



## Радиус магнитосферы звезды, аккрецирующей из диска в приближении коротации

Н.Р. Ихсанов<sup>1,2</sup>, Н.Г. Бескровная<sup>1,3\*</sup>

<sup>1</sup>ГАО РАН, <sup>2</sup>ИПА РАН, <sup>3</sup>САО РАН

### Аннотация

Исследуется процесс взаимодействия аккреционного диска с дипольным магнитным полем звезды-аккретора в приближении коротации. В рамках динамической картины аккреции вычислено значение радиуса, на котором одновременно реализуются баланс между газовым давлением на внутреннем радиусе диска и давлением магнитного поля звезды и баланс между темпом аккреции в диске и темпом диффузии аккреционного потока в магнитное поле аккретора. Показано, что радиус магнитосферы, вычисленный при этих условиях, в широком диапазоне параметров существенно меньше канонического значения Альвеновского радиуса, реализуемого при сферической аккреции.

### Введение

В предыдущей работе (Ихсанов и Бескровная, 2023) мы рассмотрели картину взаимодействия аккреционного диска с магнитным полем аккрецирующей звезды в статическом приближении. Магнитное поле звезды-аккретора в нашем подходе рассматривалось в дипольном приближении и описывалось дипольным магнитным моментом  $\mu = (1/2)B_*R_*^3$ , где  $B_*$  – напряженность магнитного поля на поверхности звезды-аккретора, а  $R_*$  – ее радиус. Принимая за основу стандартную модель кеплеровского  $\alpha$ -диска (Шакура, 1972), мы оценили радиальное распределение давления газа в диске,  $p_g(r) = \rho(r)c_s^2(r)$ , соответствующее минимально возможному давлению, которое диск оказывает на магнитное поле звезды в процессе аккреции. Здесь  $\rho(r)$  и  $c_s(r)$  – плотность газа и скорость звука в диске на радиусе  $r$ , отсчитываемом от центра звезды-аккретора. Сопоставив полученную величину газового давления с давлением, оказываемым дипольным магнитным полем звезды-аккретора,  $p_m = \mu^2/2\pi r_m^6$ , и решая полученное уравнение,  $p_g(r) = p_m(r)$  относительно  $r$ , мы оценили радиус остановки диска магнитным полем звезды-аккретора в статическом приближении,

$$r_{st} \simeq 34 \alpha^{8/27} \times \frac{\mu^{16/27}}{M^{7/27} (GM_*)^{7/27}}, \quad (1)$$

и показали, что для типичных значений параметров известных на сегодня аккреционных пульсаров его величина,

$$\frac{r_{st}}{r_A} \simeq 0.26 \times \alpha^{8/27} \mu_{30}^{4/189} \dot{M}_{15}^{5/189} m^{-22/189}, \quad (2)$$

оказывается меньше величины так называемого Альвеновского радиуса,  $r_A = \left(\mu^2/\dot{M}\sqrt{2GM_*}\right)^{2/7}$ , который традиционно принимается в качестве универсального радиуса магнитосферы аккрецирующих звезд и вычисляется из условия баланса между динамическим давлением сферического аккреционного потока и давлением дипольного магнитного поля звезды-аккретора (Лиунов, 1987). Здесь  $\mu_{30}$  – дипольный магнитный момент звезды-аккретора в единицах  $10^{30}$  Гс см<sup>3</sup>,  $m$  – ее масса в единицах  $M_\odot$  и  $\dot{M}_{15}$  – темп аккреции в единицах  $10^{15}$  г с<sup>-1</sup>. Кроме того, полученное

\*e-mail:beskrovnaya@yahoo.com

нами выражение для радиуса остановки аккреционного диска оказалось зависящим от величины  $\alpha$ -параметра,

$$\alpha = \frac{v_t \ell_t}{c_s z_0}, \quad (3)$$

используемого в стандартной модели диска для нормирования скорости,  $v_t$ , и масштаба,  $\ell_t$ , турбулентных движений в диске на скорость звука и полутолщину диска, определяемую выражением

$$z_0(r) = r \frac{c_s(r)}{v_k(r)}, \quad (4)$$

где  $v_k(r) = \sqrt{GM_*/r}$  – кеплеровская скорость. Это, в частности, означает, что величина радиуса остановки тем меньше, чем меньше вязкость в аккреционном диске.

