

СПОСОБЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ЗНАЧИМОСТИ НАБЛЮДАЕМОЙ СЕВЕРО-ЮЖНОЙ АСИММЕТРИИ АКТИВНЫХ ОБЛАСТЕЙ

Жукова А.В.

Крымская астрофизическая обсерватория РАН, Научный, Крым, Россия

METHODS FOR DETERMINING THE STATISTICAL SIGNIFICANCE OF THE OBSERVED NORTH-SOUTH ASYMMETRY OF THE ACTIVE REGIONS

Zhukova A.V.

Crimean Astrophysical Observatory of RAS, Nauchny, Crimea, Russia

Statistical studies of 2046 active regions (ARs) of the solar cycle 23 and 1507 ARs of the solar cycle 24 were carried out using the catalog of magneto-morphological classes of ARs CrAO (<https://sun.crao.ru/databases/catalog-mm-c-ars>). All ARs, except for unipolar spots, were divided into regular (obeying the Hale's polarity law, the Joy's law and the rule of the leading sunspot dominance) and irregular ARs (all others). The study of cyclic variations showed that the ARs of each type form peaks in two maxima of the cycle in different hemispheres not simultaneously (they reach maxima sometimes in-phase, and sometimes out-of-phase with a total number of sunspots). We used the normal approximation to a binomial distribution and the Pearson's χ -square test to determine the level of statistical significance of the results obtained relatively north-south asymmetry of ARs for each of the two maxima of each of the cycles for each type of ARs. In four of the eight cases studied, we found a high level of statistical significance of the observed north-south asymmetry, in one – a marginal level, which allows us to confirm the statistical significance of the observed phenomenon as a whole.

DOI: 10.31725/0552-5829-2022-103-106

Северо-южная (N-S) асимметрия является одной из наиболее ярких особенностей распределения активных областей (АО) по солнечному диску. Целью данной работы является определение статистической значимости наблюдаемой N-S асимметрии АО в двух последних циклах.

При помощи каталога магнито-морфологических классов (ММК) АО КрАО были исследованы 2046 АО 23-го и 1507 АО 24-го солнечных циклов. Все АО, кроме одиночных пятен, были разделены на регулярные биполярные группы (выполняющие закон полярностей Хейла, закон Джоя, правило о доминировании лидирующего пятна) [1, 2] и нерегулярные АО (все остальные). Сравнение циклических вариаций регулярных (рис. 1) и нерегулярных (рис. 2) АО с данными USAF/NOAA Solar Region Summary для всех АО цикла показало, что АО каждого из классов образуют пики в двух максимумах цикла в разных полушариях не одновременно (достигают максимумов иногда в фазе, а иногда – в противофазе с общим числом солнечных пятен), что согласуется с результатами работы [3].

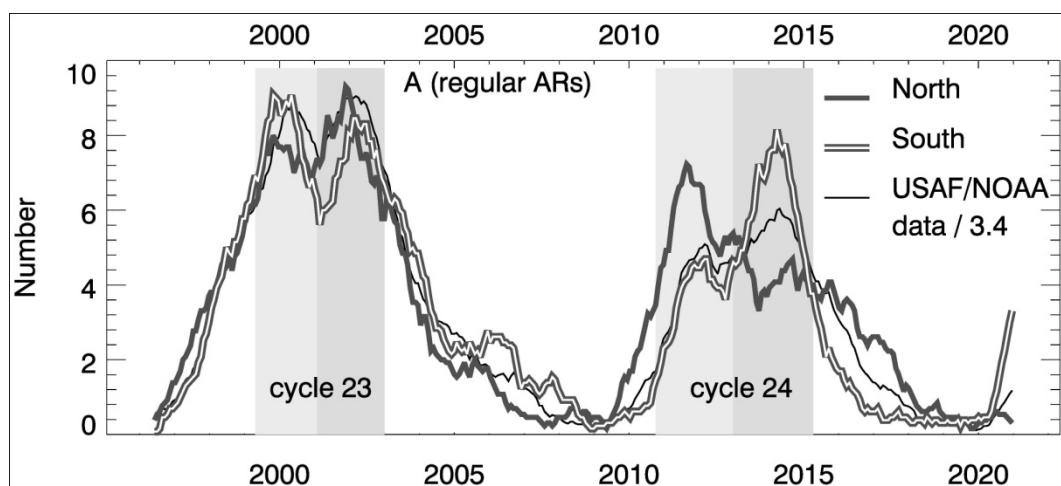


Рис. 1.

