитограмма. В центре и справа: соответствующие персистентные изображения Бетти 0 и Бетти 1 соответственно

векторе признаков использовалось дискретное представление персистентных изображений (420 значений) и один элемент – индикатор присутствия вспышек в АО до текущего момента времени.

В качестве вектора признаков на вход алгоритма SVR мы отправляли данные о трех магнитограммах: текущей магнитограммы, магнитограмм за 12 и за 24 часа до нее. При таком подходе суммарная длина вектора признаков составляла  $3 \cdot 420 + 1 = 1263$  элемента.

*SHARP параметры.* SHARP означает Spaceweather HMI Active Region Patch. SHARP параметры представляют собой серию данных, которая содержит различные величины, вычисленные из векторных фотосферных магнитограмм, и хранятся в заголовке файлов FITS (<http://jsoc.stanford.edu/doc/data/hmi/sharp/sharp.htm>). Всего имеется 31 сегмент данных, включающих все компоненты напряженности векторного магнитного поля, токи, градиенты, знаковые и беззнаковые магнитные потоки, спиральность и т.п. Мы использовали выборку из 18 SHARP параметров,

Таблица 1: Сравнение результатов прогноза времени до вспышки ранговых функций, персистентных изображений и SHARP параметров

	Коэффициент корреляции R (max=1)	Средняя относительная ошибка RME (часы)	Средняя абсолютная ошибка MAE (часы)	Среднеквад- ратическая ошибка RMSE (часы)
Ранговые функции	0.61	-6.43	30.6	38.6
Персистент. изображения	0.53	-8.6	33.7	41.4
SHARP параметры	0.57	-31.4	34.8	43.8

обладающих наибольшей предсказательной эффективностью [18].

Параметры SHARP вычисляются не для всего диска, а для отдельных областей, помеченных соответствующим номером HARP, которые формируются в автоматическом режиме для АО. SHARP параметры вычисляются каждые 12 минут.

Для некоторых АО имеется однозначное соответствие номера в системах HARP (HMI Active Region Patch Number) и NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration), а некоторые HARP номера содержат вклад от двух и более NOAA активных областей.

*Результаты.* В нашей базе присутствовало 18 АО, где имело место однозначное соответствие номеров HARP и NOAA. Обучающая выборка была представлена 14 АО, а тестовая – 4 АО. Для того, чтобы избежать эффекта переобучения, разбиение на обучающую и тестовую выборки выполнялось для магнитограмм не в произвольном порядке, а по принадлежности к АО. Вектор признаков содержал данные о 3-х магнитограммах: текущей магнитограммы, магнитограмм за 12 и 24 часа до нее.

В таблице 1 результаты представлены для одинакового разбиения АО на обучающую и тестовую выборки во всех экспериментах (обучающая выборка – 14 АО, тестовая – 4 АО). Данный пример необходим, чтобы создать для сравниваемых дескрипторов максимально близкие условия.

В таблице 2 приведены результаты прогноза, усредненные по 10 случайным разбиениям на обучающую и тестовую выборки. В этом случае в каждом эксперименте участвует уникальный набор выборок, что несколько затрудняет сравнение относительных результатов, но делает полученные абсолютные значения характеристик более объективными.

В результате оценки регрессии времени до вспышки на топологических признаках мы получили значение коэффициента, характеризующего эффективность выбранной регрессии на тестовой выборке,  $R=0.61$ , при максимально возможном его значении  $R=1$ . Значения среднеквадратической ошибки, средней абсолютной и средней относительной ошибки прогноза пред-

Таблица 2: Сравнение усредненных (по 10 случайным выборкам) результатов прогноза времени до вспышки ранговых функций, персистентных изображений и SHARP параметров

	Коэффициент корреляции R (max=1)	Средняя относительная ошибка RME (часы)	Средняя абсолютная ошибка MAE (часы)	Среднеквад- ратическая ошибка RMSE (часы)
Ранговые функции	$0.46 \pm 0.13$	$4.6 \pm 15.7$	$43.9 \pm 4.9$	$55.4 \pm 5.6$
Персистент. изображения	$0.36 \pm 0.17$	$-4.4 \pm 20.2$	$50.1 \pm 6.9$	$62.2 \pm 7.2$
SHARP параметры	$0.26 \pm 0.06$	$-4.5 \pm 11.1$	$51.1 \pm 4.4$	$63.9 \pm 6.4$

ставлены в Таблице 1. Полученные значения среднеквадратической ошибки  $RMSE = 38.6$  часов даже несколько лучше результатов, полученных с использованием морфологических дескрипторов [6]. При этом положительное значение средней относительной ошибки, аналогичное полученному в работе [6], указывает на систематическую недооценку регрессией времени до вспышки. Иными словами, предсказанное время возникновения вспышки опережает действительное.