Условие баланса между давлением аккреционного потока и противодействием магнитного поля на границе магнитосферы звезды-аккретора является необходимым, но не достаточным условием. Для реализации динамической картины стационарной аккреции его следует дополнить условием баланса между темпом аккреции вещества в диске (количеством массы, притекающей к его внутреннему радиусу в единицу времени) и темпом проникновения аккреционного потока в магнитное поле аккретора на границе магнитосферы. Решение системы уравнений, полученной с учетом этого дополнительного условия, и оценку радиуса магнитосферы звезды в рамках динамической картины аккреции мы представляем в данной работе. Наши расчеты выполнены в рамках упрощенной картины аккреции, основанной на приближении коротации, которую мы использовали в предыдущей статье. Это предполагает, что угловая скорость вращения вещества на внутреннем радиусе диска совпадает с угловой скоростью осевого вращения звезды. В рамках такого приближения давление, которое диск оказывает на магнитное поле аккретора на границе магнитосферы, определяется газовым давлением на его внутреннем радиусе. Кроме того, в наших вычислениях мы пренебрегаем магнитным полем самого диска и рассматриваем процесс проникновения аккреционного потока в магнитное поле звезды в приближении диффузии с коэффициентом, нормированным на величину коэффициента диффузии, реализуемом на границе магнитосферы Земли в процессе ее взаимодействия с солнечным ветром. В следующем параграфе мы представляем оценку радиуса магнитосферы аккретора в рамках описанных выше предположений и кратко обсуждаем полученные результаты в параграфе 2.

## 1 Радиус магнитосферы

Радиус магнитосферы звезды-аккретора в рамках стационарной динамической картины аккреции можно оценить, исходя из двух условий, выполнение которых на границе магнитосферы является необходимым. Первым из них является условие баланса между давлением со стороны аккреционного потока и противоположно направленного к нему давлением магнитного поля звезды-аккретора. Вторым условием является равенство между темпом притока массы по диску к его внутреннему радиусу (который мы принимаем равным радиусу границы магнитосферы) и темпом проникновения аккреционного потока из диска в магнитное поле звезды-аккретора.

В рассматриваемой нами картине стандартной аккреции из  $\alpha$ -диска уравнение баланса давления на границе магнитосферы в рамках приближения коротации записывается в виде (Ихсанов и Бескровная, 2023)

$$\frac{\mu^2}{2\pi r_m^6} = \rho(r_m) c_s^2(r_m). \quad (5)$$

Это условие позволяет независимо оценить плотность газа на внутреннем радиусе диска,

$$\rho(r_m) = \frac{\mu^2}{2\pi r_m^6 c_s^2(r_m)}, \quad (6)$$

где

$$c_s(r_m) = \left( \frac{k_B T(r_m)}{m_p} \right)^{1/2} \quad (7)$$

определяет скорость звука на внутреннем радиусе диска в области его взаимодействия с магнитным полем звезды-аккретора. Здесь  $T(r_m) = \kappa_t T_d(r_m)$  – температура газа в области взаимодействия диска с магнитным полем звезды, которая нормирована на температуру газа в диске, обусловленную выделением энергии вследствие вязких напряжений,

$$T_d = \left( \frac{\dot{M} G M_*}{4\pi \sigma_{\text{SB}} r^3} \right)^{1/4}, \quad (8)$$

с помощью безразмерного параметра  $\kappa_t$ , учитывающего дополнительный нагрев внутренней границы диска излучением звезды-аккретора и/или выделением энергии в токовом слое на границе магнитосферы. Здесь  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $m_p$  – масса протона,  $\sigma_{\text{SB}}$  – постоянная Стефана-Больцмана и  $M_*$  – масса звезды-аккретора.

Вторым условием является уравнение неразрывности,  $\dot{M}_{\text{in}}(r_m) = \dot{M}_a$ , которое отражает баланс между темпом аккреции вещества в диске,  $\dot{M}_a$ , и темпом проникновения аккреционного потока в магнитное поле звезды-аккретора на границе ее магнитосферы,

$$\dot{M}_{\text{in}}(r_m) = \rho(r_m) S(r_m) v_{\perp}(r_m), \quad (9)$$

реализуемый в сценарии стационарной аккреции. Здесь

$$S(r_m) = 4\pi r_m z_0(r_m) \Psi_s \quad (10)$$

определяет эффективную площадь области взаимодействия магнитосферы с диском на его внутреннем радиусе с точностью до безразмерного параметра  $\Psi_s$ , который учитывает возможное изменение геометрии внутренней границы диска, вызванное его взаимодействием с магнитным полем аккретора, величина которого, в общем случае, превышает единицу.

