Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория
Российской академии наук (ГАО РАН)

На правах рукописи

Королькова Ольга Алексеевна

МГД МОДЕЛИРОВАНИЕ СПОКОЙНЫХ СОЛНЕЧНЫХ ПРОТУБЕРАНЦЕВ

Специальность 01.03.03 – «Физика Солнца»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор
Соловьев Александр Анатольевич

Санкт-Петербург – 2021

Оглавление

Введение

Когда мы говорим о солнечной активности, мы подразумеваем целый комплекс явлений, происходящих в атмосфере Солнца. Пятна, факелы, протуберанцы, корональные дыры, корональные выбросы масс, вспышки и др. являются предметом изучения физиков-солнечников уже многие годы (информация о пятнах на Солнце, например, существовала еще задолго до инструментальной эпохи, в то время как корональные дыры были открыты относительно недавно – только в 70-х годах прошлого века). Но до сих пор нет ни одного элемента солнечной активности, о котором мы бы с уверенностью могли сказать, что все про него знаем. Природа солнечной активности широка и разнообразна, но в основе ее лежит один общий принцип: взаимодействие солнечной плазмы с магнитным полем звезды.

Протуберанцы являются одним из наиболее сложных и заметных проявлений солнечной активности. История их наблюдений связана с солнечными затмениями: во время полной фазы они хорошо видны как яркие выступы у края диска Луны, перекрывающего диск Солнца. Систематическое изучение протуберанцев началось в XIX веке, после того, как они «вновь» были открыты во время затмения 1842 года (до этого существовали упоминания о «горящих дырах» и «красном пламени», наблюдавшихся во время солнечных затмений 1239 г. и 1733 г.). Новая эпоха наблюдений наступила в XX веке, сначала с изобретением коронаграфа Лио, позволившего наблюдать протуберанцы вне затмений, а потом – с приходом эры внеземных наблюдений. В настоящее время протуберанцы широко исследуются с помощью спутников и космических станций.

В проекции на солнечный диск протуберанцы представляют собой тонкие темные волокна, лежащие на яркой фотосфере. Они хорошо видны в солнечной хромосфере в линии водорода $H\alpha$. Протуберанцы и солнечные волокна – одни и те же физические образования, а различие названий восходит к истории их наблюдений: протуберанцами принято называть выступающие структуры, наблюдаемые на лимбе Солнца, в то время как волокнами – структуры, наблюдаемые на самом диске.

Протуберанцы располагаются в солнечной короне, но характеристики плазмы в них сильно отличаются от характеристик плазмы окружающей среды. В среднем температура протуберанцев на два порядка ниже, а плотность на два порядка выше температуры и плотности солнечной короны. Таким образом, протуберанцы представляют собой очень плотные и очень холодные конденсации плазмы, поднятые и удерживаемые высоко над солнечной поверхностью магнитными силами. Их геометрические размеры и формы крайне разнообразны; время жизни варьируется от часов до месяцев. Морфологически протуберанцы делятся на несколько различных классов. По динамическим признакам их разделяют на два основных типа: спокойные и активные, а по магнитному полю – на протуберанцы с нормальной и обратной полярностью.

К спокойным протуберанцам относятся чрезвычайно устойчивые долгоживущие образования. Свою жизнь они начинают как относительно небольшие волокна, которые располагаются вдоль линии раздела полярностей магнитного поля между двумя основными частями биполярной структуры активной области или на ее краях, где они вторгаются в окружающую область противоположной полярности. Когда активная область распадается, протуберанец растет в длину и толщину, превращаясь в спокойное волокно. Такое волокно может достигнуть в длину до 1000 Мм и висеть на высотах до 100 Мм. Располагаясь высоко в короне, плазма солнечных волокон по своим физическим характеристикам близка к хромосферной [6]: в самой холодной части волокна температура падает до 4000-5000 К, а концентрация частиц достигает нескольких единиц на 10^{10}- 10^{11} см$^{-3}$, магнитное поле B относительно невелико и варьирует в пределах 5 –10 Гс, в редких случаях доходя до значений в несколько десятков Гс. При этом строение протуберанцев крайне неоднородно, их параметры значительно меняются от одной точки к другой, и на краях волокна их значения близки к корональным.

