

ЧИСЛЕННЫЕ ИНСТРУМЕНТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ЭКЗОПЛАНЕТНЫХ СИСТЕМ

А. В. Мельников

Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН,
196140 Санкт-Петербург, Пулковское шоссе 65/1,
melnikov@gaoran.ru



03 октября 2018 г.

На 01 октября 2018 г. в базе данных <http://www.exoplanet.eu> содержится информация о 3851 планетах / 2871 планетных системах / 636 мультипланетных системах.

Орбитальные элементы экзопланет

$a_p, m_p \sin i'$ — определены.

Для 1446 планет определены e_p .

Солнечная система: e_p — малы (Меркурий — $e \approx 0.206$, Плутон — $e \approx 0.249$).

У многих экзопланетных систем e_p — велики (> 0.2).

Для ≈ 200 планет ($\approx 14\%$ всех планет с определенными e_p) $e_p > 0.4$.

ω_p — для большинства планетных систем известны.

i_p, Ω_p — для большинства планетных систем неизвестны.

Около 50% звезд главной последовательности входят в кратные звездные системы. **Двойные звездные системы** составляют $\sim 80\%$ кратных систем.

Типы планетных систем

- S-класс (тип) — планета обращается вокруг одного из компонентов,
- P-класс — планета обращается вокруг обоих компонентов.

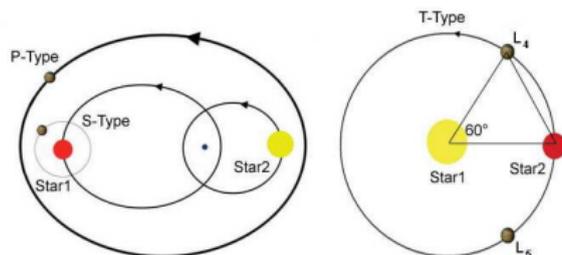


Рисунок из работы Schwarz et al. (2011, MNRAS, 414, 2763).

Каталог планет в двойных звездных системах:

<http://www.univie.ac.at/adg/schwarz/multiple.html>,

составлен Schwarz et al. (2011, MNRAS, 414, 2763; 2016, MNRAS, 460, 3598).

Включает в себя 91 планетную систему (66 S-класса + 25 P-класса).

Из анализа диаграмм устойчивости экзопланетной системы можно:

- Определить (уточнить) наиболее вероятные значения параметров орбит и масс уже известных планет.
- Предсказать возможность существования планеты с определенными орбитальными и физическими параметрами (масса).
- Предположить возможный сценарий вековой орбитальной эволюции планетной системы.

Основные численные методы для построения диаграмм устойчивости

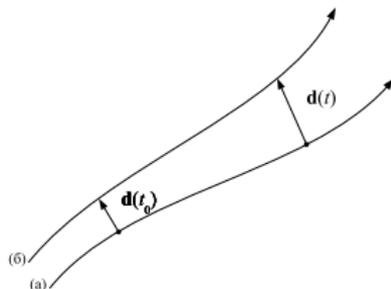
- Вычисление характеристических показателей Ляпунова (ХПЛ).
- Вычисление «суррогатов» ХПЛ (MEGNO, FLI, SALI и т.д.).
- Частотный анализ (Frequency Analysis, Frequency Map Analysis).

Характеристические показатели Ляпунова

Характеристические показатели Ляпунова (ХПЛ) имеют физический смысл **средней скорости экспоненциальной расходимости траекторий фазового пространства** в малой окрестности пробной траектории.

$$L = \lim_{\substack{t \rightarrow \infty \\ d(t_0) \rightarrow 0}} \frac{1}{t - t_0} \ln \frac{d(t)}{d(t_0)},$$

\mathbf{d} — вектор смещения, направленный от «опорной» траектории к «теневой»,
 $d(t_0) = |\mathbf{d}(t_0)|$, $d(t) = |\mathbf{d}(t)|$.



Максимальный ХПЛ и ляпуновское время

Ненулевая величина максимального ХПЛ (МХПЛ) указывает на хаотический, а нулевая — на регулярный (периодический или квазипериодический) характер движения. Величина, обратная МХПЛ, — **ляпуновское время** — представляет собой **характерное время предсказуемой динамики системы**.

Численные алгоритмы определения ХПЛ были изложены в работах Benettin, Galgani & Strelcyn (1976, Phys. Rev. A, 14, 2338; 1980, Meccanica, 15, 9).