$$v_{\perp}(r_m) \simeq \frac{\delta_m(r)}{t_{\text{diff}}(r)} \quad (11)$$

определяет скорость, с которой аккреционный поток диффундирует в направлении, перпендикулярном силовым линиями магнитного поля звезды-аккретора на границе ее магнитосферы. В правой части этого выражения стоят характерный размер слоя взаимного проникновения магнитного поля и газа, который образуется в процессе диффузии с эффективным коэффициентом  $D_{\text{eff}}$  и имеет величину

$$\delta_m(r) = [D_{\text{eff}}(r) t_{\text{diff}}(r)]^{1/2}, \quad (12)$$

и время диффузии,  $t_{\text{diff}}(r)$ , которое в рамках сценария стационарной аккреции ограничено временем свободного падения<sup>1</sup>  $t_{\text{diff}} \leq t_{\text{ff}}(r_m)$ , величина которого определяется выражением

$$t_{\text{ff}}(r) = \left( \frac{r^3}{G M_*} \right)^{1/2}. \quad (13)$$

Эффективный коэффициент диффузии аккреционного потока в магнитное поле звезды-аккретора,  $D_{\text{eff}}(r) = \zeta_m D_B(r)$ , мы нормируем на коэффициент Бомовской (аномальной) диффузии,

$$D_B(r) = \frac{c k_B T_i(r)}{16eB(r)}, \quad (14)$$

используя параметр эффективности  $\zeta_m$ . Выбор такой нормировки предполагает, что процесс проникновения плазмы в магнитное поле звезды-аккретора и процесс проникновения солнечного ветра в магнитное поле планет солнечной системы происходит вследствие одного и того же механизма, в основе которого лежат перезамыкание силовых линий магнитного поля и аномальная

<sup>1</sup>По мере проникновения в магнитное поле аккреционный поток покидает диффузионный слой на границе магнитосферы на масштабе времени свободного падения  $\sim z_0(r_m)/c_s(r_m)$  и переходит в режим свободного падения, двигаясь вдоль силовых линий магнитного поля

диффузия (Trattner, Petrinec и Fuselier, 2021). Здесь  $c$  – скорость света,  $T_i(r)$  – ионная температура в области диффузии и  $e$  – заряд электрона.

Подставляя выражения (12)–(14) в (11), находим скорость диффузии плазмы в магнитное поле звезды-аккретора на границе ее магнитосферы в виде

$$v_{\perp}(r_m) = \left( \frac{\sqrt{2} \zeta_m c k_B T_i(r_m) v_k(r_m) r_m^2}{32 e \mu} \right)^{1/2}. \quad (15)$$

Комбинируя выражения (6)–(8), (10) и (15) и подставляя их в выражение (9), находим темп диффузии аккреционного потока в магнитное поле звезды-аккретора на границе ее магнитосфере в виде

$$\dot{M}_{in}(r_m) \simeq 6.5 \times 10^{-3} \left[ \zeta_m^{1/2} \kappa_t^{1/2} \Psi_s \right] \frac{\mu^{3/2}}{r_m^{11/4} (GM_*)^{1/4}}. \quad (16)$$

в котором ионная температура в области диффузии нормирована выражением  $T_i(r_m) = \kappa_t T(r_m)$ .

Наконец, полагая  $\dot{M}_{in}(r_m) = \dot{M}_a$  и решая это уравнение относительно  $r_m$ , находим средний радиус магнитосферы звезды-аккретора в рамках сценария стационарной аккреции в виде

$$r_m \simeq \left[ 0.16 \zeta_m^{2/11} \kappa_t^{2/11} \Psi_s^{4/11} \right] \times \frac{\mu^{6/11}}{\dot{M}_a^{4/11} (GM_*)^{1/11}}. \quad (17)$$

Величина этого радиуса для типичных значений параметров рентгеновских пульсаров оценивается выражением

$$r_m \simeq 5.6 \times 10^7 \text{ см} \times \zeta_m^{2/11} \kappa_t^{2/11} \Psi_s^{4/11} \mu_{30}^{6/11} m^{-1/11} \dot{M}_{15}^{-4/11}, \quad (18)$$

где  $\mu_{30}$  и  $m$  – дипольный магнитный момент и масса звезды аккретора в единицах  $10^{30} \text{ Гс см}^3$  и  $M_{\odot}$  и  $\dot{M}_{15}$  – темп аккреции в единицах  $10^{15} \text{ г с}^{-1}$ .

Отношение радиуса магнитосферы звезды, вычисленного в динамическом приближении для звезды, аккрецирующей из диска, к Альвеновскому радиусу находим в виде

$$\frac{r_m}{r_A} \simeq 0.04 \zeta_m^{2/11} \kappa_t^{2/11} \Psi_s^{4/11} \mu_{30}^{-2/77} m^{4/77} \dot{M}_{15}^{-6/77}. \quad (19)$$

## 2 Обсуждение результатов

Комбинируя выражения (1) и (17) находим, что полученное нами выражение для радиуса магнитосферы можно использовать в приближении стандартной модели  $\alpha$ -диска лишь при условии  $\alpha \leq \alpha_0$ , где

$$\alpha_0 \simeq 2 \times 10^{-3} \zeta_m^{27/44} \kappa_t^{27/44} \Psi_s^{27/22} \mu_{30}^{-7/44} \dot{M}_{15}^{-31/88} m^{25/44}, \quad (20)$$

является решением уравнения  $r_{st}(\alpha_0) = r_m$ . В противном случае структура аккреционного диска вблизи его внутренней границы будет существенно отличаться от принятой в стандартной модели. Вопрос о возможности реализации стационарного режима аккреции в этом случае до настоящего времени остается открытым, и его обсуждение выходит за рамки данной статьи.

