

ФФК 2013:Совещание по прецизионной физике
и фундаментальным физическим константам
7-11 октября, 2013, Санкт-Петербург

**Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$
в уровни энергии
легких мюонных атомов**

Е. Ю. Корзинин, В. Г. Иванов, С. Г. Каршенбойм

*ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, Санкт-Петербург,
ГАО Пулково, Санкт-Петербург,
Max-Planck-Institut für Quantenoptik, Garching, Germany*

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Мы продолжаем последовательную проверку КЭД вкладов в лэмбовский сдвиг в μH , μD и μHe^+
- Значительная часть КЭД вкладов в мюонные атомы может быть получена рескелингом теории для обычного атома водорода
- Однако существует ряд специфических поправок, которые требуют самостоятельного исследования.
- К ним относятся поправки на эффекты связанные с электронной поляризацией вакуума. $m_\mu/m_e \approx 207$

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Характерный атомный импульс в мюонных атомах

$$(Z\alpha)m_\mu \sim m_e$$

поэтому ведущий вклад eVP нерелятивистский

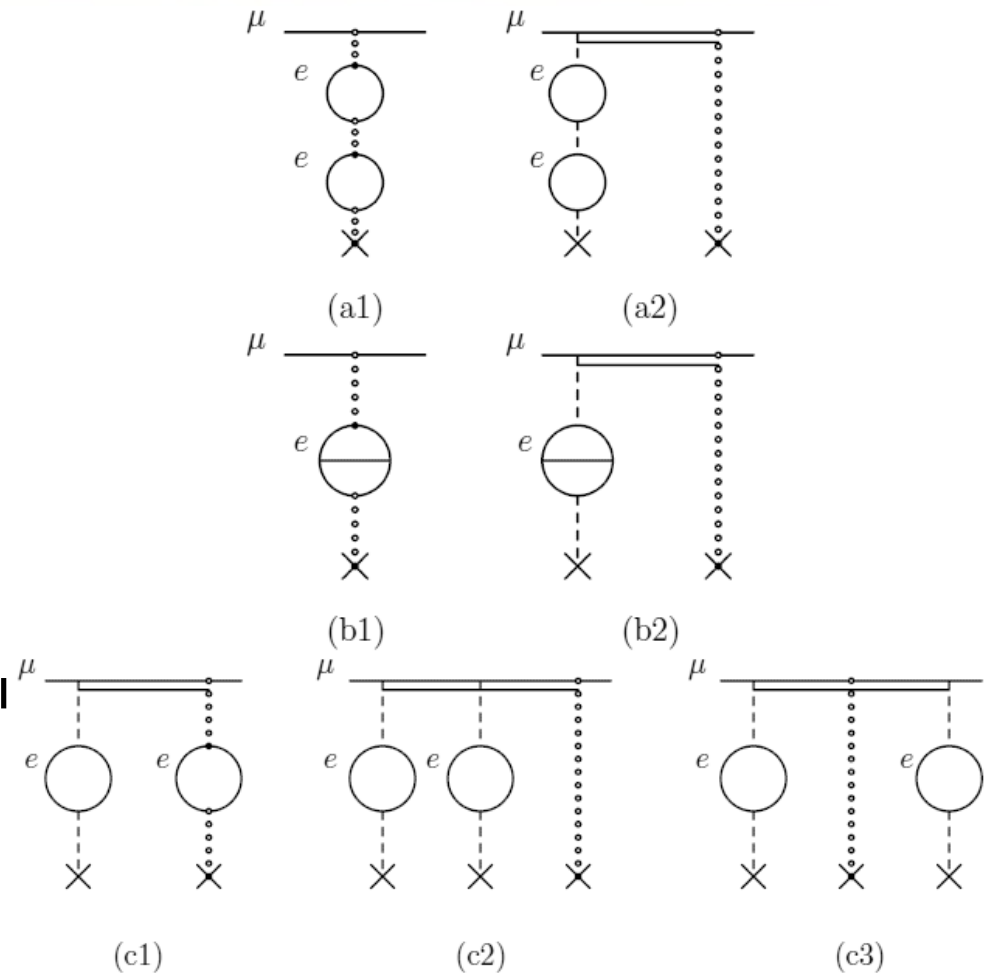
- Малые параметры: $\frac{m_e^2}{m_\mu^2} \sim (Z\alpha)^2$