Результаты регрессии на топологических характеристиках и регрессии на основе SHARP параметров указывают на то, что модель, основанная на топологическом описании, незначительно превосходит модель, основанную на векторных параметрах. Также этот результат указывает на то, что эффективность предсказания больших вспышек, основанного на топологических дескрипторах LOS магнитограмм, по меньшей мере не хуже, чем результаты прогностических схем, основанных на векторных признаках.

Важно отметить бóльшую устойчивость результатов прогноза с топологическими дескрипторами сложности случайного поля к процедуре «встряхивания» обучающей и тестовой выборки в сравнении с SHARP параметрами. Данный результат дает основание предполагать о, возможно, большей эффективности применения именно универсальных топологических инвариантов для построения системы прогноза сильных вспышек в реальном времени.

В **Заключении** приведены основные результаты диссертационной работы.

Листинг основных программ вынесен в Приложение.

## Публикации по теме диссертации

Материалы диссертации опубликованы в 11 работах, из них 6 статей – в рецензируемых журналах (помечены \*), включённых в список рекомендованных ВАК, 3 работы – в сборниках трудов конференций.

Основные результаты диссертации изложены в следующих работах:

[A1\*]. Knyazeva, I.S., Makarenko, N.G., **Urt'ev, F.A.** "Comparison of the dynamics of active regions by methods of computational topology" *Geomagnetism and Aeronomy*, Vol 55, 8, 2015, p.1134-1140

[A2]. Knyazeva, I.S., Makarenko, N.G., **Urtiev, F.A.** "The Dynamical Regime of Active Regions via the Concept of Persistent Homology" *Physics Procedia*, Vol 74, 2015, p. 363-367

[A3\*]. Knyazeva, I.S., Makarenko, N.G., Makarenko, I., Vdovina, A., **Urtiev, F.A.** "Analysis of the Solar magnetograms evolution using a spectral gap of critical nets" *Journal of Physics: Conference Series*, Vol 738, 1, 2016

[A4\*]. Макаренко Н.Г., **Уртъев Ф.А.**, Князева И.С., Малкова Д.Б., Пак И.Т., Каримова Л.М. "Распознавание текстур на цифровых изображениях методами вычислительной топологии" *Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса*, Т. 12., 1, 2015, с.131-144

[A5]. Knyazeva, I., Makarenko, I., **Urtiev, F.** "Diagnosis of Dynamic Regimes of Chaotic Systems by Methods of Topological Data Analysis" *9thCHAOS Conference Proceedings 23-26 May 2016, Senate House, University of London UK*, 2016

[A6]. Knyazeva, I.S., Nagovitsyn Yu.A., **Urt'ev F.A.**, Makarenko N.G. "Topological diagnostics of the cyclic component of the time series associated with helium" *Geomagnetism and Aeronomy*, Vol 56, 7, 2016, p. 853-857

[A7\*]. **Urtiev, F.A.**, Platonov, K.Yu., Fleishman, G.D. "Resonant transition radiation in plasma with magnetic inhomogeneities" *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 102, 1, 2006, p. 96-103

[A8\*]. Fleishman, G. D., **Urtiev, F.A.** "Gamma-ray burst spectral parameters within the fireball model" *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Vol 406, 1, 2010, p. 644-655

[A9\*]. Fleishman, G. D., **Urtiev, F.A.** "GRB spectral parameter modeling" *Advances in Plasma Astrophysics, Proceedings of the International Astronomical Union, IAU Symposium*, Vol 274, 2011, p. 243-245

[A10]. Флейшман Г.Д., **Уртъев Ф.А.** "Физические параметры гамма-всплесков" *Труды X Конференции молодых ученых «Современные проблемы в астрофизике и физике космической плазмы». БШФФ-2007, ИСЗФ СО РАН, Иркутск, 2009, с.250-252.*

[A11]. Флейшман Г.Д., **Уртъев Ф.А.** "Низкочастотное галактическое излучение" *Труды XI Конференции молодых ученых «Гелио- и геофизические исследования». БШФФ-2009, ИСЗФ СО РАН, Иркутск, 2009, с.293-295.*

## Список литературы

- [1] A Comparison of Flare Forecasting Methods. I. Results from the All-Clear Workshop / G. Barnes, K. D. Leka, C. J. Schrijver et al. // *ApJ*. — 2016. — Vol. 829. — P. 89.