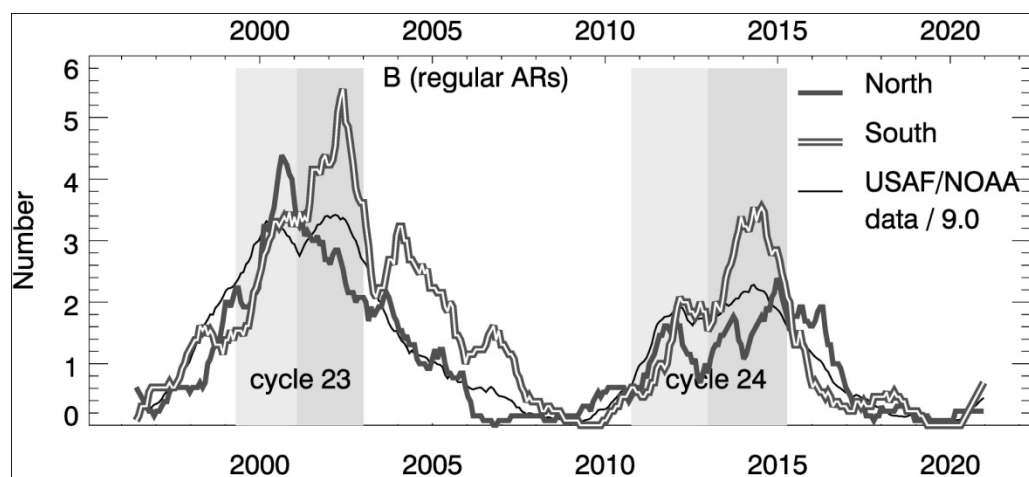


Рис. 2.

Для определения степени достоверности наблюдаемой N-S асимметрии регулярных и нерегулярных АО в каждом из циклов были выделены периоды, соответствующие двум максимумам цикла. Периоды отмечены светло-серой и серой заливкой на рис. 1, 2; соответствующие статистические данные приведены в таблице.

Нулевая гипотеза состояла в том, что АО распределены между полушариями с равной вероятностью ($p = 0,5$). Альтернативная гипотеза предполагает, что наблюдаемые отклонения от равномерного распределения АО между полушариями слишком велики, чтобы носить случайный характер (наблюдаемая N-S асимметрия АО значима).

Вероятность того, что среди общего числа АО n именно N групп окажется в N-полушарии определяется при помощи биномиального распределения [4, 5]. При достаточно больших n и N используют нормальную аппроксимацию к биномиальному распределению, с такими же как у него математическим ожиданием $\mu = np$ и стандартным отклонением $\sigma = \sqrt{np(1 - p)}$. Для преобразования в стандартное нормальное распределение

переходят от случайной величины x к новой переменной (z -оценке), $z = (x - \mu)/\sigma$. Интеграл вероятностей P в этом случае определяется выражением:

$$P(Z < z) = \Phi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{t^2}{2}} dt. \quad (1)$$

Таблица.

	Регулярные АО			
	23-й цикл		24-й цикл	
	Максимум 1	Максимум 2	Максимум 1	Максимум 2
n	378	403	279	336
N	185	208	172	136
S	193	185	107	200
p-value	$6.81 \cdot 10^{-1}$	$5.17 \cdot 10^{-1}$	$9.96 \cdot 10^{-5}^*$	$4.80 \cdot 10^{-4}^*$
	Нерегулярные АО			
	23-й цикл		24-й цикл	
	Максимум 1	Максимум 2	Максимум 1	Максимум 2
n	135	192	72	137
N	77	71	33	52
S	58	121	39	85
p-value	$1.01 \cdot 10^{-1}^{**}$	$3.08 \cdot 10^{-4}^*$	$4.79 \cdot 10^{-1}$	$4.81 \cdot 10^{-3}^*$

* – высокая статистическая значимость N-S асимметрии;

** – граничная статистическая значимость N-S асимметрии.

Для определения вероятности попадания случайной величины в заданный интеграл проводят интегрирование в пределах $[-z, z]$, используя свойство кумулятивной функции распределения, $\Phi(z) + \Phi(-z) = 1$. Для получения «силы доказательства», определяют $p\text{-value} = 1 - P$, вероятность того, что отклонение случайной величины от ожидаемого значения будет таким как наблюдаемое или выше.