- Таким образом в интересующем на порядке малости есть:

- Ведущие релятивистские поправки с eVP
- Нерелятивистские поправки, подавленные по $(m_e/m_\mu)^2$

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Релятивистский вклад диаграмм с eVP второго порядка
- Ранее не вычислялись
- Диаграммы нижней строки наиболее сложны для вычислений из-за наличия p^4 в потенциале Брейта
- Будут подробно рассмотрены в докладе В.Г. Иванова

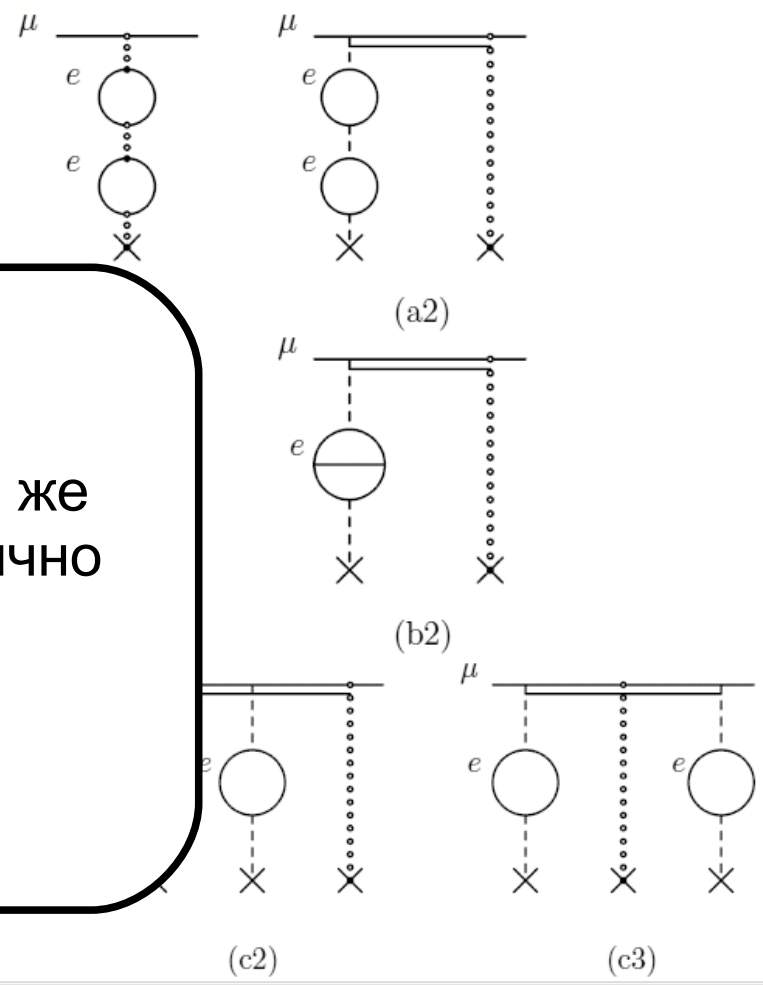


Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Релятивистский вклад
- Диаграмм с eVP второго порядка

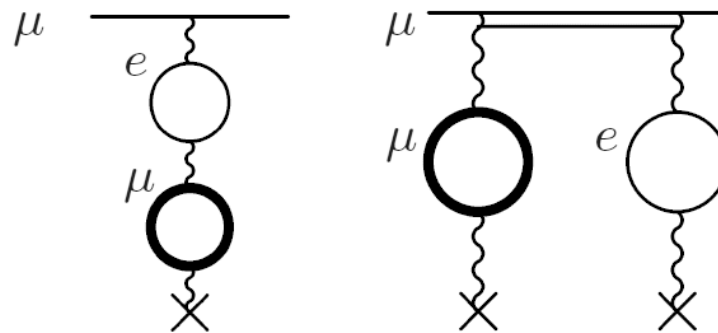
- Ране
- Диа
- наи
- выч
- в по
- Буд
- в до

