

## Исследование геодинамических рядов методом главных компонент

В.Л.Горшков, Н.О.Миллер, Н.Р.Персиянинова, Е.Я.Прудникова

*В работе продемонстрирована возможность выделения из рядов параметров вращения Земли (ПВЗ) основных составляющих движения полюса и неравномерности вращения Земли методом, разработанным и программно реализованным в Санкт-Петербургском государственном университете и названном авторами “Гусеница” [1]. Метод позволяет выделять и исследовать не только регулярные (периодические) и непериодические (трендовые) составляющие, но и такие квазирегулярные составляющие, как чандлеровское движение полюса. Этим методом можно получать значения вариаций средней широты на достаточно малой длине реализации, не теряя информации на её концах.*

И. В основе метода, опубликованного ещё в 1971 году [2], лежит преобразование одномерного временного ряда длины  $N$  в многомерный. Задав шаг числом  $M < N/2$  (лаг или длина “гусеницы”), значениями исходного ряда последовательно заполняют строки матрицы  $\mathbf{X}$ . При этом первая строка содержит первые  $M$  элементов ряда, вторая – со второго элемента по  $M+1$  и так далее, пока ряд не исчерпается. После центрировки по столбцам и соответствующей нормировки вычисляется корреляционная матрица  $\mathbf{R} = \mathbf{X}\mathbf{X}^T$ , сингулярное разложение которой  $\mathbf{R} = \mathbf{P}\mathbf{L}\mathbf{P}^T$  даёт диагональную матрицу собственных чисел  $\mathbf{L}$  и ортогональную матрицу собственных векторов  $\mathbf{P}$  матрицы  $\mathbf{R}$ . Главные компоненты исходной матрицы  $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\mathbf{P}$  могут быть исследованы и, что особенно важно при дальнейшем восстановлении по ним исходного ряда, визуализированы и ранжированы в порядке возрастания их вклада в исходный ряд. Это позволяет интерактивно производить непосредственный поиск гармонических компонент, фильтрацию или сглаживание ряда, выбирая соответствующие значимые компоненты  $\mathbf{Y}_i$ . Ввиду ортогональности матрицы  $\mathbf{P}$  можно восстановить матрицу  $\mathbf{X} = \mathbf{Y}\mathbf{P}^T$ , используя при этом выбранные главные компоненты  $\mathbf{Y}_i$ .

Не вдаваясь в детали этого метода, достаточно подробно описанного в [1], можно отметить, что анализ главных компонент является ядром факторного анализа и анализа сингулярного спектра. Кроме того, данный ме-

тод имеет определённые аналогии с вэйвлет анализом и динамическим (оконным) Фурье анализом (если ряд состоит из набора строго гармонических компонент, то, фактически, осуществляется разложение в ряд Фурье). Наиболее важные преимущества данного метода состоят в следующем: 1) базовые функции метода порождаются исследуемым рядом, так как являются собственными векторами  $\mathbf{R}$ , 2) имеется возможность восстановления ряда по информативным компонентам, исследование которых интерактивно доступно, 3) возможна оценка не только частоты и амплитуды гармонических компонент анализируемого ряда, но и их фазы, 4) имеется возможность многовариантного прогноза.

Эмпирический параметр  $M$  в методе “Тусеница” играет роль управляющего параметра при решении вышеперечисленных задач. При увеличении  $M$  для каждого конкретного ряда находится такое его значение, после которого не происходит существенных изменений в главных компонентах. Таким образом, можно определить наибольшие периодические (не обязательно гармонические) компоненты исследуемого ряда. При использовании  $M$ , которое значительно меньше характерной ритмичности ряда (в пределе при  $M=2$ ), фактически происходит его сглаживание, если восстанавливать его по первой, как правило, трендовой компоненте. Периодические составляющие исследуемого ряда образуют хорошо графически различимую пару компонент  $\mathbf{Y}$  (фигуры Лиссажу).

**II.** При работе с геодинамическим рядами часто возникает необходимость вычленив ту или иную компоненту или освободить ряд от всех значимых компонент, то есть получить остатки. В рядах ПВЗ, в частности, сделать это не просто ввиду некоторой нерегулярности почти всех компонент сезонного характера и тем более таких, которые обусловлены климатическими глобальными явлениями как, например, Эль-Ниньо. Это относится и к чандлеровскому колебанию полюса. При исследовании рядов для этой цели обычно используют динамический спектральный или вэйвлет анализ. В годовых отчётах IERS для этой цели используется алгоритм CENSUS X-11 [3].