- [2] *Adler R., Taylor J. E.* Topological Complexity of Smooth Random Functions: École d'Été de Probabilités de Saint-Flour XXXIX-2009. Lecture Notes in Mathematics.— Springer Berlin Heidelberg, 2011. <https://books.google.de/books?id=mOqMOZ4NToUC>.
- [3] *Aitchison J., Brown J.* The Log-normal Distribution. — 1957.
- [4] Alpha, Betti and the Megaparsec Universe: on the Topology of the Cosmic Web / R. van de Weygaert, G. Vegter, H. Edelsbrunner et al. // *ArXiv e-prints*. — 2013.
- [5] BATSE observations of gamma-ray burst spectra. I - Spectral diversity / D. Band, J. Matteson, L. Ford et al. // *ApJ*. — 1993. — Vol. 413. — Pp. 281–292.
- [6] *Boucheron L. E., Al-Ghraibah A., McAteer R. T. J.* Prediction of Solar Flare Size and Time-to-Flare Using Support Vector Machine Regression // *ApJ*. — 2015. — Vol. 812. — P. 51.
- [7] *Bret A., Firpo M.-C., Deutsch C.* Collective electromagnetic modes for beam-plasma interaction in the whole k space // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. 70, no. 4. — P. 046401.
- [8] *Carlsson G.* Topology and data // *Bull. of the Amer. Mathem. Soc.* — 2009. — Vol. 46, no. 2. — Pp. 255–308.
- [9] Cosmic Electrodynamics / Ed. by G. D. Fleishman, I. N. Toptygin. — Vol. 388 of *Astrophysics and Space Science Library*, 2013.
- [10] *Edelsbrunner H., Harer J.* Computational topology: an introduction. — American Mathematical Soc., 2010.
- [11] *Fleishman G. D.* Diffusive Synchrotron Radiation from Relativistic Shocks in Gamma-Ray Burst Sources // *ApJ*. — 2006. — Vol. 638. — Pp. 348–353.
- [12] *Fleishman G. D.* Generation of Emissions by Fast Particles in Stochastic Media // Geospace Electromagnetic Waves and Radiation / Ed. by J. W. Labelle, R. A. Treumann. — Vol. 687 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag. — 2006. — P. 87.
- [13] *Fleishman G. D., Bietenholz M. F.* Diffusive synchrotron radiation from pulsar wind nebulae // *MNRAS*. — 2007. — Vol. 376. — Pp. 625–633.
- [14] *Fleishman G. D., Toptygin I. N.* Diffusive radiation in Langmuir turbulence produced by jet shocks // *MNRAS*. — 2007. — Vol. 381. — Pp. 1473–1481.
- [15] *Ghrist R.* Barcodes: the persistent topology of data // *Bulletin of the American Mathematical Society*. — 2008. — Vol. 45, no. 1. — Pp. 61–75.

- [16] *Ginzburg V. L., Tsytovich V. N.* Transition radiation and transition scattering. Some theoretical questions. — 1984.
- [17] *Hededal C. B., Nishikawa K.-I.* The Influence of an Ambient Magnetic Field on Relativistic collisionless Plasma Shocks // *ApJ*. — 2005. — Vol. 623. — Pp. L89–L92.
- [18] *Ilonidis S., Bobra M., Couvidat S.* Solar Flare Predictions Using Time Series of SDO/HMI Observations and Machine Learning Methods // *IAU General Assembly*. — 2015. — Vol. 22. — P. 2258117.
- [19] *Jaroschek C. H., Lesch H., Treumann R. A.* Self-consistent Diffusive Lifetimes of Weibel Magnetic Fields in Gamma-Ray Bursts // *ApJ*. — 2004. — Vol. 616. — Pp. 1065–1071.
- [20] *Kirk J. G., Reville B.* Radiative Signatures of Relativistic Shocks // *ApJ*. — 2010. — Vol. 710. — Pp. L16–L20.
- [21] *Kumar P., McMahon E.* A general scheme for modelling  $\gamma$ -ray burst prompt emission // *MNRAS*. — 2008. — Vol. 384. — Pp. 33–63.
- [22] *Lewis G. M., Austin P. H.* An iterative method for generating scaling log-normal simulations // Proc. of the 11th conf. on Atmospheric Radiation. — 2002. — Pp. 3–7.
- [23] Particle Acceleration and Magnetic Field Generation in Electron-Positron Relativistic Shocks / K.-I. Nishikawa, P. Hardee, G. Richardson et al. // *ApJ*. — 2005. — Vol. 622. — Pp. 927–937.
- [24] Particle Acceleration in Relativistic Jets Due to Weibel Instability / K.-I. Nishikawa, P. Hardee, G. Richardson et al. // *ApJ*. — 2003. — Vol. 595. — Pp. 555–563.
- [25] Peremegaemost v sluchainoi srede / Y. B. Zeldovich, S. A. Molchanov, A. A. Razumaikin, D. D. Sokolov // *UFN*. — 1987. — Vol. 152, no. 5. — Pp. 3–32.
- [26] Persistence Images: A Stable Vector Representation of Persistent Homology / H. Adams, S. Chepushtanova, T. Emerson et al. // *ArXiv e-prints*. — 2015.
- [27] *Piran T.* Magnetic Fields in Gamma-Ray Bursts: A Short Overview // Magnetic Fields in the Universe: From Laboratory and Stars to Primordial Structures. / Ed. by E. M. de Gouveia dal Pino, G. Lugones, A. Lazarian. — Vol. 784 of *American Institute of Physics Conference Series*. — 2005. — Pp. 164–174.
- [28] *Platonov K. Y., Fleishman G. D.* Perekhodnoe izluchenie v sluchaino-neodnorodnih sredah // *UFN*. — 2002. — Vol. 172, no. 3. — Pp. 241–300.