Активные протуберанцы располагаются в активных областях Солнца. Время их жизни значительно короче, чем у спокойных протуберанцев, и обычно исчисляется минутами или часами, температура выше, а магнитное поле может достигать значений в сотни *Гс*. Активные протуберанцы крайне динамичные и неустойчивые образования, и именно с ними часто связаны такие явления как солнечные вспышки и корональные выбросы массы.

Из двух типов преимущественно спокойные протуберанцы являлись объектом изучения астрономов в течение долгого времени. В первую очередь это связано с возможностью их длительного наблюдения: некоторые волокна могу существовать на Солнце несколько солнечных оборотов. Наблюдательные аспекты проблемы достаточно широко освещены в монографиях и обзорах Танберга-Хансена [78], Аушвандена [14], Енсена [28], Приста [6] и др. Однако, несмотря на большое количество наблюдательных данных, теоретическое описание данного вида солнечной активности во многом до сих пор остается неудовлетворительным.

Актуальность работы

В настоящее время нет ни одной теоретической модели, которая бы в достаточной степени отражала свойства реальных протуберанцев и разнообразие их строения. Таким образом, проблема теоретического описания равновесных и стационарных состояний солнечных волокон и на сегодня остается весьма актуальной.

Оказывается, создать модель холодного и плотного протуберанца, долгое время висящего в горячей и разреженной плазме солнечной короны, совсем не просто. Проблема состоит не только в очень большом перепаде температуры и плотности между самим волокном и окружающей его средой, но и в сложности решения системы уравнений МГД, описывающей равновесие протуберанца. Более детальный обзор существующих и наиболее популярных на данный момент моделей будет дан в разделе 1.1. Пока лишь отметим, что вопрос построения теоретической модели солнечного волокна стоит достаточно остро на протяжении уже более чем пятидесяти лет и до сих пор является одним из самых актуальных в физике Солнца. Многие работы [18, 19, 21, 23, 29, 37, 63, 66 и др.] посвящены не столько описанию равновесия, сколько вопросам формирования протуберанца: как в принципе на Солнце может образоваться магнитная конфигурация, способная удерживать тяжелую и холодную плазму в течение длительного времени? К сожалению, как правило, физические характеристики плазмы, получаемые в таких модельных задачах, оказываются далеки от наблюдаемых.

В нашей работе мы используем принципиально новый подход к проблеме построения модели солнечного протуберанца, предложенный в работе [72]. Суть этого подхода будет подробно раскрыта в разделе 1.2. Идея заключается в том, чтобы, задавая структуру магнитного поля, получать именно для этой структуры равновесные распределения давления, плотности и температуры плазмы. Таким образом, опираясь на представления о конфигурациях магнитного поля, в которых способны образовываться протуберанцы, мы хотим проверить, действительно ли в таких структурах можно получить равновесные параметры плазмы, сравнимые с реально наблюдаемыми величинами. Мы рассматриваем ситуацию, когда протуберанец уже образовался, предполагая, что процессы формирования и разрушения волокна много короче, чем длительность его существования. Наш подход не предусматривает рассмотрение динамики волокна, однако наши аналитические модели могут быть использованы в качестве начальных условий для задач численного счета, изучающих эволюцию протуберанцев во времени (см., например, [35]). Изначально мы рассматривали только статические модели, на которые накладывали условия трансляционной или осевой симметрии, но в процессе работы смогли получить возможность рассматривать также и стационарные случаи с учетом течений плазмы. Все ограничения, накладываемые на модели, в первую очередь связаны со сложностью математического решения нелинейных задач магнитной гидродинамики.

Целью диссертационной работы является разработка широкого набора магнитогидродинамических моделей спокойных солнечных протуберанцев. Речь идет именно об ансамбле теоретических моделей, а не о расчете какой-то одной типичной модели, поскольку реальные объекты отличаются весьма большим разнообразием своих характеристик.