Далее будет обзор вкладов того же порядка малости, которые частично были исследованы в работах других авторов



Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Вклад eVP с учетом мюонной поляризации вакуума

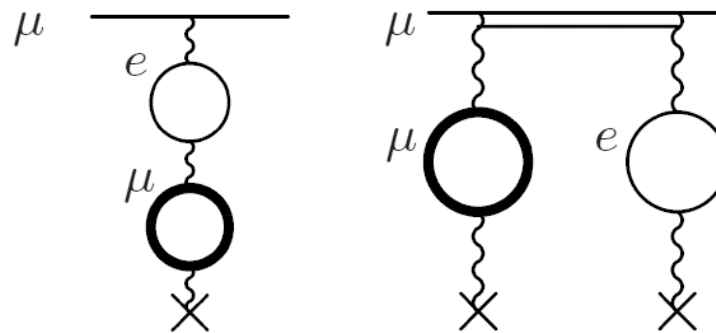


- Впервые рассмотрен *E. Borie, Helv. Physica Acta* **48**, 671 (1975)
- Характерный импульс $(Z\alpha)m_\mu \approx m_e \ll m_\mu$;
мюонная поляризация может быть аппроксимирована

$$\frac{\alpha}{15 \pi m_\mu^2}$$

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Вклад eVP с учетом мюонной поляризации вакуума

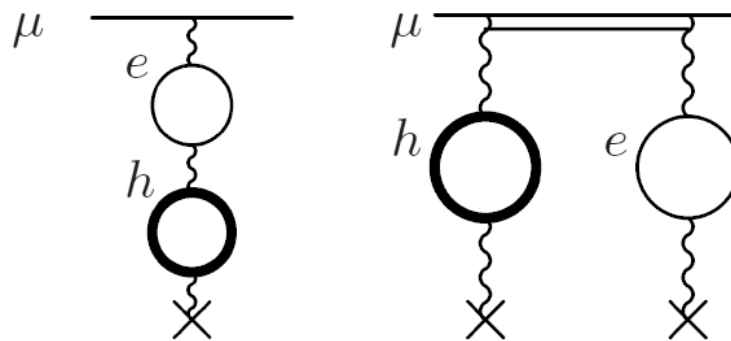


- Результат для s-состояний с точностью до множителя совпадает с вычислением сверхтонкого расщепления
С. Г. Каршенбойм, Е. Ю. Корзинин, В. Г. Иванов, Письма в ЖЭТФ, 88, 737 (2008)

Atom	$\Delta E(2p_{1/2} - 2s_{1/2})$ [μeV]			
	μH	μD	$\mu^3\text{He}$	$\mu^4\text{He}$
(b)	0.128	0.154*	3.83*	3.95*

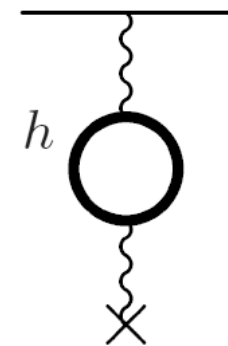
Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Вклад eVP с учетом адронной поляризации вакуума



- Адронная VP может быть аппроксимирована

$$\int_{4m_\pi^2}^{\infty} ds \frac{\rho_{\text{had}}(s)}{s} \approx 0.633(60) \frac{\alpha}{15 \pi m_\mu^2}$$