Результат восстановления сезонной, чандлеровской и вековой компонент этим методом приведён на рис.1а для  $\mathbf{Y}$  координаты полюса ряда C01(IERS) [4]. На рис. 1б для того же ряда восстановление проведено методом “Тусеница” при  $M=480$ , что соответствует 24-летнему лагу, соразмерному основным составляющим движения полюса.

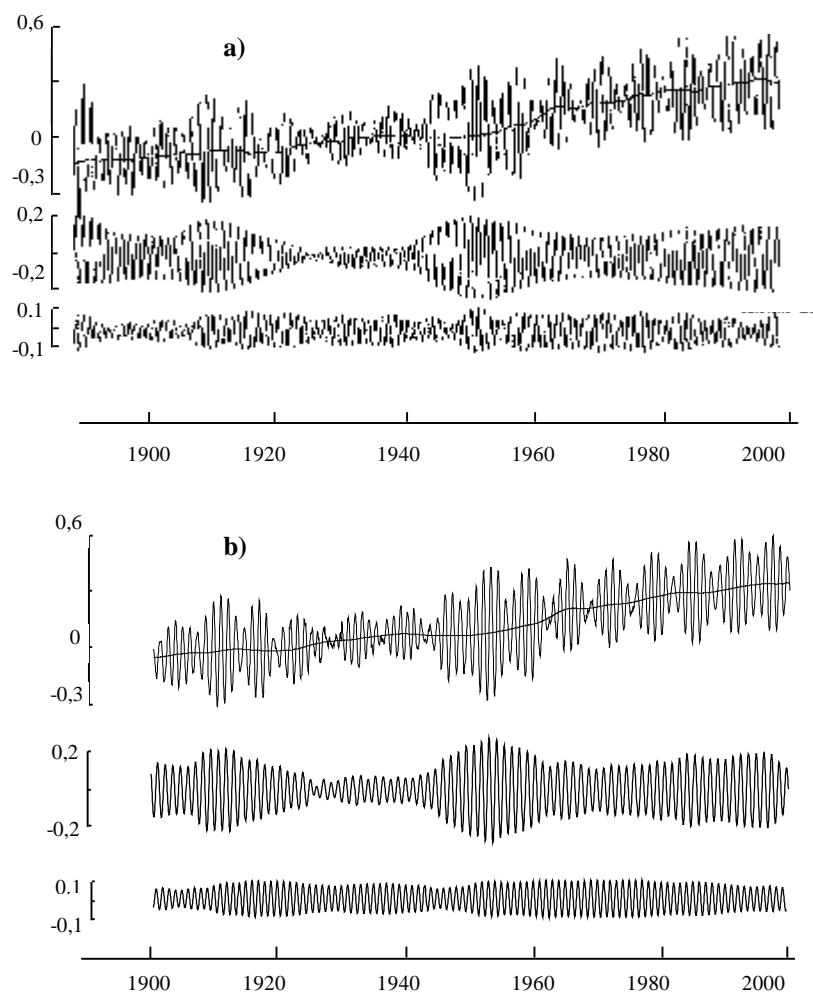


Рис.1. Y составляющая координаты полюса (EOP(IERS)C04)

- а) Восстановлены вековая, чандлеровская и сезонные компоненты с помощью CENSUS X-11.
- б) Те же компоненты восстановлены с помощью «Гусеницы».

Наибольшее отличие заметно на сезонной компоненте. Видно, что CENSUS X-11 оставляет в сезонной компоненте незначительную модули-

рованность чандлеровской компонентой. Помимо приведённых на рис. 1б компонент выделяются две квазигармонические (с затуханием и потерей фазы) компоненты в обеих координатах полюса с периодом около 1.3 года и амплитудой до 30 mas и с периодом около 1.7 и амплитудой до 10 mas.