Задачи, ставящиеся в работе, следующие:

1. Освоить методику расчета 2D-моделей спокойных протуберанцев, как структур, обладающих трансляционной симметрией.
2. Провести анализ аркадных моделей протуберанцев, получить модели с тонкой структурой магнитного поля и боковой асимметрией.
3. Построить модели протуберанцев, имеющих жгутовую структуру магнитного поля. Ввести в эти модели тонкую филаментарную структуру.
4. Разработать метод построения трехмерных моделей солнечных протуберанцев конечной длины с учетом течений плазмы (стационарный случай) и рассчитать трехмерную модель прямого солнечного волокна конечной длины.
5. Разработать метод расчета крупномасштабных спокойных солнечных структур в сферической системе координат.

Методология исследования

Используемый нами метод аналитического расчета равновесных магнитоплазменных структур на Солнце впервые был развит в работе

Соловьева [72] для расчета конфигураций, отвечающих условию трансляционной симметрии. По заданной структуре магнитного поля волокна рассчитывались равновесные распределения термодинамических параметров плазмы для случая прямых волокон произвольной формы сечения, соответствующих спокойным солнечным протуберанцам. Позже данный метод исследования был успешно применен в работах Крашкевича и др. [35], Кузьмы и др. [38].

Разумеется, рассчитываемое нами волокно должно быть непрерывным образом вписано в окружающую его среду. Для этого мы использовали современную гидростатическую модель солнечной атмосферы Авретта и Лоезера [15].

Научная новизна

Научная новизна работы состоит, главным образом, в следующем:

1. Впервые разработан метод, позволяющий построить широкий спектр 2D-моделей солнечных волокон (с аркадной и винтовой структурой магнитного поля), в которых термодинамические параметры плазмы (давление, плотность, температура) находятся в хорошем согласии с реальными наблюдаемыми величинами.
2. Впервые построены модели протуберанцев с тонкой филаментарной структурой магнитного поля и температурно-плотностных характеристик.
3. Впервые построена трехмерная стационарная модель солнечного протуберанца конечной длины, в которой отношение длины волокна к его радиусу может варьироваться в широких пределах.

Научная и практическая значимость

Научная значимость работы определяется тем, что представленный в диссертации метод расчета магнитоплазменных структур позволяет подобрать для любого наблюдаемого солнечного волокна такую магнитную конфигурацию, чтобы соответствующие равновесные параметры температуры и плотности оказались в пределах наблюдаемых.

Практическая значимость. Ввиду большого разнообразия наблюдательных данных необходимо иметь теоретические модели с широким набором параметров. Наличие адекватной физической модели изучаемого объекта солнечной активности важно, в частности, для решения задач современной корональной гелиосейсмологии.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Разработан ряд моделей спокойных протуберанцев, позволяющих учитывать аркадную и винтовую конфигурацию магнитного поля, нормальную и обратную полярности, боковую асимметрию волокна, наличие в нем тонкой волокнистой структуры. Все модели получены в рамках решения статической (или стационарной) задачи, в которой основой служит условие равновесия магнитоплазменной системы с заданной магнитной структурой.
2. Представлен аналитический метод расчета стационарных магнитоплазменных структур, позволяющий учитывать наличие в волокне течений высокопроводящей плазмы вдоль магнитных силовых линий. На основе этого метода разработана трехмерная стационарная модель прямого солнечного волокна конечной длины.
3. Представлен и реализован аналитический метод расчета крупномасштабных равновесных солнечных структур типа протяженных волокон и полярных корональных дыр по заданной конфигурации их магнитного поля в сферической системе координат.

Достоверность изложенных в работе результатов обеспечивается использованием известных уравнений идеальной МГД и хорошим совпадением теоретически рассчитываемых параметров солнечных волокон с наблюдательными данными.

Личный вклад автора заключается в непосредственной разработке аналитических моделей солнечных волокон, теоретическом расчете их параметров и в написании соответствующих компьютерных программ для графического представления результатов. Автор регулярно выступал с докладами, посвященными настоящему исследованию, на научных конференциях и принимал активное участие в написании текстов для совместных с соавторами научных статей.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на 8 Всероссийских конференциях:

1-5. «Солнечная и солнечно-земная физика», Санкт-Петербург, ГАО РАН, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019 гг.