Вариации ХПЛ («суррогаты»)

- FLI (Fast Lyapunov Indicator, быстрый индикатор Ляпунова) и его вариант OFLI (Orthogonal Fast Lyapunov Indicator) предложены Froeschlé et al. (1997, P&SS, 45, 881; 1997, CMDA, 67, 41).
- MEGNO (Mean Exponential Growth Factor of Nearby Orbits, средний фактор экспоненциальной расходимости близких орбит) предложен Cincotta & Simó (2000, A&AS, 147, 205).
- SALI (Smaller Alignment Index) и его обобщение GALI (Generalized Alignment Index) предложены Skokos (2001, J. Phys. A, 34, 10029) и Skokos et al. (2007, Phys. D, 231, 30).
- D (Spectral Distance) предложен Voglis et al. (1999, CMDA, 73, 211).
- SSNs (Dynamical Spectra of Stretching Numbers) предложен Voglis & Contopoulos (1994, J. of Phys. A, 27, 4899).
- RLI (Relative Lyapunov Indicator) предложен Sándor et al. (2000, CMDA, 78, 113).

Наиболее широкое распространение получили — FLI и [MEGNO](#).

Максимальный ХПЛ (МХПЛ)

$$L = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{d(t)}{d(0)}.$$

Предполагая время интегрирования t достаточно большим: $L' = \frac{1}{t} \ln \frac{d(t)}{d(0)}$.

Регулярная орбита: $L' \rightarrow 0$, с ростом t ; хаотическая орбита: $L' \rightarrow \text{const}$.

Быстрый индикатор Ляпунова (FLI)

$$FLI = \ln \frac{d(t)}{d(0)},$$

Методика использования FLI:

- 1) определяем FLI_{\max} для регулярной орбиты,
- 2) если для другой орбиты на том же t : $FLI > FLI_{\max}$ — орбита хаотическая.

Определение FLI_{\max} — неоднозначно!

Вместо FLI_{\max} используют его «безопасное» значение: $FLI_{\max} + \text{const}$.

Определение MEGNO

MEGNO — Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits, средний фактор экспоненциальной расходимости близких орбит:

$$MEGNO(t) = \frac{2}{t} \int_0^t \frac{\dot{d}(t')}{d(t')} t' dt' .$$

На практике используют осредненную по времени величину MEGNO:

$$\langle MEGNO \rangle(t) = \frac{1}{t} \int_0^t MEGNO(t') dt' ,$$

при $t \rightarrow +\infty$: $\langle MEGNO \rangle \rightarrow \begin{cases} 2 & \text{квазипериодическая траектория,} \\ Lt/2 & \text{хаотическая траектория, где } L \text{ — МХПЛ.} \end{cases}$

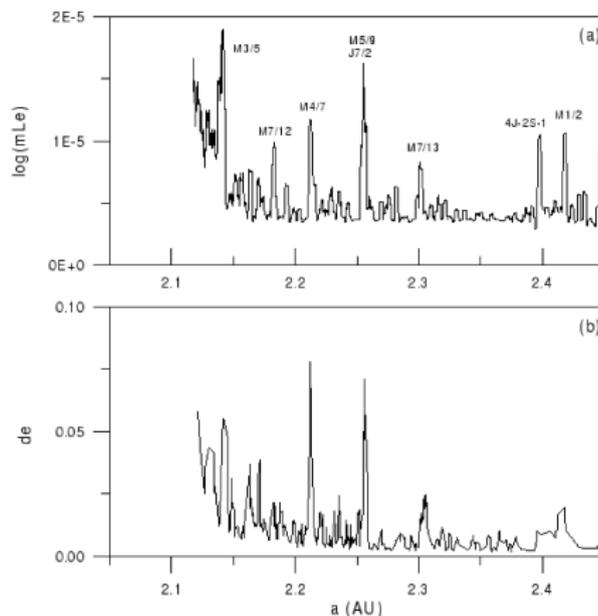
СВЯЗЬ MEGNO и FLI

$$MEGNO(t) = 2[FLI(t) - \langle FLI(t) \rangle] ,$$

где $\langle FLI(t) \rangle$ — среднее значение FLI на интервале времени t .

Метод максимальных эксцентриситетов (MEM)

Morbidelli & Nesvorný (1999, *Icarus*, 139, 295) провели исследование хаотической диффузии орбит во внутреннем поясе астероидов на времени в 100 млн лет.



Метод максимальных эксцентриситетов (MEM = Maximum Eccentricity Method) позволяет сделать предварительные выводы о характере орбитальной динамики системы.

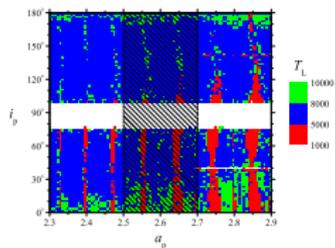
Звездная система

Звездная система HD 196885 расположена от нас на расстоянии около 33 пк. А (F8V, $1.33M_{\odot}$) и В (M1V, $0.45M_{\odot}$): $a = 21$ а.е., $P = 72$ года, $e = 0.42$.

