

«ИГРУШЕЧНЫЕ» МОДЕЛИ 11-ЛЕТНЕЙ СОЛНЕЧНОЙ ЦИКЛИЧНОСТИ И ПРАВИЛО ГНЕВЫШЕВА-ОЛЯ

Иванов В.Г.

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН, Санкт-Петербург, Россия

"TOY" MODELS OF 11-YEAR SOLAR CYCLICITY AND THE GNEVYSHEV-OHL RULE

Ivanov V.G.

The Central Astronomical Observatory of RAS at Pulkovo, St. Petersburg, Russia

The paper describes methods for constructing simple “toy” models of the 11-year cycle that can reproduce known empirical relationships between cycles, in particular, the Waldmeier, Chernosky and Gnevyshev-Ohl rule. In addition, these models can reproduce a long-term decrease of solar activity (“grand minima”).

<https://doi.org/10.31725/0552-5829-2024-131-134>

Как известно, параметры 11-летнего цикла в наблюдаемом ряде солнечной активности связаны несколькими эмпирическими «правилами». Ниже в качестве такого ряда мы будем использовать среднегодовые значения ряда чисел Вольфа SN 2.0 за 1749–2023 годы [1]. Введём для характерных параметров 11-летних циклов следующие обозначения: $t_m(k)$ — момент минимума k -го цикла (по вольфовской нумерации, в которой $t_m(k) = 1755$), $t_M(k)$ — момент его максимума, $T_{mM}(k) = t_M(k) - t_m(k)$ — длина восходящей фазы цикла, $T_{mm}(k) = t_m(k+1) - t_m(k)$ — его полная длина (от минимума до минимума), $SN_M(k)$ — максимальный уровень активности в k -м цикле («амплитуда цикла»), $\sum SN(k)$ — сумма среднегодовых значений за k -й цикл («мощность цикла»).

В ряде SN выполняются следующие правила:

1) правило Вальдмайера (ПВ) [2]: антикорреляция между длиной восходящей фазы цикла и его амплитудой, $r_{ПВ} = r(T_{mM}(k), SN_M(k)) = -0.78$.

2) правило «длина-амплитуда» или «правило Черносского» (ПЧ) [3]: антикорреляция между длиной данного цикла и амплитудой следующего, $r_{ПЧ} = r(T_{mm}(k), SN_M(k+1)) = -0.68$.

3) правило Гневывшева-Оля (ПГО) [4]: высокая корреляция мощностей нечётных циклов k_O с мощностями предшествующих чётных $r_{чн} = r(\sum SN(k_O - 1), \sum SN(k_O)) = +0.91$ (при выброшенной паре циклов 4–5) при значительно меньшей корреляции мощностей чётных циклов k_E с предшествующими нечётными, $r_{нч} = r(\sum SN(k_E - 1), \sum SN(k_E)) = +0.44$.

Мы попытаемся построить простую «игрушечную» модель 11-летней цикличности, которая, с одной стороны, не претендует на глубокий физический смысл, а с другой — описывает эмпирические закономерности этого процесса.

Начнём с того, что перейдём от SN к знакопеременному ряду $\pm SN^{1/2}$, где знак плюс припишем нечётным циклам, а минус — чётным. Сгладим этот ряд гауссовым фильтром с $\sigma = 1$ и обозначим полученный индекс S . Выберем в качестве динамических переменных $X = S$ и $Y = dS/dt$. Траектория системы в фазовом пространстве изображена на рис. 1а. Будем искать описывающее её динамику уравнение в виде