6. VII Пулковская молодежная астрономическая конференция, СПб, ГАО РАН, 2018 г.
7. «Магнетизм, циклы активности и вспышки на Солнце и звездах», Научный, КрАО, 2018 г.
8. «Физика Солнца», Научный, КрАО, 2019 г.

Публикации по теме диссертации

По теме диссертации опубликовано 16 статей, из которых 7 статей опубликовано в рецензируемых изданиях, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией (ВАК), и 9 статей – в материалах Всероссийских конференций.

Журналы из списка ВАК:

1. Solov'ev A.A., **Korolkova O.A.**, Kirichek E.A. Model of Quiescent Prominence with the Helical Magnetic Field // Geomagnetism and Aeronomy, 2016. – Vol. 56, iss. 8. – P. 1090-1094.
2. **Korolkova O.A.**, Solov’ev A.A. Modeling of the Fine Filament Structure of Quiescent Solar Prominences // Geomagnetism and Aeronomy, 2017. – Vol. 57, iss. 8. – P. 1018-1022.
3. Solov’ev A.A., Kirichek E.A., **Korolkova O.A.** Coronal loop as an element of potential magnetic arcade // Geomagnetism and Aeronomy, 2017. – Vol. 57, iss. 7. – P. 849-853.
4. **Korolkova O.A.**, Solov’ev A.A. Large-Scale Magnetostatic Structures in the Solar Corona and a Model of the Polar Coronal Hole // Geomagnetism and Aeronomy, 2018. Vol. 58, iss. 7. – P. 953-958.
5. **Korolkova O.A.**, Solov’ev A.A. The structure of prominences of normal and inverse polarity // Geomagnetism and Aeronomy, 2019. – Vol. 59, iss. 7. – P. 858-863.
6. **Korolkova O.A.**, Solov’ev A.A. Fine Filament Structure of a Quiescent Solar Prominence // Astrophysics, 2020. – Vol. 63, iss. 2. – P. 274-281.
7. Smirnova V., Riechokainen A., **Korolkova O.A.**, Zhivanovich I. Observations and Interpretation of rotational properties of polar coronal holes based on SDO data // Geomagnetism and Aeronomy. – 2021. – vol. 60, iss. 8. – P. 1050-1056.

Труды и тезисы конференций:

1. Соловьев А.А., **Королькова О.А.** Модель протуберанца с тонкой слоистой структурой // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2015. – С. 335-338.
2. **Королькова, О.А.**, Соловьев, А.А. Моделирование тонкой структуры спокойных солнечных протуберанцев // Труды Всероссийской

конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2016. – С. 163-166.

3. **Королькова, О.А.**, Соловьев, А.А. Протуберанец как скрученное волокно на подложке // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2016. – С. 167-170.
4. **Королькова, О.А.**, Соловьев, А.А. Расчет крупномасштабных магнитостатических структур в солнечной короне // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2017. – С. 195-198.
5. **Королькова, О.А.** Моделирование крупномасштабных структур солнечной короны. Известия главной астрономической обсерватории в Пулкове № 226 // Труды VII Пулковской молодежной астрономической конференции. – Санкт-Петербург, 2018. – С. 20-26.
6. **Королькова, О.А.**, Соловьев, А.А. Строение протуберанцев нормальной и обратной полярности // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2018. – С. 239-242.
7. **Королькова, О.А.**, Соловьев, А.А. Трехмерная модель спокойного солнечного протуберанца // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2019. – С. 237-240.
8. Смирнова, В.В., **Королькова О.А.**, Соловьев А.А., Живанович И. Ротационные свойства корональных полярных дыр по данным SDO // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2019. – С. 353-356.
9. **Королькова, О.А.**, Соловьев, А.А. Трехмерное моделирование спокойных солнечных протуберанцев // Труды Всероссийской конференции «Солнечная и солнечно-земная физика». – Санкт-Петербург, 2020. – С. 163-168.

<u>Структура настоящей работы</u> обусловлена предметом, целью и задачами исследования. Диссертация состоит из введения, трех глав и заключения. Полный объем составляет 93 страницы, включая 43 рисунка. Список литературы содержит 86 наименований.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертационной работы, определяются ее цель, задачи и методы исследования. Обсуждаются научная новизна и практическая значимость исследования, приводятся положения, выносимые на защиту, кратко излагаются содержание работы и личный вклад автора.