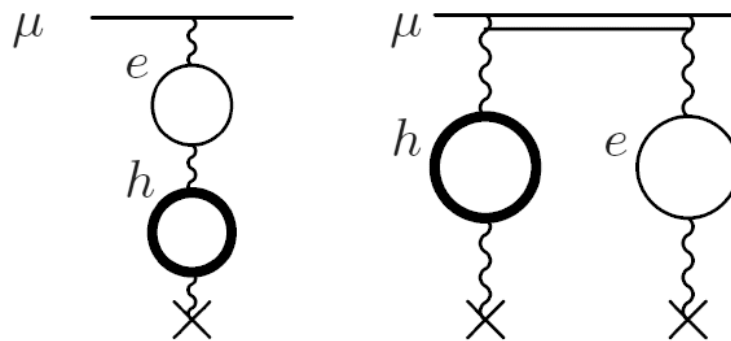


J.L. Friar, J. Martorell, and D.W.L. Sprung, Phys. Rev. A 59, 4061(1999).

R.N. Faustov and A.P. Martynenko, EPJdirect C 6, 1 (1999)

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Вклад eVP с учетом адронной поляризации вакуума

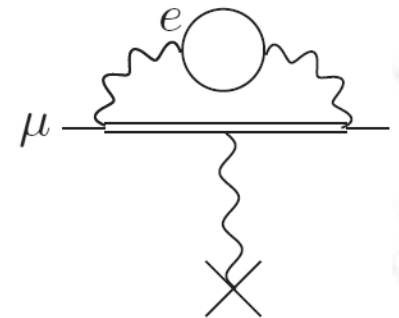


Atom	$\Delta E(2p_{1/2} - 2s_{1/2})$ [μeV]			
	μH	μD	$\mu^3\text{He}$	$\mu^4\text{He}$
(c)	0.081(8)*	0.097(10)*	2.4(2)*	2.5(2)*

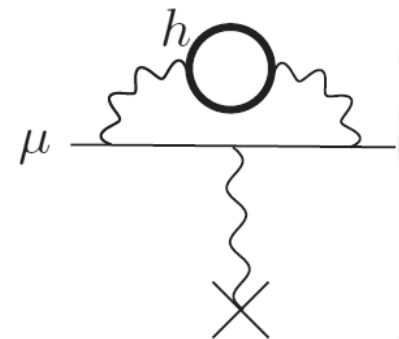
Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Поправки к вершине
- Поправка на μVP учитывается рескелингом теории для обычного водорода
- (d):
E. Borie and G. A. Rinker, Rev. Mod. Phys. **54**, 67 (1982)
R. Barbieri, M. Caffo, and E. Remiddi,
Lett. Nuovo Cimento **7**, 60 (1973)

- (e):
R.N. Faustov and A.P. Martynenko, EPJdirect C **6**, 1 (1999);
ЯФ. **64**, 1358 (2001)



(d)



(e)

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Поправки к вершине

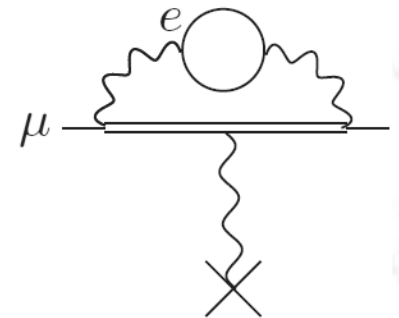
$$\Delta E = \frac{(Z\alpha)^4}{n^2} \left(\frac{m_r}{m_\mu} \right)^2 \left(4m_\mu^2 F_1'(0) + F_2(0) \right) m_r \delta_{l0}$$

$$+ \frac{(Z\alpha)^4}{n^2} \left(\frac{m_r}{m_\mu} \right) C_{jl} F_2(0) m_r (1 - \delta_{l0})$$

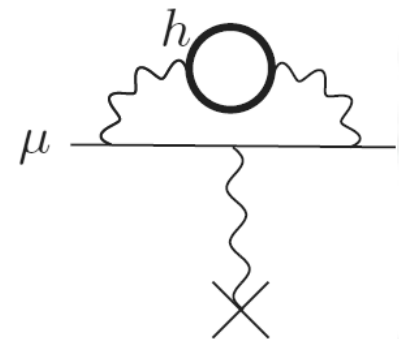
$$C_{jl} = \frac{j(j+1) - l(l+1) - 3/4}{l(l+1)}$$

