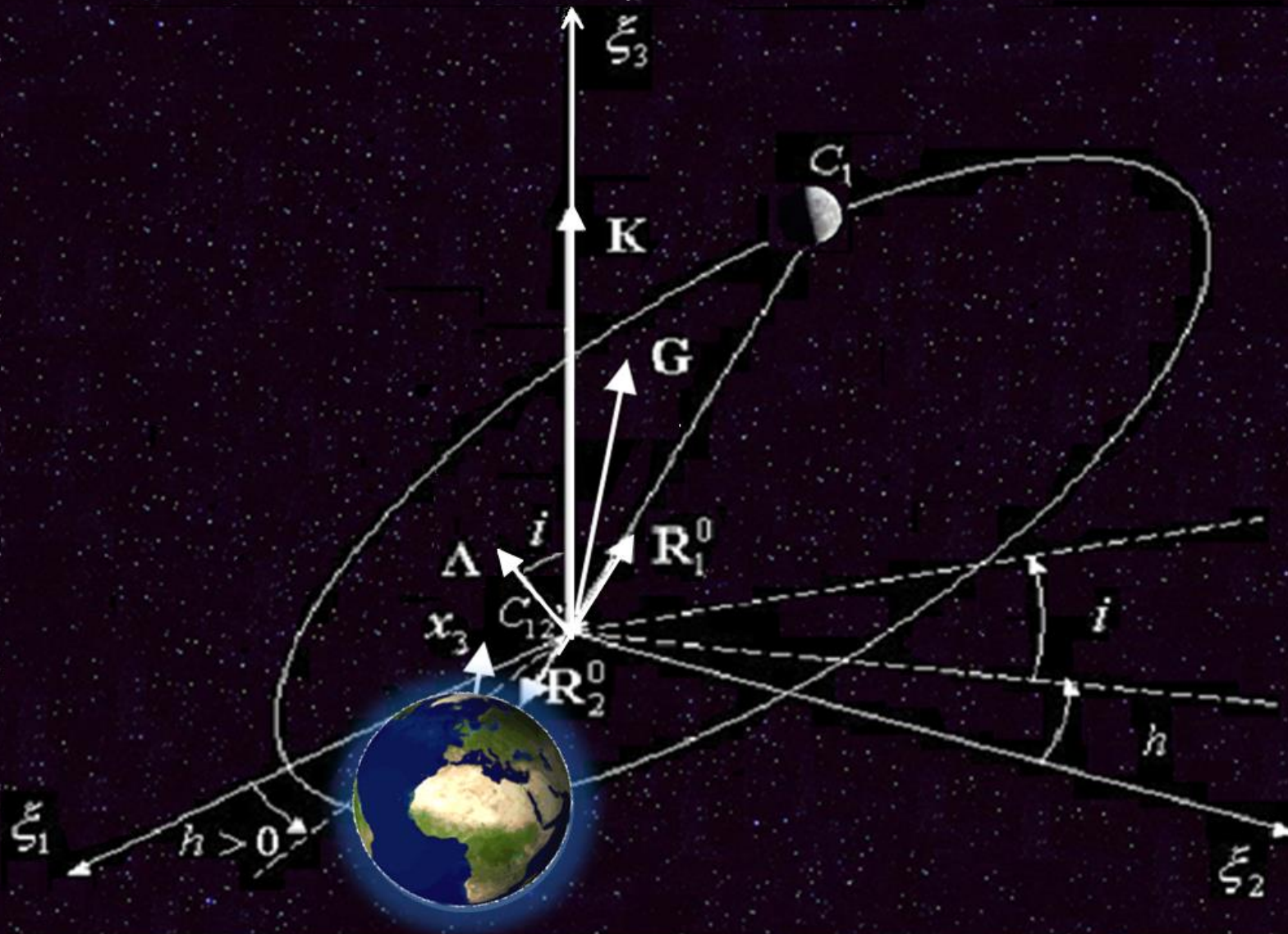




**ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
КОЛЕБАНИЙ ЗЕМНОГО ПОЛЮСА,
ВЫЗВАННЫХ ЛУННЫМ ВОЗМУЩЕНИЕМ**

В.В. Перепёлкин

Пространственный вариант задачи деформируемая Земля-Луна в поле притяжения Солнца