$$d^2X/dt^2 = F(X, Y), \quad (1)$$

где F — искомая функция, значения которой известны нам в точках траектории, где они равны dY/dt . Ниже мы будем также пользоваться однозначно связанными с F функциями нормированного аргумента f : $f(x, y) = F(x \cdot X_M, y \cdot Y_M)$, где $X_M = 16$, $Y_M = 6$ задают диапазоны изменения X и Y в ряде SN. Для дальнейшего нам удобно расширить эти диапазоны. Простейший способ сделать это — дополнить данные точками, соответствующими искусственным парам «весьма больших» циклов, предположив, что последние подобны по форме самой высокой паре 18–19 и отличаются от неё лишь амплитудой (рис. 1б). Таким образом область пространства с заданными значениями F расширяется (рис. 1с). Линейно интерполируя эти значения к однородной решётке шага 1, затем сглаживая их гауссовым фильтром с $\sigma = 1$ и снова интерполируя, мы получаем F_{10} , заданную в области фазового пространства $|X| \leq 2X_M$, $|Y| \leq 2Y_M$ (рис. 1д). F_{10} можно приблизительно описать при помощи полинома 9-й степени F_1 , или, в терминах f :

$$\begin{aligned} f_1(x, y) = & 0.03 - 1.27x - 0.29x^2 - 0.12xy + 0.32y^2 - 0.07x^3 - 1.21x^2y - 1.12xy^2 + 0.73y^3 \\ & + 0.30x^4 - 0.15x^2y^2 - 0.03y^4 - 0.06x^5 - 0.07x^4y + 0.82x^3y^2 + 0.72x^2y^3 + 0.18xy^4 - 0.41y^5 \\ & - 0.12x^6 + 0.12x^4y^2 - 0.04x^3y^3 - 0.03x^2y^4 + 0.05xy^5 + 0.02x^7 + 0.15x^6y - 0.13x^5y^2 \\ & - 0.26x^4y^3 - 0.21x^3y^4 - 0.03x^2y^5 + 0.02xy^6 + 0.09y^7 + 0.02x^8 + 0.01x^7y - 0.02x^6y^2 \\ & - 0.01x^5y^3 + 0.02x^4y^4 - 0.01xy^7 - 0.02x^8y + 0.01x^6y^3 + 0.03x^5y^4 + 0.03x^4y^5 + 0.01x^3y^6 \\ & - 0.01x^2y^7 - 0.01y^9 + \dots \end{aligned}$$

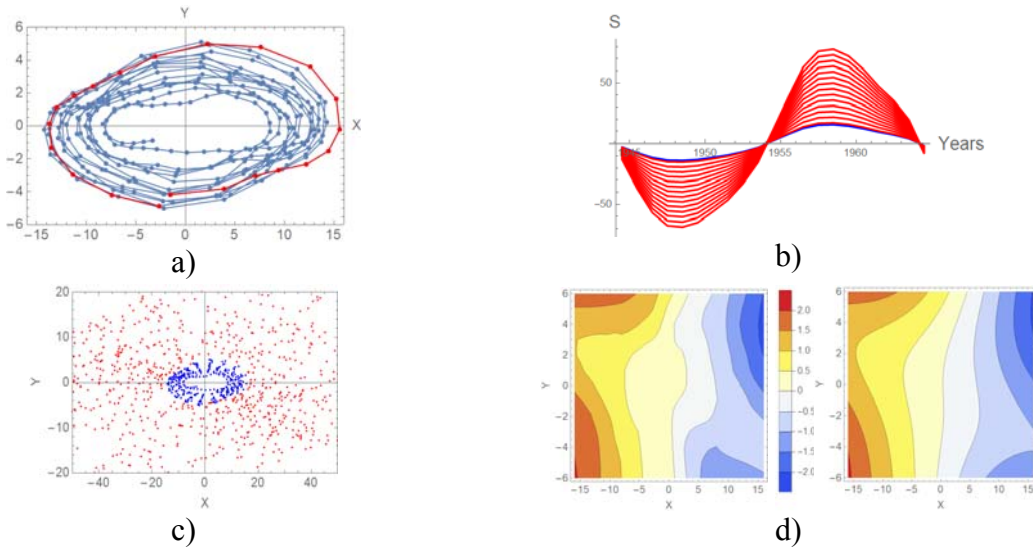


Рис. 1. а) Траектория наблюдаемого индекса S в фазовом пространстве. Красная линия — пара циклов 18 и 19; б) Пара циклов 18–19 и их искусственные растянутые версии; в) Исходное облако точек фазового пространства (синие точки), дополненное искусственными циклами (красные точки); д) Функции $F_{10}(X, Y)$ (слева) и $F_1(X, Y)$.