$F_1(k^2)$ — форм-фактор Дирака

$F_2(k^2)$ — форм-фактор Паули



(d)



(e)

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

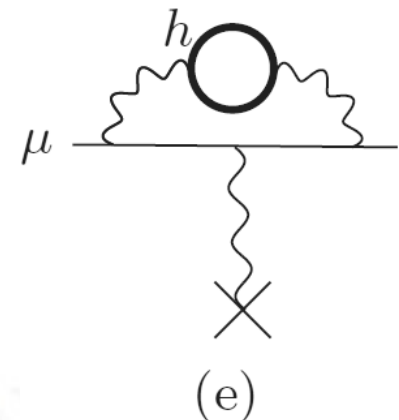
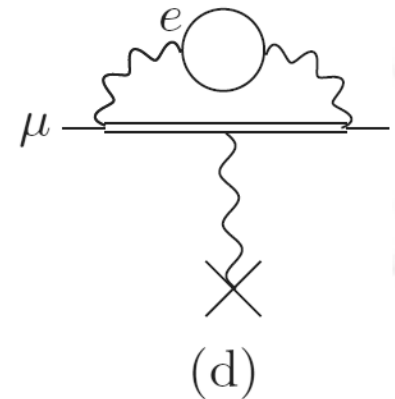
- $F'_1(k^2)$ — производная от форм-фактора Дирака

$$F'_1(0) = \frac{\alpha^2}{\pi^2} \frac{1}{2m_\mu^2} \int_{4m_e^2}^{\infty} \rho(s) ds \int_0^1 dz \times \left(\frac{(1-z)^3(1-4z+z^2)}{6 \left((1-z)^2 + z \frac{s}{m_\mu^2} \right)^2} + \frac{1-z^3}{3 \left((1-z)^2 + z \frac{s}{m_\mu^2} \right)} \right)$$

- В случае μVP

$$F'_1(0) = \frac{77\pi^2}{864} - \frac{1099}{1296}$$

*R. Barbieri, J. A. Mignaco and E. Remiddi,
Nuovo Cimento A 6, 21 (1971)*



Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- $F'_1(k^2)$ — производная от форм-фактора Дирака

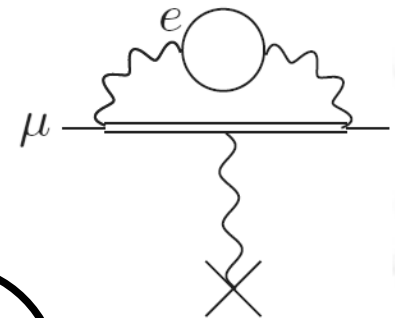
$$F'_1(0) = \frac{\alpha^2}{\pi^2} \frac{1}{2m_\mu^2} \int_{4m_e^2}^{\infty} \rho(s) ds \int_0^1 dz \times \left(\frac{(1-z)^3(1-4z+z^2)}{6((1-z)^2 + z\frac{s}{m_\mu^2})^2} + \frac{1-z^3}{3((1-z)^2 + z\frac{s}{m_\mu^2})} \right)$$

Это выражение для $F'_1(0)$

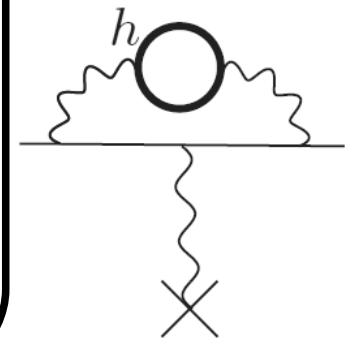
- В сл не совпадает с приведенными в

R.N. Faustov and A.P. Martynenko, EPJdirect C 6, 1 (1999); ЯФ. 64, 1358 (2001)

R. B. Nuov SSU-HEP-99/07, hep-ph/9906315



(d)