Уравнения движения земного полюса

1. Двухчастотная модель движения земного полюса

$$x_p = a_{ch} \cos w_{ch} + a_h \cos w_h + \Delta x_p,$$

$$y_p = a_{ch} \sin w_{ch} + a_h \sin w_h + \Delta y_p,$$

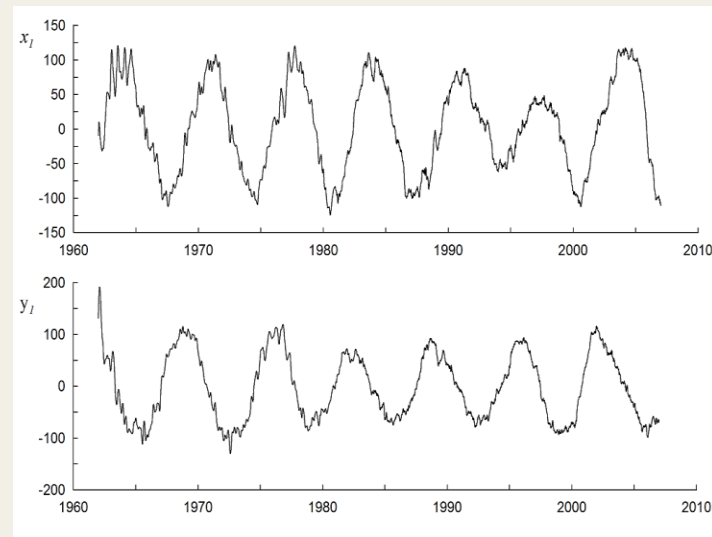
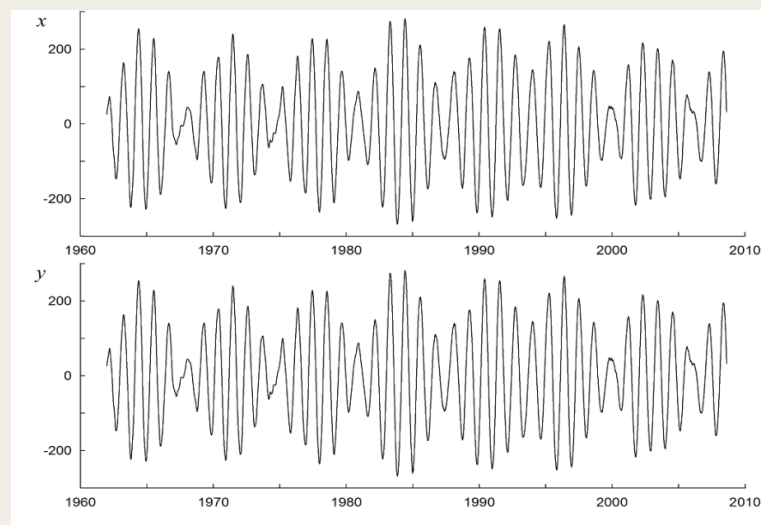
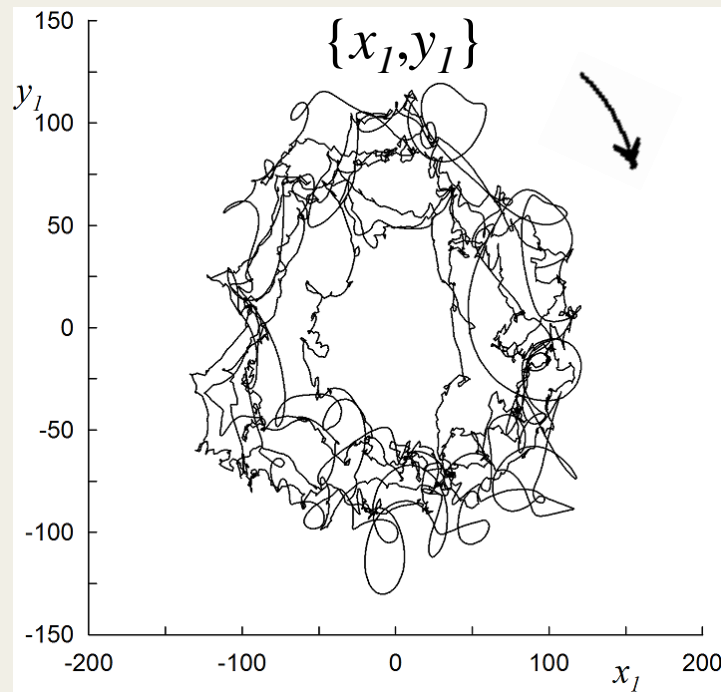
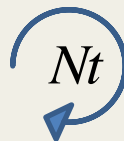
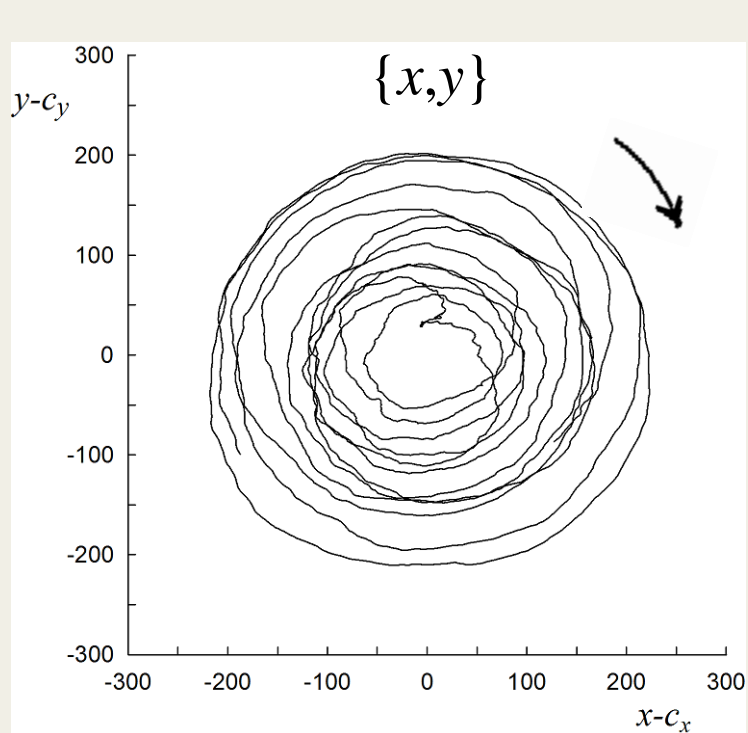
Чандлеровское колебание годичное колебание