Первая глава диссертации посвящена описанию магнитогидростатических моделей солнечных волокон. В **параграфе 1.1** дан краткий исторический обзор известных на данный момент моделей спокойных протуберанцев, обсуждаются достоинства и недостатки этих моделей, обосновывается необходимость нового подхода к решению проблемы.

Следующие **два параграфа** первой главы раскрывают теоретические аспекты задачи моделирования. Мы ставим своей целью описание равновесия однородного в длину (трансляционная симметрия) горизонтального волокна произвольного поперечного сечения.

В **параграфах 1.4, 1.5, 1.6** представлен ряд магнитогидростатических конфигураций, описывающих спокойные протуберанцы как аркадного, так и винтового типа. В **параграфе 1.7** вводится тонкая структура солнечных волокон на примере модели с винтовой конфигурацией магнитного поля. В **параграфе 1.8** обсуждаются вопросы параметрической устойчивости исследуемых моделей.

Во **второй главе** рассматриваются уже не статические, а стационарные конфигурации. В **параграфе 2.1** решается система уравнений стационарной МГД, описывается метод расчета трехмерных стационарных структур с учетом плазменных течений. В **параграфе 2.2** приводится конкретная модель прямого солнечного волокна конечной длины.

Третья глава содержит описание метода расчета крупномасштабных солнечных структур. В **параграфе 3.1** приводится решение системы уравнений магнитной гидростатики в сферической системе координат, в **параграфе 3.2** – модель полярной корональной дыры.

В **заключении** подводятся итоги и формулируются основные выводы диссертационной работы.

Глава 1. Магнитогидростатические модели спокойных солнечных протуберанцев

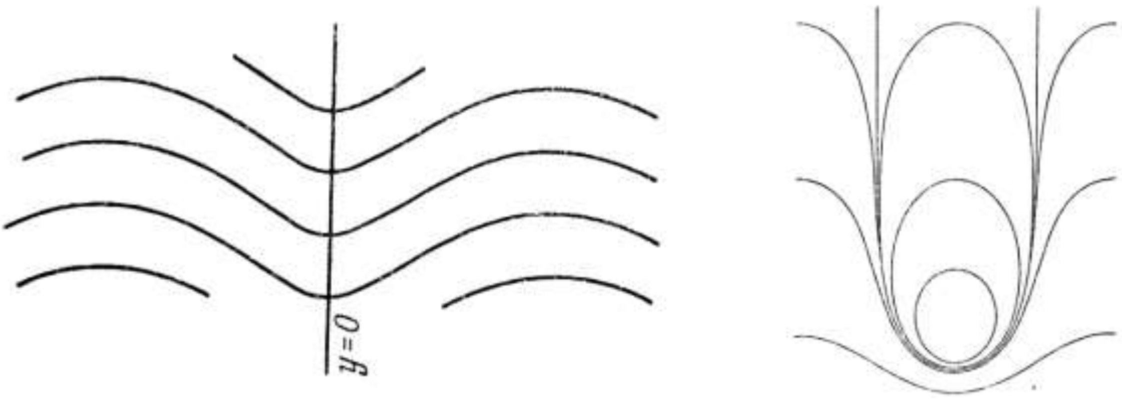
1.1. Обзор аналитических моделей солнечных волокон

Отличительной особенностью протуберанцев является значительно пониженная относительно окружающей среды температура и столь же значительно повышенная плотность. Располагаясь высоко в короне, плазма солнечных волокон по своим физическим характеристикам близка к хромосферным значениям: в самой холодной части температура достигает порядка 4000-5000 К, а концентрация частиц – до нескольких единиц 10^{10}- 10^{11} см$^{-3}$. При этом строение протуберанцев крайне неоднородно – их параметры значительно меняются от одной точки к другой и на краях волокна имеют значения более близкие к значениям параметров окружающие среды. В удержании таких тяжелых и плотных сгустков плазмы высоко над поверхностью фотосферы ключевую роль играют магнитные силы.