Полученная система (1) воспроизводит цикл средней длины ≈ 10.9 у, имеет предельную точку (0,0) и характерное время затухания ~ 1500 у (рис. 2а).

Чтобы обеспечить эволюцию без затухания, а также стохастическую компоненту динамики системы, добавим в неё шум, модифицировав правую часть уравнения (1):

$$d^2X/dt^2 = F(X,Y) + \beta \delta(t), \quad (2)$$

где $\delta(t)$ — нормально распределённая случайная функция с нулевым средним и единичной дисперсией, а β — параметр модели, задающий уровень шума (ниже мы используем $\beta = 0.2$). Типичная эволюция такой системы изображена на рис. 2б. Исследуя набор из 100 случайных реализаций модели, можно оценить коэффициенты корреляции для ПВ и ПЧ и их средне-квадратичные отклонения: $r_{ПВ} = -0.37 \pm 0.17$ ($p \approx 0.005$), $r_{ПЧ} = -0.26 \pm 0.15$ ($p \approx 0.04$), что значимо, хотя меньше, чем в наблюдаемом ряде. При этом в модели нет никаких признаков выполнения ПГО: $r_{чн} \approx r_{чн} \approx 0.8 \pm 0.1$.

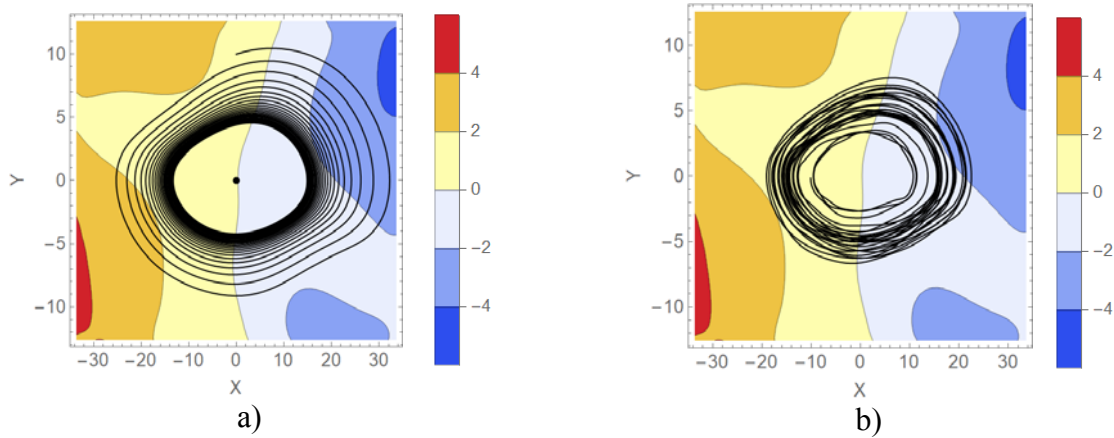


Рис. 2. а) Эволюция системы с $F = F_1$ при $\beta = 0$; б) Пример эволюции системы для $F = F_1$ за 500 лет при $\beta = 0.2$.