2. Дополнительные слагаемые к двухчастотной модели движения земного полюса

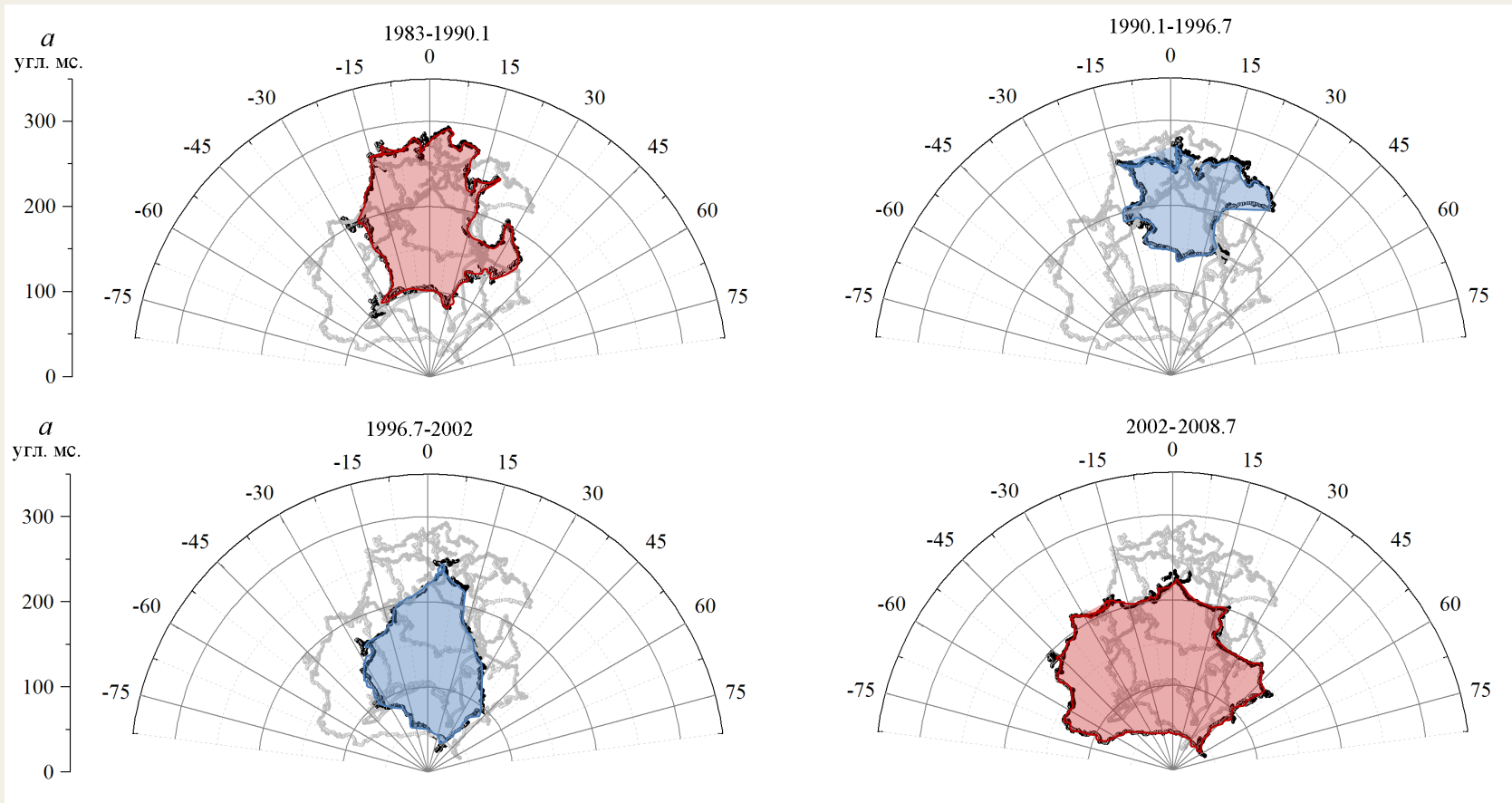
I	II
$\Delta x_p = a_{ch/h}^+ \cos(w_{ch/h} + h) + a_{ch/h}^- \cos(w_{ch/h} - h) + a_{1h}^+ \cos(w_1 + h) + a_{1h}^- \cos(w_1 - h),$ $\Delta y_p = a_{ch/h}^+ \sin(w_{ch/h} + h) + a_{ch/h}^- \sin(w_{ch/h} - h) + a_{1h}^+ \sin(w_1 + h) + a_{1h}^- \sin(w_1 - h),$ $w_{ch/h} = \begin{cases} w_h, & \text{если } a_h < a_{ch} \\ w_{ch}, & \text{если } a_h > a_{ch} \end{cases},$	$\Delta x_p = a_{1h}^+ \cos(w_1 + h) + a_{1h}^- \cos(w_1 - h),$ $\Delta y_p = a_{1h}^+ \sin(w_1 + h) + a_{1h}^- \sin(w_1 - h),$ $w_1 = \begin{cases} w_{ch}, & \text{если } a_h < a_{ch} \\ w_h, & \text{если } a_h > a_{ch} \end{cases},$

$$\dot{w}_{ch} = 2\pi(0.84 \div 0.85)\omega_*, \quad \dot{w}_h = 2\pi\omega_*, \quad \dot{h} = \frac{2\pi}{18.61}\omega_*.$$

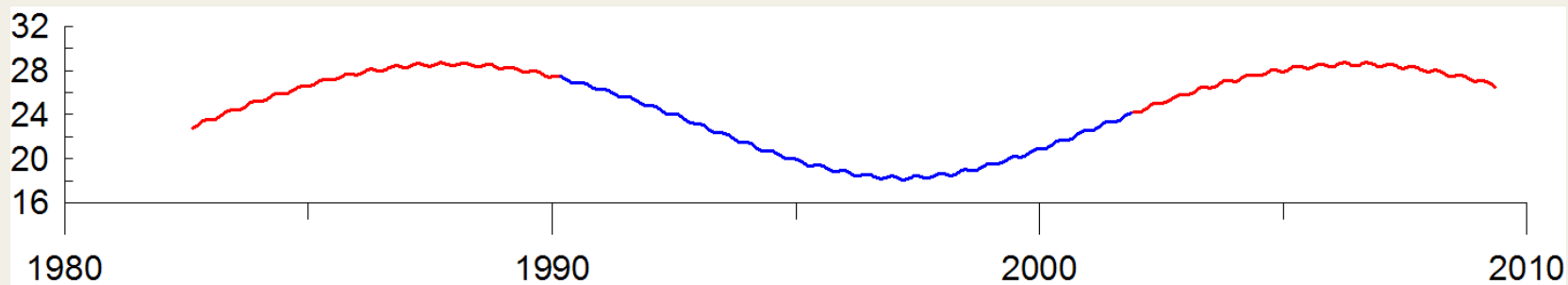
Преобразование координат полюса $\{x,y\} \rightarrow \{x_1,y_1\}$