(e)

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- $F_2(k^2)$ — форм-фактор Паули

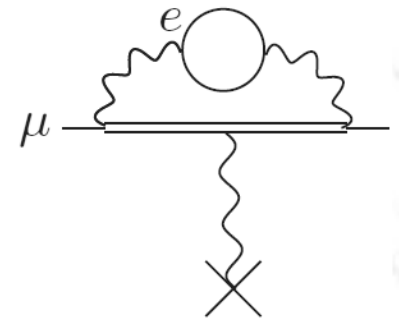
$$F_2(0) = \frac{\alpha^2}{\pi^2} \frac{1}{2} \int_{4m_e^2}^{\infty} ds \rho(s) \int_0^1 dz \frac{2z(1-z)^2}{(1-z)^2 + z \frac{s}{m_\mu^2}}$$

- Это выражение для $F_2(0)$ совпадает с приведенными в

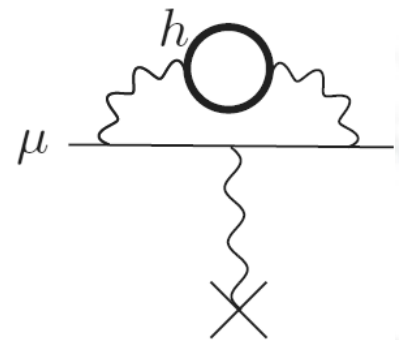
R.N. Faustov and A.P. Martynenko, EPJdirect C 6, 1 (1999);

ЯФ. 64, 1358 (2001)

SSU-HEP-99/07, hep-ph/9906315



(d)



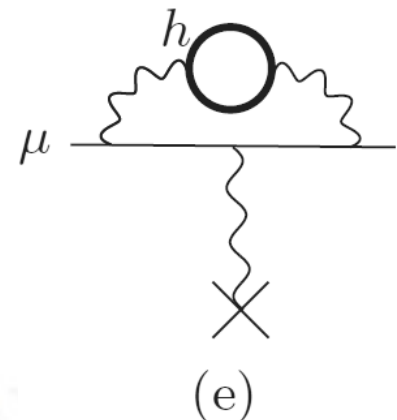
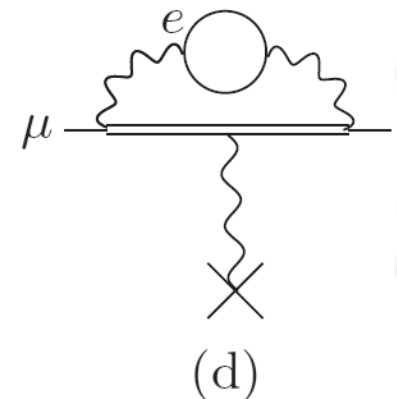
(e)

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Результат

Atom	$\Delta E(2p_{1/2} - 2s_{1/2})$ [μeV]			
	μH	μD	$\mu^3\text{He}$	$\mu^4\text{He}$
(d)	-1.52	-1.77*	-29.92*	-30.73*
(e)	-0.020(2) *	-0.024(2)*	-0.40(4)*	-0.41(4)*

- Для (e) не совпадает с приведенными в
R.N. Faustov and A.P. Martynenko, EPJdirect C 6, 1 (1999);
ЯФ. 64, 1358 (2001)
SSU-HEP-99/07, hep-ph/9906315



Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

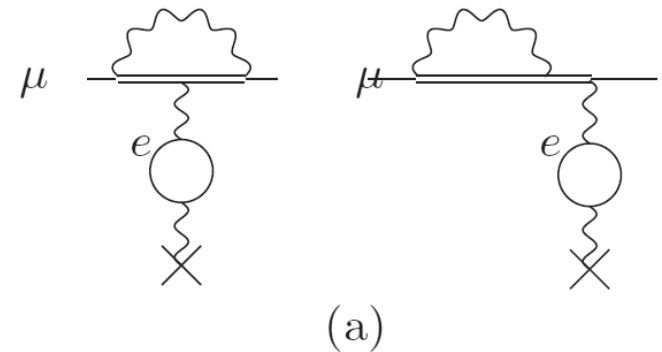
- Вычисление в логарифмическом приближении