Более информативным оказалось разложение ряда продолжительности суток (LOD) из C04 (IERS) [4] ввиду наличия в нём большого количества почти гармонических компонент. Помимо сезонных осцилляций, выделились многие приливные зональные компоненты (ввиду сильной децимации ряда – только превышающие 20 дней). После удаления из исходного ряда LOD всех 62 приливных членов (трансформация LOD в LODS) годовичная и полугодовая компоненты чётко разделились. Полугодовая компонента (0.28 ms) практически равна годовичной (0.32 ms), которая имеет примерно 5% модуляцию амплитуды с периодом около 8 лет. Оставшиеся компоненты сильно модулированы по амплитуде, включая компоненту 0.3 года (0.07ms), и, вероятно, должны быть отнесены к стохастическим остаткам.

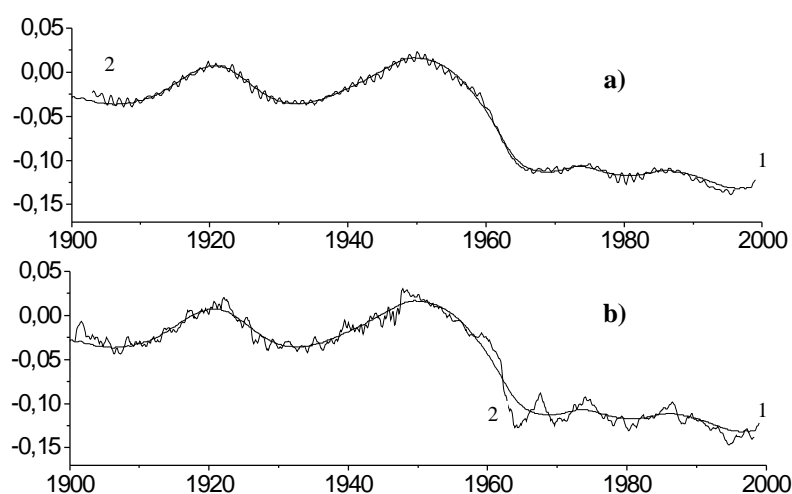


Рис.2. Сравнение средней широты а) 1 – метод «Гусеница», 2 – скользящее среднее по шестилеткам; б) 1 – метод «Гусеница», 2 –метод Орлова.

**III.** Для того, чтобы получить из многолетних широтных рядов геофизически значимую информацию, необходимо разложить ряды на компоненты и проанализировать их. Метод «Гусеница» позволяет быстро осуществить визуальный анализ компонент, представляемых в виде фигур Лиссажу, на периодичность и исследовать их характер и взаимодействие.

Изменения средней широты, чандлеровская и годовая компоненты были выделены и восстановлены из рядов изменения широты, полученных по координатам полюса C01(IERS) и по наблюдениям с ЗТФ-135. Обычно изменение средней широты вычисляется методами скользящего среднего с нужными коэффициентами для удаления периодических составляющих.

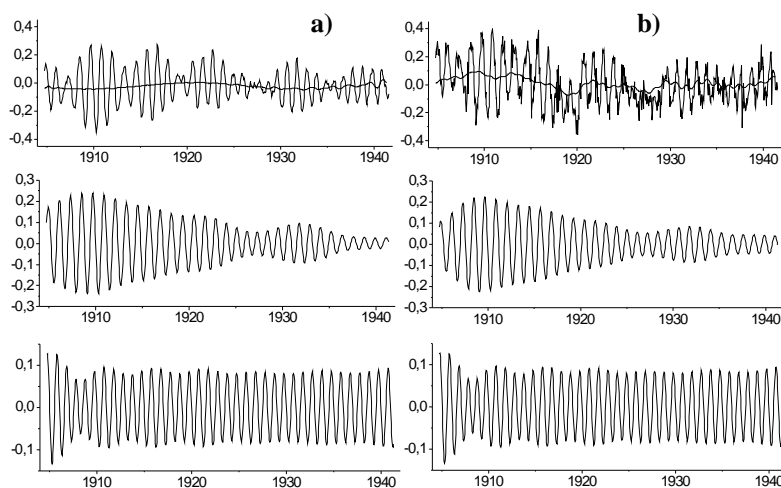


Рис.3. Восстановленные компоненты за 1904-1941г. а) по международным данным; б) по наблюдениям с ЗТФ-135.