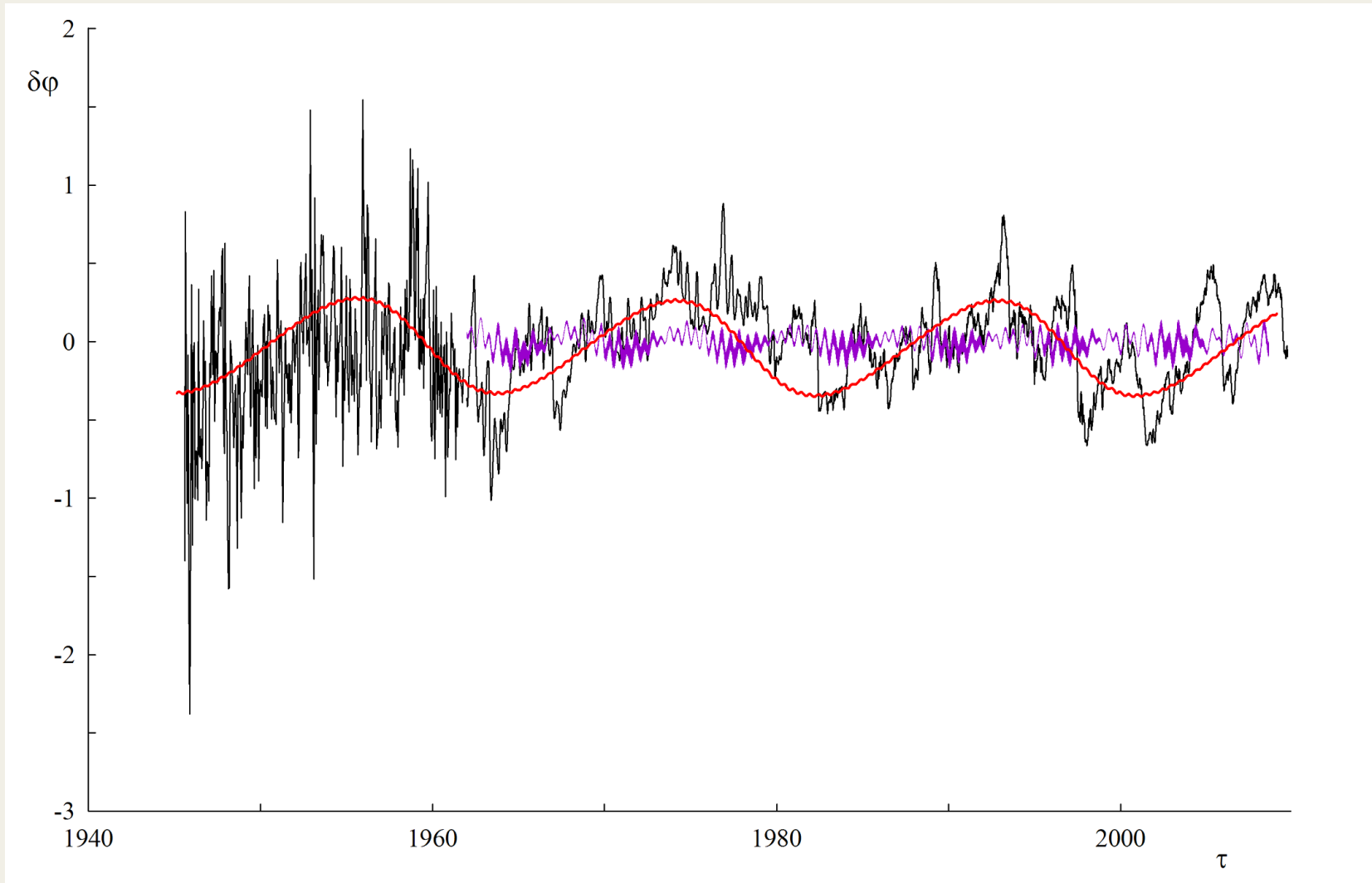
Траектория движения земного полюса в системе координат $\{x_I, y_I\}$



1983 – 1990 **1990 – 1996.7** **1996.7 – 2002** **2002-2008.7**

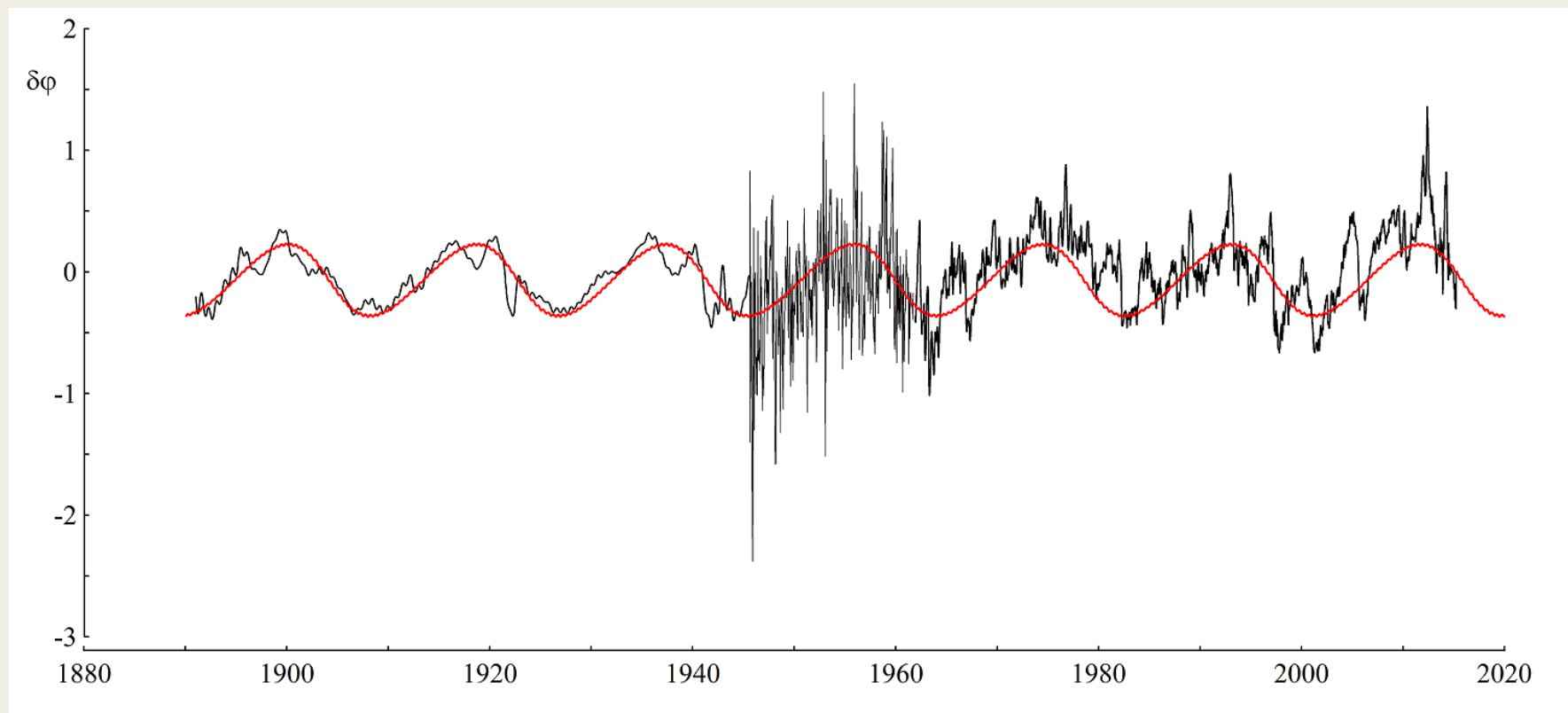
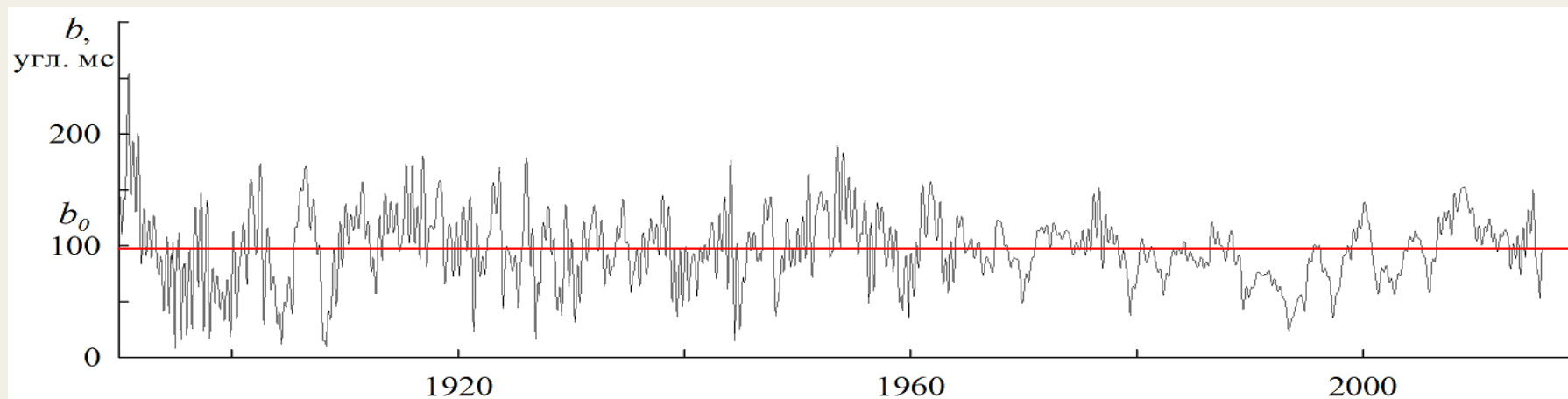