Следует также отметить, что принятое нами за основу предположение о коротации для абсолютного большинства аккреционных пульсаров в отношении кеплеровского диска не выполняется. Вместе с тем, это предположение выглядит довольно естественным, если в системе реализуется сценарий так называемой MAD-аккреции, т.е. аккреции из магнитного некеплеровского диска, именуемого в англоязычной литературе Magnetically Arrested Disk. Возможность формирования такого диска впервые была рассмотрена в работах Бисноватого-Когана и Рузмайкина (Bisnovaty-Kogan и Ruzmaikin, 1974, 1976) и затем исследовалась в численных расчетах (Narayan, Igumenshchev и Abramowicz, 2003). В частности, реализация режима коротации как следствие достижения аккреционным пульсаром равновесного периода рассматривалась в работе (Ikhsanov и

Mereghetti, 2015). Следует отметить, что основные параметры диска в MAD-сценарии, за исключением кеплеровского вращения, соответствуют параметрам  $\alpha$ -диска. Величина параметра вязкости в этом случае определяется темпом диссипации собственного магнитного поля диска. Это указывает на то, что результаты нашей работы наиболее эффективно могут быть использованы в рамках MAD-сценария.

Наконец, мы хотели бы обратить внимание, что величина параметра  $\alpha_0$ , полученная нами в выражении (20), близка к оценке параметра  $\alpha$ , полученной из анализа результатов наблюдений протопланетных дисков (см., например, Flaherty и др., 2020 и приведенную там литературу).

## Список литературы

- Ихсанов, Н. и Н. Бескровная (2023). Торможение аккреционного диска магнитным полем аккректора в приближении коротации. Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулковке 228, с. 115–117.
- Шакура, Н. (1972). Дискосая модель аккреции газа релятивистской звездой в двойной системе. Астрон. журн. 49, с. 921–929.
- Липунов, В. (1987). Астрофизика нейтронных звезд (Astrophysics of neutron stars).
- Trattner, K. J., S. M. Petrucci и S. A. Fuselier (2021). The Location of Magnetic Reconnection at Earth's Magnetopause. Space Sci. Rev. 217.3, 41, с. 41.
- Bisnovatyi-Kogan, G. S. и А. А. Ruzmaikin (1974). The Accretion of Matter by a Collapsing Star in the Presence of a Magnetic Field (In Russian). Ap&SS 28, с. 31.
- (1976). The Accretion of Matter by a Collapsing Star in the Presence of a Magnetic Field. II: Self-consistent Stationary Picture (In Russian). Ap&SS 42, с. 375.
- Narayan, R., I. V. Igumenshchev и M. A. Abramowicz (2003). Magnetically Arrested Disk: an Energetically Efficient Accretion Flow. PASJ 55, с. L69–L72.
- Ikhsanov, N. R. и S. Mereghetti (2015). On the magnetic fields of Be/X-ray pulsars in the Small Magellanic Cloud. MNRAS 454.4, с. 3760–3765.
- Flaherty, K., A. M. Hughes, J. B. Simon, C. Qi, X.-N. Bai, A. Bulatek, S. M. Andrews, D. J. Wilner и Á. Kóspál (2020). Measuring Turbulent Motion in Planet-forming Disks with ALMA: A Detection around DM Tau and Nondetections around MWC 480 and V4046 Sgr. ApJ 895.2, 109, с. 109.

## The magnetospheric radius of the star accreting from the disk within the corotation approximation

N.R. Ikhsanov<sup>1,2</sup>, N.G. Beskrovnaya<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> The Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo, <sup>2</sup> The Institute of Applied Astronomy of the RAS,

<sup>3</sup>Special Astrophysical Observatory of the RAS

### Abstract

We study the process of interaction of an accretion disk with the dipole magnetic field of an accreting star within the corotation approximation. Using dynamical accretion picture we calculate the radius at which the gaseous pressure in the disk is balanced by the pressure of the dipole magnetic field of the accreting star and simultaneously the mass accretion rate in the disk is balanced by the rate of plasma diffusion into the stellar magnetic field. We show that the magnetospheric radius calculated under these conditions in a wide range of parameters is significantly smaller than the canonical Alfvén radius realized in the process of spherical accretion.