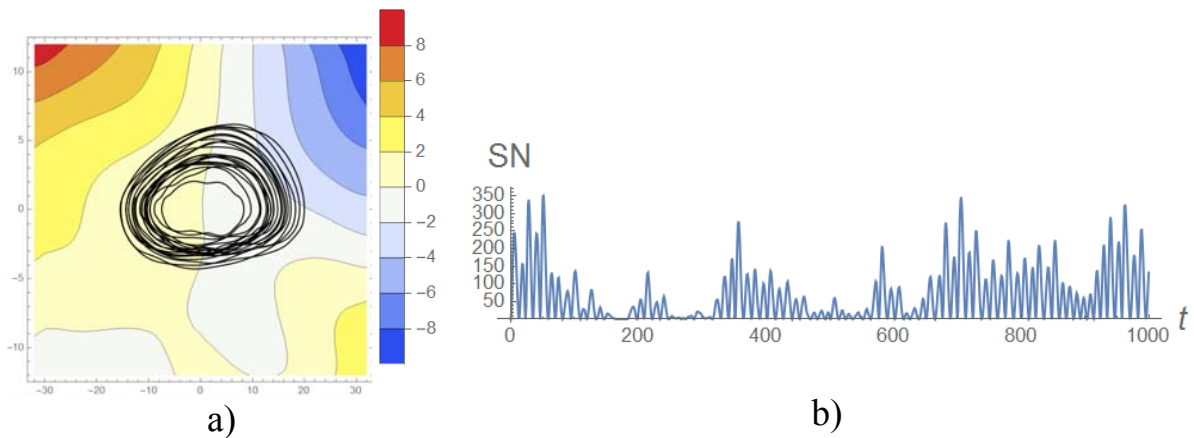


Рис. 3. а) Пример эволюции системы с $F = F_2$ и $\beta = 0.2$ за 500 лет, б) Пример ряда SN «грандминимумами» для модели с $F = F_2$ и $\beta = 0.2$ за 1000 лет.

Таким образом, при попытке найти функцию F путём интерполяции её значений, заданных на наблюдаемой траектории системы в фазовом пространстве, мы преуспели лишь частично.

Можно отказаться от привязки F к наблюдаемому индексу и предложить альтернативный подход: в рамках поиска «игрушечной» модели нам достаточно найти такую функцию, при которой выполняются все три эмпирических правила. Оказывается, для этого можно, например, взять в качестве f полином 3 степени:

$$f_2(x,y) = -1.02x + 0.15y + 0.05x^2 - 0.76xy + 0.45y^2 - 0.12x^3 - 1.08x^2y - 0.97xy^2 + 0.23y^3$$

Для такой функции модель без шума типа (1) имеет устойчивый предельный цикл с длиной $\approx 11.9y$ и амплитудой ≈ 180 , а в модели с шумом типа (2) (рис. 3а) выполняются ПВ, ПЧ и ПГО с корреляциями $r_{\text{чн}} = 0.78 \pm 0.11 > r_{\text{нч}} = 0.46 \pm 0.19$, $r_{\text{пв}} = -0.52 \pm 0.12$, $r_{\text{пч}} = -0.55 \pm 0.12$ соответственно, что довольно близко к корреляциям наблюдаемого ряда.

Как видно из рис. 3а, различие корреляций мощностей циклов в парах разной чётности можно объяснить тем, что после нечётных циклов (при движении в фазовом пространстве по часовой стрелке справа налево) система подходит к нулю ближе, чем после чётных. Поэтому в первом случае заданный в модели уровень случайного шума приводит к большим потерям информации о состоянии системы, чем во втором, и поэтому $r_{\text{чн}} > r_{\text{нч}}$. Для системы с F_1 (рис. 2b) такой асимметрии не наблюдается, и $r_{\text{чн}} \approx r_{\text{нч}}$.

Итак, простейшая «игрушечная» модель 11-летнего цикла, описываемая уравнением 2-го порядка с шумом, позволяет приблизительно воспроизвести все три правила: Вальдмайера, Черносского и Гневышева-Оля. Отметим, что некоторые реализации подобных моделей схожи с наблюдениями и в том, что в их поведении наблюдается длительное снижение глобального уровня активности («грандминимумы», [5], рис. 3b).

Литература

1. Clette F, Svalgaard L, Vaquero J.M., Cliver E.W. // Space. Sci. Rev., 2014, v. 186, pp. 35–103; https://www.sidc.be/silso/DATA/SN_ms_tot_V2.0.txt
2. Waldmeier M. // Astron. Mitt. Eidgenössischen Sternwarte Zürich, 1935, v. 14, pp. 105–136.
3. Chernosky E.J. // Publ. Astron. Soc. Pac., 1954, v. 392, pp. 241.
4. Гневышев М.Н., Оля А.И. // Астроном. Журнал, 1948.
5. Eddy E.A. // Science, New Series, v. 192, No. 4245, pp. 1189–1202.