Вариации полярного угла в новой системе координат 1946 - 2008

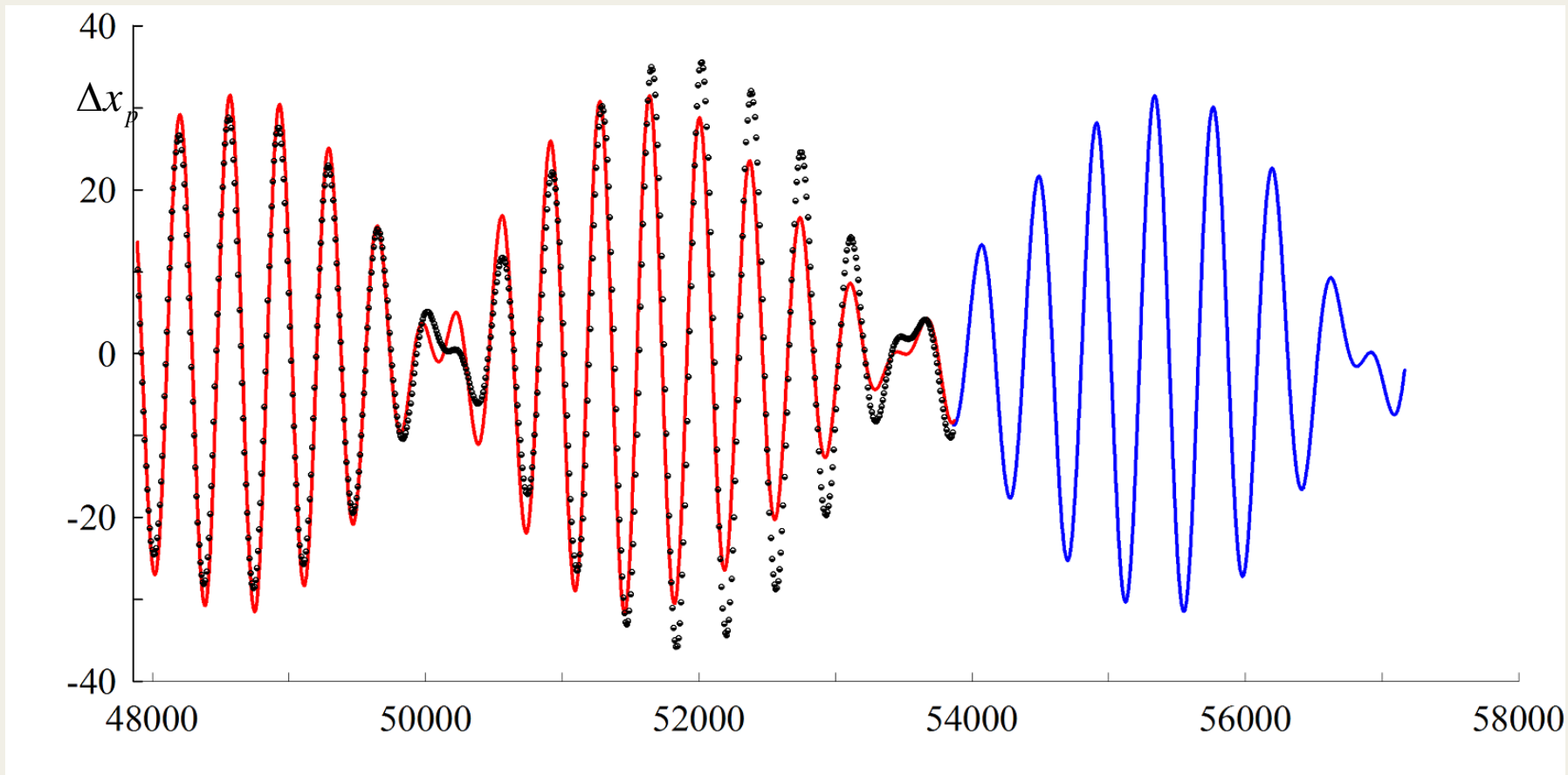


Сравнение вариации полярного угла земного полюса (черная линия) с графиком колебания вдоль экватора точки пересечения экватора с лунной орбитой (красная линия).