- [29] Power law distribution in statistics of failures in operation of spacecraft onboard equipment / L. M. Karimova, O. A. Kruglun, N. G. Makarenko, N. V. Romanova // *Cosmic Research*. — 2011. — Vol. 49. — Pp. 458–463.
- [30] *Qahwaji R., Colak T.* Automatic Short-Term Solar Flare Prediction Using Machine Learning and Sunspot Associations // *Solar Phys.* — 2007. — Vol. 241. — Pp. 195–211.
- [31] Raspoznavanie tekstur na tsifrovih izobrazheniah metodami vichislitelnoi topologii / N. G. Makarenko, F. Urtiev, I. S. Knyazeva et al. // *Sovrem. Problem. Dist. Zond. Zemli iz Kosmosa*. — 2015. — Vol. 12. — Pp. 131–144.
- [32] *Robins V., Turner K.* Principal component analysis of persistent homology rank functions with case studies of spatial point patterns, sphere packing and colloids // *Physica D Nonlinear Phenomena*. — 2016. — Vol. 334. — Pp. 99–117.
- [33] *Sapankevych N. I., Sankar R.* Time Series Prediction Using Support Vector Machines: A Survey // *IEEE Comp. Intel. Mag.* — 2009. — Vol. 4, no. 2. — Pp. 24–38.
- [34] *Sari R.* Gamma Ray Bursts and Their Afterglows // *Relativistic Jets: The Common Physics of AGN, Microquasars, and Gamma-Ray Bursts* / Ed. by P. A. Hughes, J. N. Bregman. — Vol. 856 of *American Institute of Physics Conference Series*. — 2006. — Pp. 33–56.
- [35] Self-Organization of a Plasma due to 3D Evolution of the Weibel Instability / D. V. Romanov, V. Y. Bychenkov, W. Rozmus et al. // *Physical Review Letters*. — 2004. — Vol. 93, no. 21. — P. 215004.
- [36] *Smola A. J., Schölkopf B.* A tutorial on support vector regression // *Statistics and Computing*. — 2004. — Vol. 14, no. 3. — Pp. 199–222. <https://doi.org/10.1023/B:STCO.0000035301.49549.88>.
- [37] The BATSE Gamma-Ray Burst Spectral Catalog. I. High Time Resolution Spectroscopy of Bright Bursts Using High Energy Resolution Data / R. D. Preece, M. S. Briggs, R. S. Mallozzi et al. // *ApJS*. — 2000. — Vol. 126. — Pp. 19–36.
- [38] The Complete Spectral Catalog of Bright BATSE Gamma-Ray Bursts / Y. Kaneko, R. D. Preece, M. S. Briggs et al. // *ApJS*. — 2006. — Vol. 166. — Pp. 298–340.
- [39] *Toptygin I. N., Fleishman G. D.* A role of cosmic rays in generation of radio and optical radiation by plasma mechanics // *Astroph. Space Sci.* — 1987. — Vol. 132. — Pp. 213–248.

- [40] *Weibel E. S.* Spontaneously Growing Transverse Waves in a Plasma Due to an Anisotropic Velocity Distribution // *Physical Review Letters*. — 1959. — Vol. 2. — Pp. 83–84.