Спокойные протуберанцы представляют собой долгоживущие устойчивые образования, практически не меняющие своей формы. Они имеют в среднем длину 60 - 600 Мм, высоту 15 - 100 Мм, толщину 4 - 15 Мм. Спокойные протуберанцы преимущественно располагаются в областях со слабым магнитным полем над линией раздела полярности; напряженность магнитного поля в самих протуберанцах не превышает нескольких десятков Гс.

Попытки создания теории, объясняющей способы формирования и удержания в короне протуберанцев, делаются, начиная с 50-х годов прошлого века. Однако полной единой теории, описывающей всё разнообразие связанных с волокнами явлений, до сих пор не существует.

Одними из первых свои модели предложили Мензел и Данджи (их описание можно найти в книге Каулинга [3]). Согласно так называемой теории магнитной дуги Мензела (рис.1(а)) волокна располагаются вдоль силовых линий магнитного поля. Данджи пытался обобщить теорию токовых шнуров, в которой волокна представляют собой траектории электрических токов с локальными магнитными полями (рис.1(б)).



а) *б)*

Рис.1. Форма силовых линий, поддерживающая протуберанец, по теориям а) Мензела и б) Данджи. Рисунки взяты из книги Каулинга [3].

Оба автора решали двумерную магнитогидростатическую задачу в приближении однородной изотермической атмосферы, пренебрегая огромной разницей температур между волокном и окружающей его короной. Кроме того, решения получались периодическими в поперечном к волокну направлении: ни о каком уединенном волокне речь не шла. Тем не менее, оба автора смогли получить грубую оценку возможности существования неподвижно висящего протуберанца, и именно такие похожие формы силовых линий до сих пор используются для описания солнечных волокон.

Модель Киппенхана-Шлютера (KS) 1957 г. [29] считается классической моделью солнечного протуберанца. Волокно в ней представляется тонким изотермическим слоем, одномерным в том смысле, что все переменные зависят только от одной координаты (рис.2). Волокно подвешено на магнитных силовых линиях (магнитный гамак). Под тяжестью плотной плазмы силовые линии магнитного поля изгибаются и вдоль них устанавливается баланс давлений, обеспеченный тем, что понижение температуры в подвешенном параллелепипеде компенсируется соответствующим ростом плотности. Данная модель является сугубо локальной – напряженность магнитного поля в ней не изменяется, силовые линии уходят на бесконечность, а распределение термодинамических параметров внутри протуберанца-кирпичика равномерно.

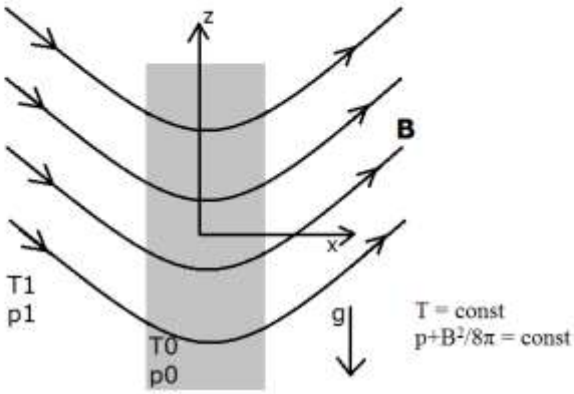


Рис.2. Форма силовых линий в модели Киппенхана – Шлютера. Ось *z* направлена перпендикулярно солнечной поверхности, ось *y* – вдоль длины протуберанца. Серый прямоугольник – тело неподвижно висящего однородного протуберанца.

Однако очевидная простота модели, её наглядный физический смысл делают данную модель крайне популярной среди исследователей. Модель KS неоднократно обобщалась (см., например, Лоу и Петри [49]), исследуются волновые и колебательные свойства плоского изотермического слоя в магнитном «гамаке», вводится тонкая структура и пр. В частности, одним из возможных применений модели KS является описание центральной части магнитной аркады с прогибом наверху типа той, что была изображена Пикельнером в 1971 г. [62] в качестве несущей конструкции для протуберанца (рис.3). К сожалению, модель Пикельнера была скорее качественной, расчеты равновесных параметров плазмы в аркаде были проведены лишь оценочно.