Вариации полярного угла в новой системе координат 1890 - 2015

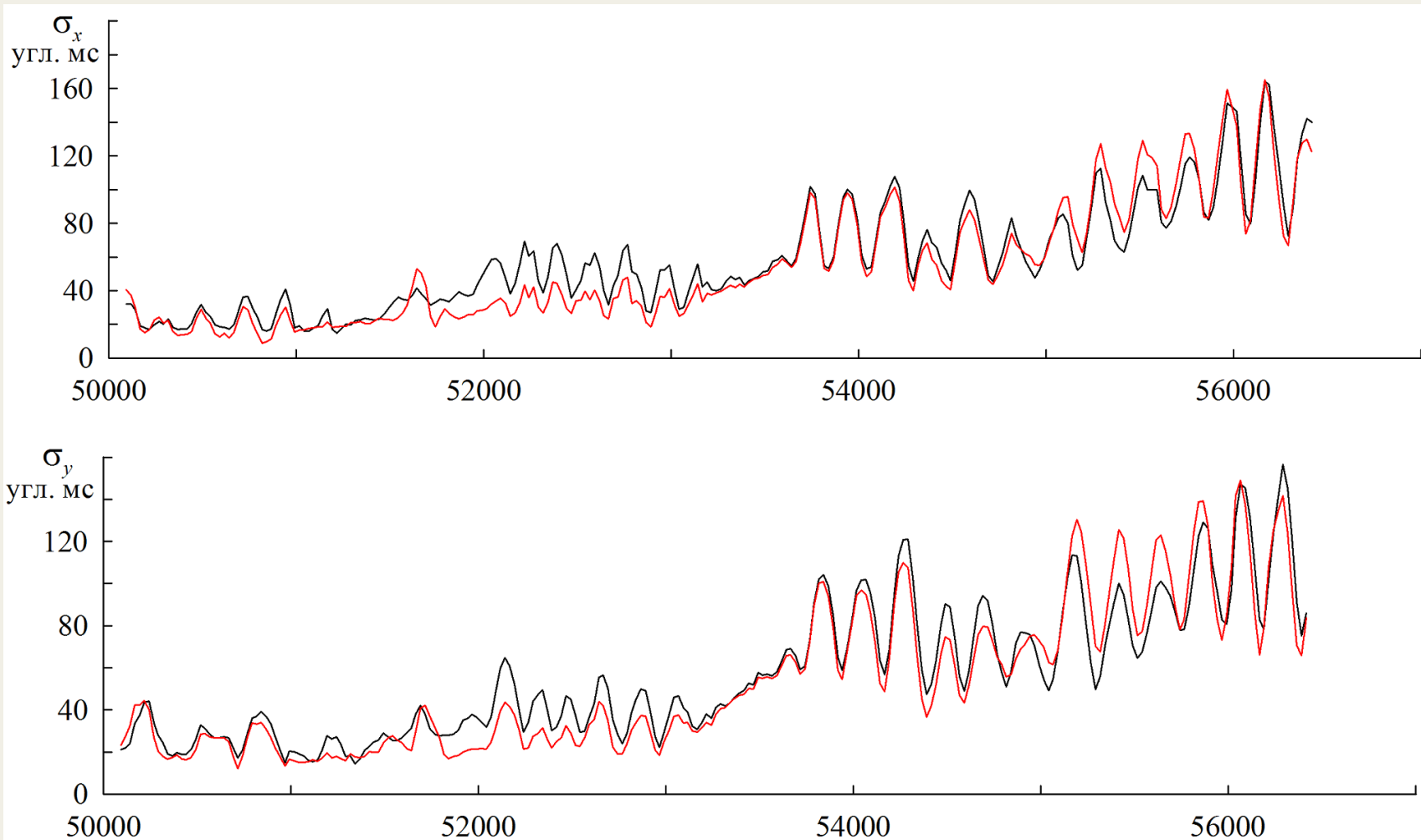


Обратное преобразование полярного угла



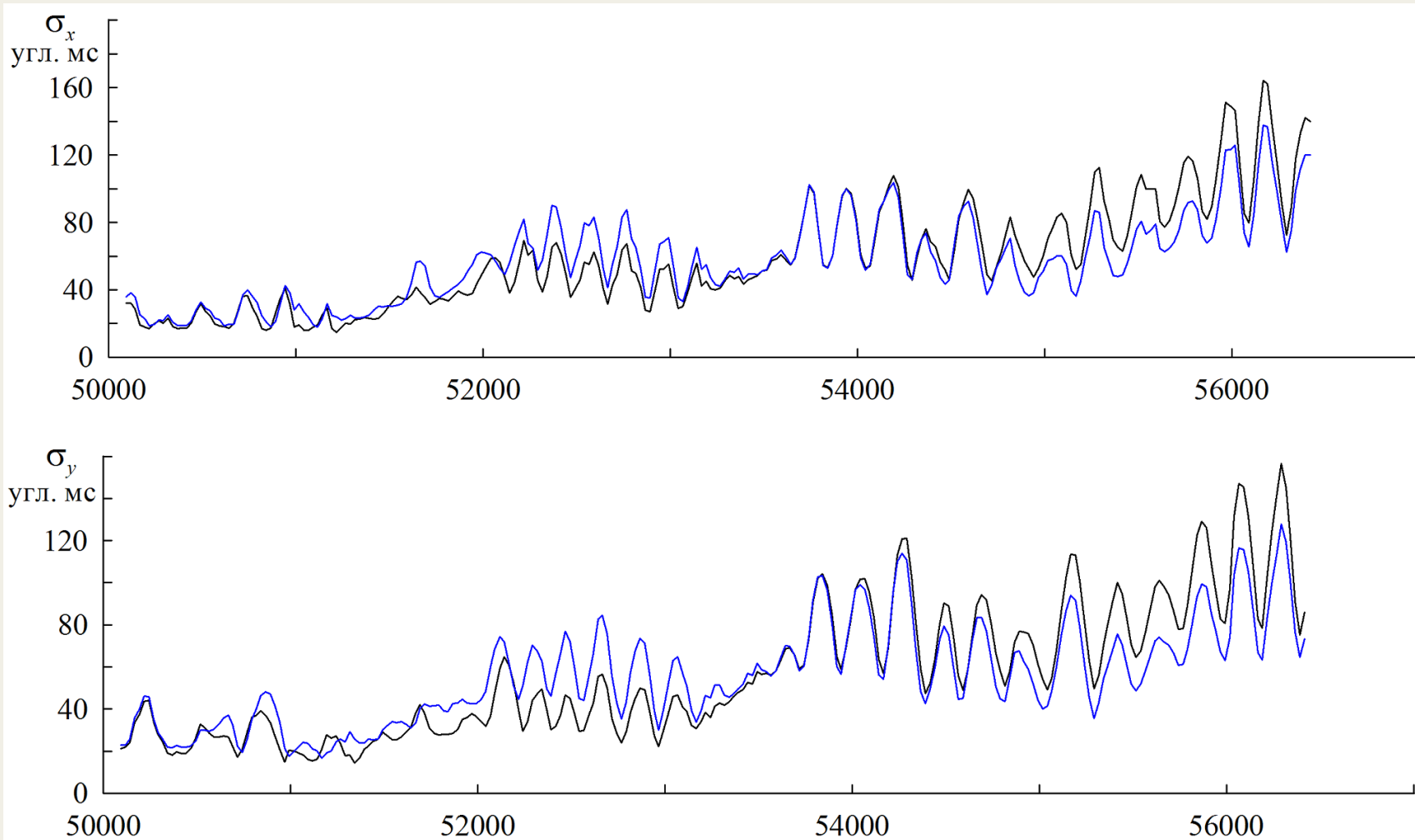
Обратное преобразование к начальной системе координат регулярной составляющей полярного угла (цветная линия) и сравнение с соответствующим колебанием, выделенным из данных наблюдений МСВЗ