Предлагаемый метод позволяет решить эту задачу. О степени гладкости полученной кривой можно судить по рис.2. Явное преимущество этот метод даёт в тех случаях, когда исследуемый ряд имеет небольшое число точек, т.к. в этом случае не теряется информация на концах исследуемого ряда. На рис. 3 приводятся результаты за период 1904-1941гг., а на рис.4 – за период 1948-1999гг. Восстановление проведено методом «Гусеница» при  $M=240$ , для международных данных и  $M=360$  для наблюдений, что соответствует 12 и 18-летнему лагу соответственно. Очевидно, что данные, по-

лученные на одном инструменте, более зашумлены, так как содержат различные ошибки наблюдений. Тем не менее, пользуясь этим методом, удаётся достаточно хорошо выделить различные компоненты, увеличив длину «Гусеницы». Чандлеровская составляющая разделяется на две компоненты, в средних изменениях широты чётко выделяются три компоненты.

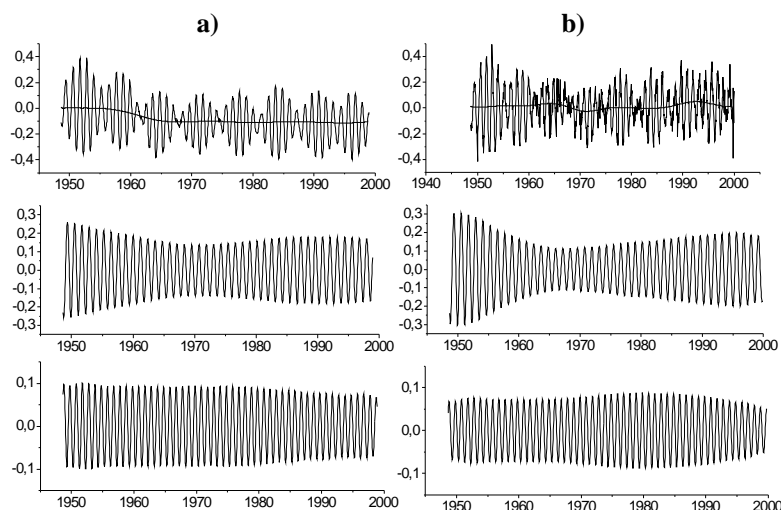


Рис.5. Восстановленные компоненты за 1948-1999гг. а) по международным данным; б) по наблюдениям с ЗТФ-135.

Наибольший вклад в исходный ряд даёт первая компонента чандлеровской составляющей ( $\approx 60\%$ ), затем: годовая компонента ( $\approx 16-20\%$ ), вторая компонента чандлеровской составляющей ( $\approx 5-9\%$ ), медленные изменения ( $\approx 0.5-1\%$ ). Кроме выше названных компонент чётко выделяются также составляющие имеющие квазипериодический характер ( $\approx 0.2-0.5\%$ ) с периодами  $\approx 0.55$  года;  $\approx 0.8$  года и амплитудами около  $0.02$ ”.

В настоящей работе метода “Гусеница” используется для выделения периодических (необязательно гармонических) колебаний. Однако метод может использоваться для отыскания скрытых периодичностей, сглаживания исходного ряда. Кроме того возможно его использование для задач прогнозирования.

### **Литература**

1. Данилов Д.Л., Жиглявский А.А. (ред), (1997), Главные компоненты временных рядов: метод “Гусеница”, СПбГУ, 308 с.
2. Белонин М.Д., Татаринов И.В., Калинин О.М. и др., (1971), Факторный анализ в нефтяной геологии, М., ВИЭМС.
3. Shishkin J., Young A., Musgrave J., (1965), The X-11 variant of the Census method II seasonal adjustment program, US Dept. of Commerce, Bureau of the Census, Technical Paper No15.
4. 1984-1998 IERS Annual Report, Obs. de Paris.

### **Geodynamical Sets Investigation by Principal Component Analysis Gorshkov V.L., Miller N.O. , Persijaninova N.R., Prudnikova E. Ja. Summary**

*On the base of sets of the Earth rotation parameters there is shown a possibility of excluding principal components of polar motion and Earth rotation by the method which was represented and realized in program in SPb University [1]. This method (called by their authors “Caterpillar”) permits to exclude and investigate not only regular (periodical) and irregular (trend) components but also such quasiregular components as Chandlerian polar motion. This method permits to obtain mean latitude variations on comparatively small realisation without loss of information.*