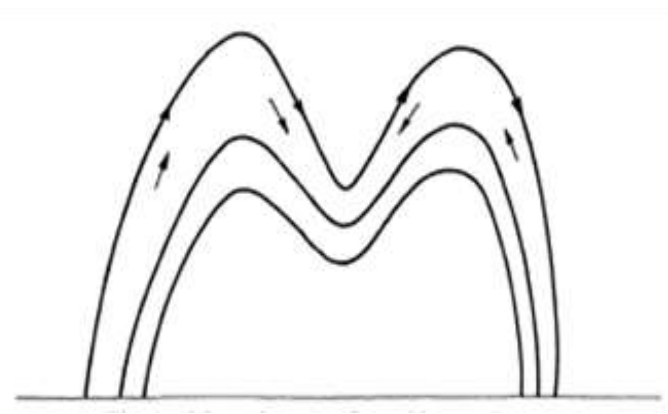
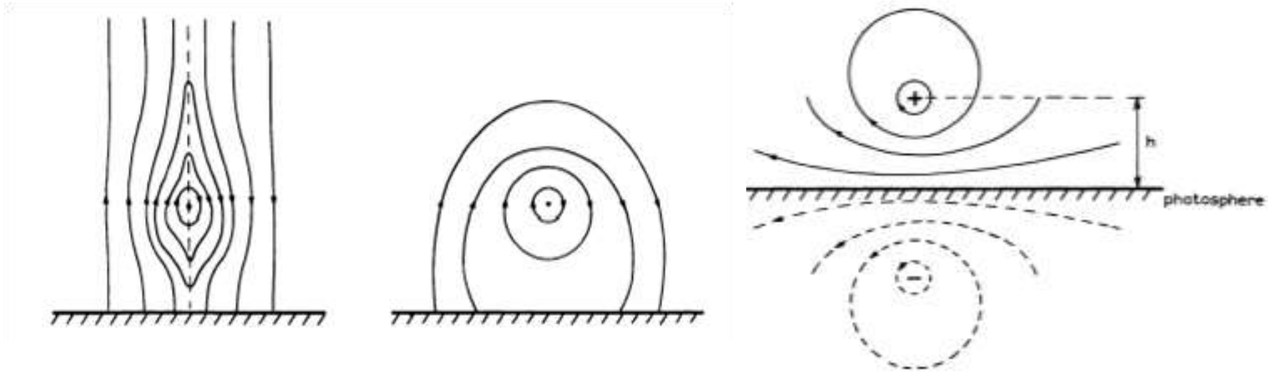


Рис.3. Аркада Пикельнера: форма магнитных силовых линий. Рисунок взят из работы Пикельнера [62]. К описанию центральной части аркады может быть применена модель Кипенхана – Шлютера.

Другая классическая модель – это модель протуберанца, предложенная Куперус и Рааду (KR) [36] и далее развитая в работах Куперус и Тандберг-Хансен [37], и др. В данном случае рассматривается возможность силового удержания тяжелого волокна в вертикальном токовом слое или в потенциальном внешнем поле (рис.4). При этом акцент вновь делается лишь на вид магнитных силовых линий, а распределения физических параметров плазмы (давления, плотности и температуры) не рассчитываются. Более того, в такой модели предполагается, что фотосфера представляет собой «резкую границу с бесконечной проводимостью» [8].



а) б) в)

Рис.4. Токовый канал, возникающий в а) токовом слое или б) потенциальном поле. в) Магнитное поле волокна с током, локализованного на расстоянии h над фотосферой, и индуцированная токовая системы в фотосфере. Все рисунки взяты из модели Куперуса и Рааду [36].

Раст и Кумар [67, 68] подчеркивают жгутовую структуру магнитного поля протуберанцев, но расчета температуры и плотности в волокнах с такими скрученными полями они не проводят. Лерч и Лоу [39, 40] получили для горизонтального магнитного цилиндра на магнитной подложке далекие от реальности распределения: температура в центре волокна падает до нуля, плотность стремится к бесконечности. Лоу [46] получил волокно лишь незначительно более холодное, чем корона ($T \approx 7 \text{х} 10^5$ K).