Верификация модели



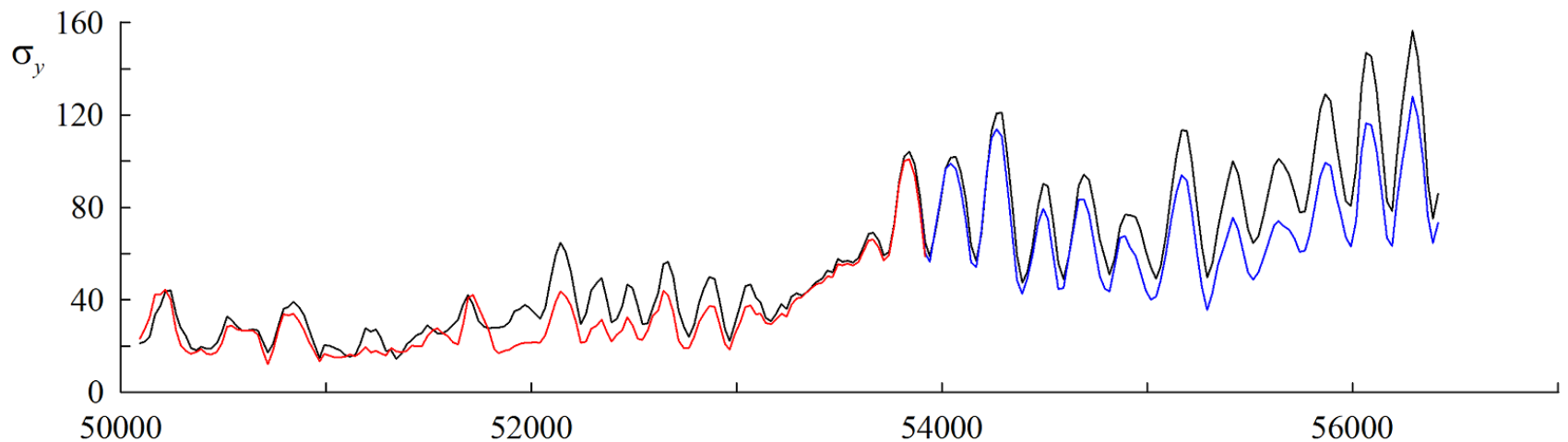
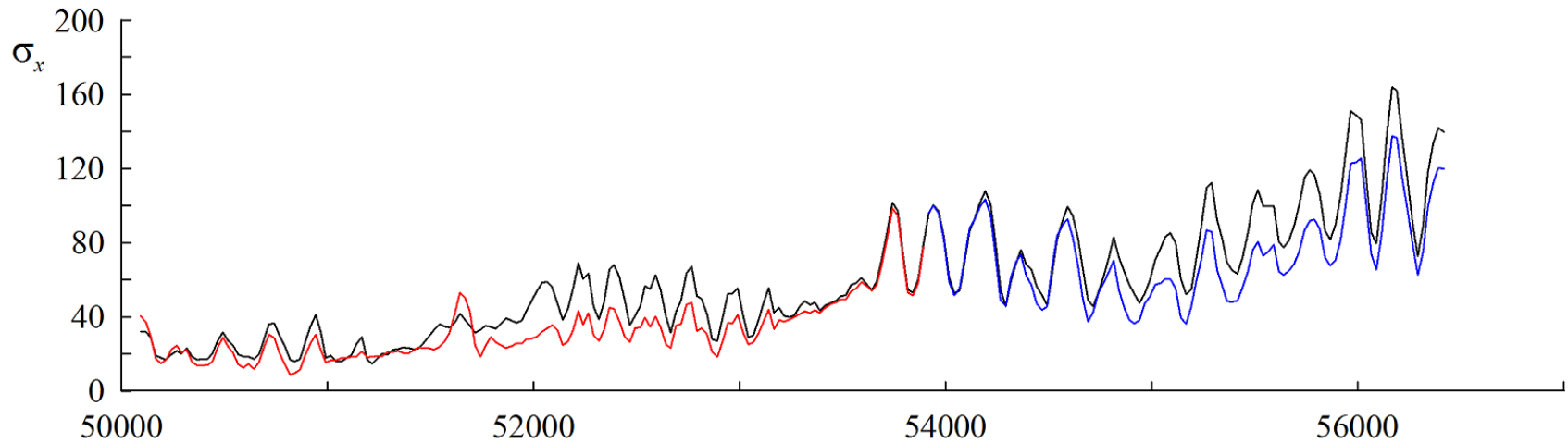
Среднеквадратические отклонения двухлетних прогнозов координат полюса согласно двухчастотной модели (черная линия) и с учетом дополнительных слагаемых (цветные линии) .