Мы использовали два способа определения z -оценки для последующего расчета $p\text{-value}$. В первом случае в качестве случайной величины выступала разница между числом АО в двух полушариях, $N - S$ [6]. Тогда:

$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{(N - S) - (N + S)p}{\sqrt{(N + S)p(1 - p)}} = \frac{N - S}{\sqrt{N + S}}. \quad (2)$$

Во втором случае в качестве случайной величины рассматривалась частота появления АО в N-полушарии, N/n . Здесь $\mu^* = p$ и $\sigma = \sqrt{p(1 - p)/n}$. Тогда:

$$Z = \frac{x - \mu^*}{\sigma^*} = \frac{N/(N + S) - p}{\sqrt{p(1 - p)/(N + S)}}. \quad (3)$$

В качестве третьего способа расчета $p\text{-value}$ мы использовали критерий согласия ожидаемых и наблюдаемых частот Пирсона χ^2 . Для двух

классов независимых слагаемых в нашем случае он приобретает следующий вид:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \frac{(\mathcal{N}_i - np_i)^2}{np_i} = \frac{(N - np)^2}{np} - \frac{(S - n(p-1))^2}{n(p-1)} = \frac{(N-S)^2}{N+S}, \quad (4)$$

где $\mathcal{N}_1 = N$, $\mathcal{N}_2 = S$.

Результаты расчета p-value с использованием формул (2–4) совпадают с точностью до трех значащих цифр, поэтому для каждого из ММК классов АО результаты показаны в таблице одной строкой. Полученные значения p-value сравнивались со следующими уровнями значимости N-S асимметрии: <0.01 (1%) – высокосignificant асимметрия; 0.01–0.05 (1–5%) – значимая асимметрия; 0.05–0.1 (5–10%) – граничная асимметрия; >0.1 (10%) – незначимая асимметрия. Значения p-value, соответствующие высокому уровню асимметрии, отмечены в таблице символом «*», граничному уровню – символом «**».

На основании исследования можно сделать следующие выводы.

1. Уровень значимости N-S асимметрии определен как высокий для регулярных АО в 24-м цикле и нерегулярных АО во втором максимуме 23-го и 24-го циклов; как граничный – для нерегулярных АО в первом максимуме 23-го цикла.

2. Статистически значимая N-S асимметрия обнаружена в пяти из восьми исследованных случаев, что дает основания отклонить нулевую гипотезу о случайном характере наблюдаемой N-S асимметрии АО и подтвердить значимость явления в целом.

Автор благодарит В.И. Абраменко, Д.Д. Соколова и А.И. Хлыстову за плодотворное обсуждение результатов.

Исследования выполнены при поддержке РНФ (проект 18-12-00131).

Литература

1. Hale, G.E., Ellerman, F., Nicholson, S.B., Joy, A.H. // *Astrophys. J.*, 1919, 49, 153.
2. Van Driel-Gesztelyi L., Green L.M. // *Liv. Rev. Solar Phys.*, 2015, 12, 1.
3. Zhukova A.V., Sokoloff, D.D., Abramenko, V.I., Khlystova, A.I. // *Adv. Space Res.*, 2022, (online publ. 13.09. 2022, <https://doi.org/10.1016/j.asr.2022.09.013>).
4. Larson H.J. *Introduction to Probability Theory and Statistical Inference*, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1982.
5. Carbonell, M. et al. // *Astron. Astrophys.*, 2007, 476, 951.
6. Wilson, R.M. // *NASA Tech. Pap.*, 1987, 2714, 1.