K. Pachucki, Phys. Rev. A 53, 2092 (1996)

- Точное вычисление

U. D. Jentschura, Ann.Phys.(N.Y.) 326, 500-515 (2011)

U. D. Jentschura and B. J. Wundt, Eur. Phys. J. D65, 357 (2011)



Atom	$\Delta E(2p_{1/2} - 2s_{1/2})$ [μeV]			
	μH	μD	$\mu^3\text{He}$	$\mu^4\text{He}$
(a)	-2.54	-3.06	-62.69	-64.62

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Таблица вкладов в лэмбовский сдвиг

Atom	$\Delta E(2p_{1/2} - 2s_{1/2})$ [μeV]			
	μH	μD	$\mu^3\text{He}$	$\mu^4\text{He}$
(a)	-2.54	-3.06	-62.69	-64.62
(b)	0.128	0.154*	3.83*	3.95*
(c)	0.081(8)*	0.097(10)*	2.4(2)*	2.5(2)*
(d)	-1.52	-1.77*	-29.92*	-30.73*
(e)	-0.020(2) *	-0.024(2)*	-0.40(4)*	-0.41(4)*
eVP2	0.173*	0.203*	5.58*	5.72*
Total	-3.70(2)	-4.40(2)	-81.2(2)	-83.6(2)

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4$ в уровни энергии легких мюонных атомов

- Таблица вкладов в тонкое расщепление

Atom	$\Delta E(2p_{3/2} - 2p_{1/2})$ [meV]			
	μH	μD	$\mu^3\text{He}$	$\mu^4\text{He}$
(a)	0.000 0105	0.000 0127	0.000 606	0.000 624
(d)*	0.000 0893	0.000 0991	0.001 64	0.001 67
(e)*	0.000 0010(1)	0.000 0012(1)	0.000 019(2)	0.000 020(2)
eVP2*	0.000 0433	0.000 0501	0.002 42	0.002 47
Total	0.000 144	0.000 164	0.004 69	0.004 78

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4 m$ в уровни энергии легких мюонных атомов

Спасибо за внимание!

Вклады порядка $\alpha^2(Z\alpha)^4$ в уровни энергии легких мюонных атомов

R.N. Faustov and A.P. Martynenko,
EPJdirect C 6, 1 (1999)

$$\rho'_{\text{HVP}}(0) = \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{m_1^2} \int_{s_{th}}^{\infty} \frac{R(s)ds}{s} \int_0^1 ydy \times$$

$$\left[\frac{1}{30} \frac{(15 - 9y - 7y^2)}{D^2(y, s)} - \frac{1}{12} \frac{(19 - 5y)}{D(y, s)} + \frac{m_1^2}{s} \ln \left(\frac{y^2}{D(y, s)} \right) \right],$$

$$D(y, s) = y^2 + \frac{s}{m_1^2}(1 - y).$$

R.N. Faustov and A.P. Martynenko,
ЯФ. 64, 1358 (2001)

$$\rho'_{\text{HVP}}(0) = \frac{1}{12} \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{m_1^2} \int_{s_{th}}^{\infty} \frac{R(s)ds}{s} \int_0^1 ydy \times$$

$$\left[\frac{1}{30} \frac{y^2(36y - y^2 - 40)}{D^2(y, s)} + \frac{1}{6} \frac{(22 - 14y - y^2)}{D(y, s)} + \frac{m_1^2}{s} \ln \left(\frac{y^2}{D(y, s)} \right) \right]$$

$$D(y, s) = y^2 + \frac{s}{m_1^2}(1 - y).$$

$$F'_1(0) = -\frac{239\pi^2}{4320} + \frac{1877}{3240} \neq \frac{77\pi^2}{864} - \frac{1099}{1296}$$