Верификация модели

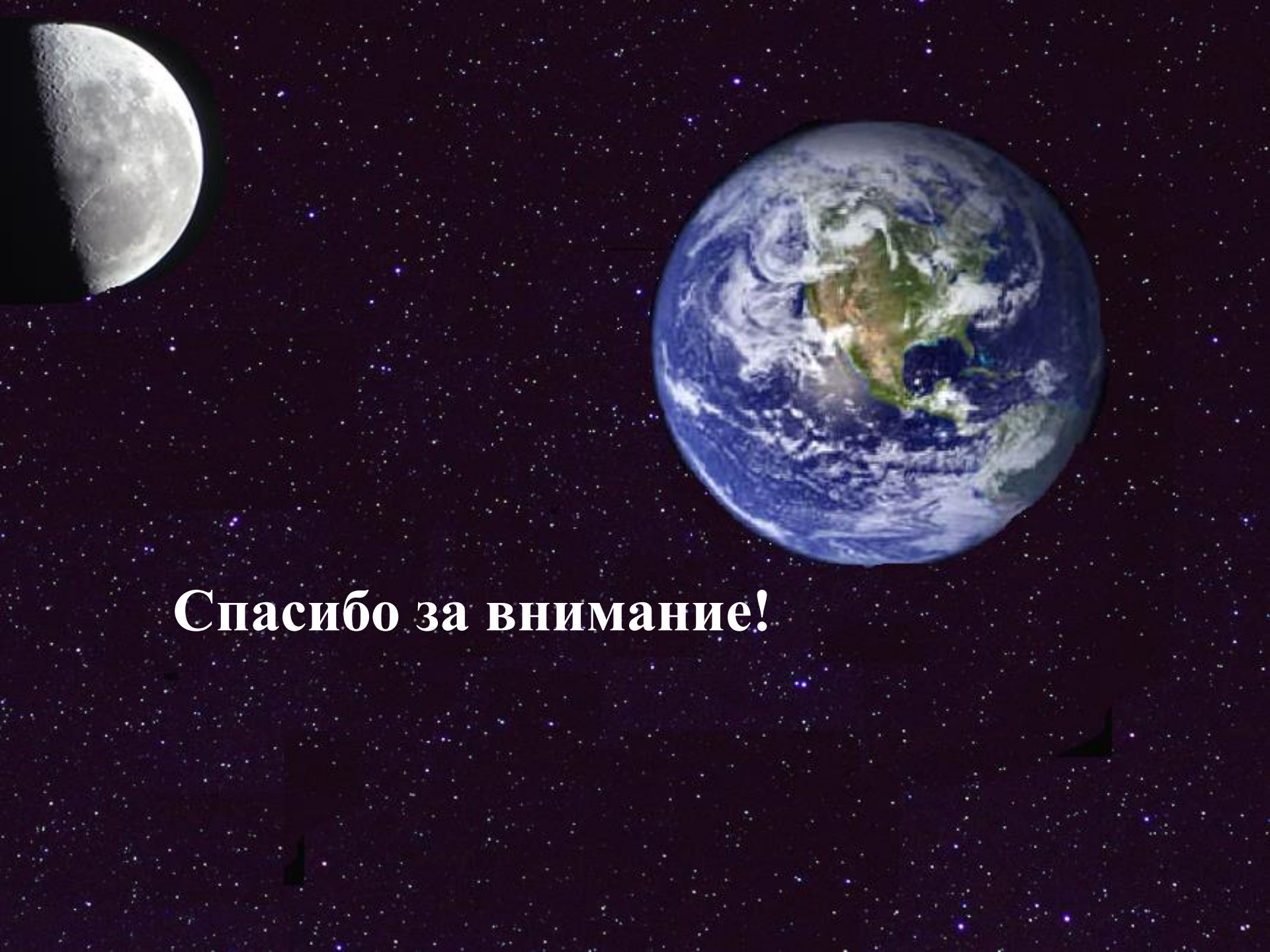


Среднеквадратические отклонения двухлетних прогнозов координат полюса согласно двухчастотной модели (черная линия) и с учетом дополнительных слагаемых (цветные линии) .

Верификация модели



Среднеквадратические отклонения двухлетних прогнозов координат полюса согласно двухчастотной модели (черная линия) и с учетом дополнительных слагаемых (цветные линии) .



Спасибо за внимание!

Функционал Рауса задачи «деформируемая Земля – Луна» в поле притяжения Солнца

$$R = R_* - \frac{\mu^2 m_*^3}{2\Lambda^2} + \frac{1}{2} \mu_0 R^{-3} m_* R_{21}^2 \left[1 - 3(\mathbf{R}^0, \mathbf{R}_{21}^0)^2 \right] - \frac{1}{2} \int_{\Omega} \rho \dot{\mathbf{u}}^2 dx + \varepsilon[\mathbf{u}] +$$

$$+ \mu_1 R_{21}^{-3} \left[\frac{1}{2} (A^* - C^*) (1 - 3\gamma_3^2) + U_1 \right] + \mu_0 R^{-3} \left[\frac{1}{2} (A^* - C^*) (1 - 3\kappa_3^2) + U_2 \right]$$

$$U_1 = \int_{\Omega} \left[(\mathbf{r}, \mathbf{u}) - 3(O^{-1} \mathbf{R}_{21}^0, \mathbf{r})(O^{-1} \mathbf{R}_{21}^0, \mathbf{u}) \right] d\rho$$

$$U_2 = \int_{\Omega} \left[(\mathbf{r}, \mathbf{u}) - 3(O^{-1} \mathbf{R}^0, \mathbf{r})(O^{-1} \mathbf{R}^0, \mathbf{u}) \right] d\rho$$

$$\mathbf{R}_* = \frac{1}{2} (\mathbf{G} - \mathbf{G}_u, J^{-1}[\mathbf{u}] (\mathbf{G} - \mathbf{G}_u)), \quad \mathbf{G}_u = \int_{\Omega} [(\mathbf{r} + \mathbf{u}) \times \dot{\mathbf{u}}] \rho dv,$$

$$J^{-1}[\mathbf{u}] = J_0^{-1} - J_0^{-1} J_1[\mathbf{u}] J_0^{-1} + \dots, \quad J_0^{-1} = \text{diag}(A^{-1}, B^{-1}, C^{-1}),$$

$$(\mathbf{R}^0, \mathbf{R}_{21}^0) = \cos \theta = \cos \vartheta \cos(\vartheta_1 - h) + \cos i \sin \vartheta \sin(\vartheta_1 - h).$$