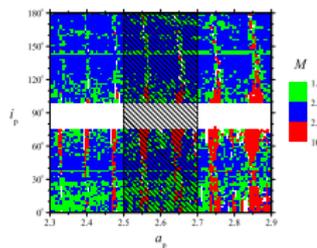
Планета

В 2008 г. у компонента А была обнаружена (Correia et al., 2008, A&A, 479, 271) планета: $e_p = 0.48 \pm 0.02$, $P_p = 3.69 \pm 0.01$ года, $m_p \sin i' = 2.96m_J$.

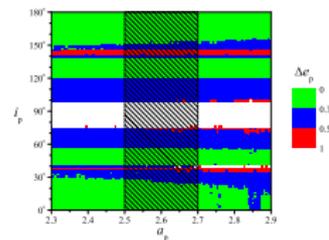
ХПЛ



MEGNO



MEM



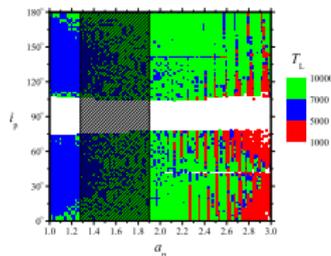
Звездная система

Звездная система HD 41004 расположена от нас на расстоянии около 42 пк. А (K1V, $0.7M_{\odot}$) и В (M2V, $0.4M_{\odot}$), $a = 23$ а.е., $P = 74$ года, $e = 0.4$.

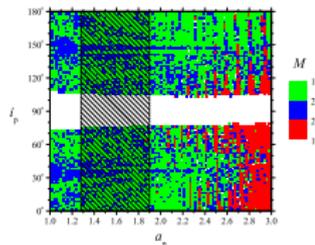
Планета

В 2003 г. у компонента А была обнаружена (Zucker et al., 2004, A&A, 426, 695) планета: $e_p = 0.39 \pm 0.17$, $P_p = 2.64 \pm 0.10$ года, $m_p \sin i' = 2.54m_J$.

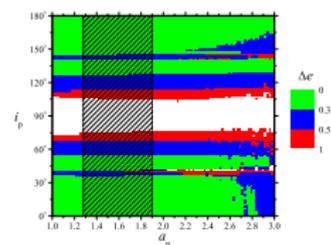
ХПЛ



MEGNO



MEM



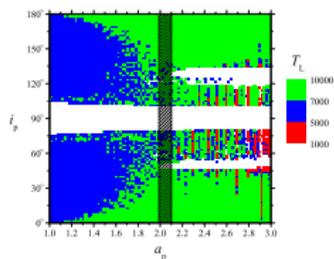
Звездная система

Звездная система γ Сер расположена от нас на расстоянии около 45 пк. А (K1IV, $1.4M_{\odot}$) и В (M1V, $0.4M_{\odot}$), $a = 20.2$ а.е., $P = 67$ лет, $e = 0.41$.

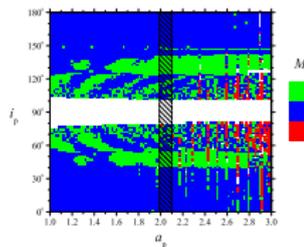
Планета

Существование планеты в системе γ Сер предсказали Campbell et al. (1988, ApJ, 331, 902). В 2003 г. у компонента А была обнаружена (Hatzes et al., 2003, ApJ, 599, 1383) планета: $e_p = 0.115 \pm 0.058$, $P_p = 2.47 \pm 0.01$ года, $m_p \sin i' = 1.6m_J$.

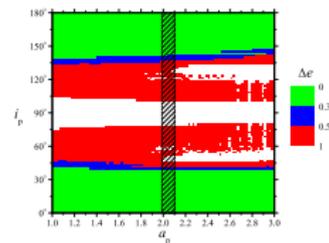
ХПЛ



MEGNO



MEM



Основные результаты

- Рассмотрены основные численные инструменты для исследования регулярной и хаотической динамики небесно-механических систем — методы вычисления ХПЛ, FLI, параметра MEGNO и метод MEM.
- Массовое вычисление ХПЛ на множестве возможных значений орбитальных параметров экзопланетной системы позволяет выявить области регулярной и хаотической динамики и получить **оценки ляпуновского времени**.
- Вычисление MEGNO позволяет выявить области регулярной/хаотической динамики с **большим разрешением** по начальным значениям орбитальных параметров системы, чем метод вычисления ХПЛ.
- Метод MEM позволяет получить предварительные оценки границ областей регулярной/хаотической динамики. Метод MEM **требует наименьших затрат машинного времени**.

Мельников А. В. «Численные инструменты для анализа вековой динамики экзопланетных систем» // *Астрономический вестник*. 2018. Т.52. №5. С.427.

Спасибо за внимание!