Как пример современных теоретических моделей спокойных солнечных волокон, можно привести работы [48,50]. В работе Low и Zhang [48] рассчитывается политропная модель плотного волокна, но какие-либо расчеты термодинамических величин отсутствуют, поэтому непонятно, является ли построенная конфигурация протуберанцем и действительно ли при их полях достигаются нужные значения температуры и плотности. В работе Луны и Карпена [50] протуберанец уподобляется математическому маятнику, напряженность магнитного поля которого определяется как функция от периода колебаний волокна. Вся проблема равновесия сводится к равенству в одной только точке величины силы тяжести и магнитного натяжения силовых линий, имеющих в этом месте некоторый прогиб. Такой подход выглядит слишком упрощенным с физической точки зрения и скорее применим лишь для описания каких-либо локальных ситуаций, нежели для построения полноценной модели всего протуберанца в целом.

Альвен в своих работах (см. напр. [9]) предлагал возврат к парадигме E и j: подходу, при котором все солнечные процессы (включая протуберанцы) рассматриваются в терминах электрических полей и токов. Такие модели и сейчас предлагаются наравне с моделями, опирающимися на классическое МГД описание. В книге Паркера [60] показано, что подход с E и j в силу природы уравнений Максвелла может привести к уходу от физической реальности. К тому же, вводя представления о токовых контурах (линейных токах) в короне, авторы условно принимают, что проводимость солнечной короны нулевая как в вакууме, в то время, как проводимость солнечной фотосферы принимается бесконечной. В реальности же проводимость в короне приблизительно равна 10^{16}-10^{17} $с^{-1}$, а на фотосфере – значительно ниже: 10^{12} $с^{-1}$, и пренебрежение физической реальностью выглядит слишком явным.

Приведенные выше примеры показывают, что проблема равновесия солнечных волокон является весьма сложной задачей, требующей комплексного подхода, и не теряет своей актуальности и по сей день.

1.2. Постановка задачи моделирования

Время жизни спокойных солнечных протуберанцев во много раз превышает время релаксации системы к магнитогидродинамическому равновесию. Для описания таких мало изменяющихся долгоживущих структур применим подход магнитной гидростатики (МГС).

Мы будем рассматривать задачу длительного удержания плазмы в магнитном поле против сил тяжести. Исходная система уравнений выглядит следующим образом:

$$-\nabla P+\frac{1}{4\pi}\left[rot\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}\right]+\rho\boldsymbol{g}=0 \tag{1.1}$$

$$div\boldsymbol{B}=0, \tag{1.2}$$

$$P=\frac{\rho RT}{\mu} \tag{1.3}$$

Здесь **B** – напряженность магнитного поля, P – плазменное давление, ρ – удельная плотность, T – температура, $\boldsymbol{g}$ **-** ускорение свободного падения на поверхности Солнца, μ – средняя молярная масса газа, R – универсальная газовая постоянная. Уравнение (1.1) представляет собой уравнение равновесия в отсутствии течений и изменений во времени, уравнение (1.2) – условие соленоидальности магнитного поля, (1.3) – уравнение состояния идеального газа. На Солнце существующие условия таковы, что мы с большой точностью можем считать газ идеальным во всем объеме звезды.

Система уравнений (1.1)-(1.3) неполна – не хватает уравнения переноса энергии. При таком подходе основной интерес представляет исследование равновесия системы. Если равновесные параметры долгоживущего объекта хорошо соответствуют наблюдаемым, то можно считать, что реальный теплоперенос не нарушает существенно полученного равновесия. В противном случае система была бы разрушена за очень короткое время. Отсутствие уравнения переноса энергии в рассматриваемой системе связано с тем, что для солнечной атмосферы оно плохо известно: функция излучения определена только для однородной среды, функция нагрева хромосферы и короны фактически неизвестна, т.к. механизм нагрева этих слоев в настоящее время еще не разработан окончательно (задача трехмерного переноса энергии в неоднородной филаментарной среде не решена; вклад диссипации звуковых и МГД-волн, а также вклад диссипации электрических токов в функцию нагрева, не определен). Следует подчеркнуть, что даже если бы уравнение переноса удалось сформулировать, оно выглядело бы крайне сложно, представляя собой набор кусочно-непрерывных функций температуры, плотности, магнитного поля и координат, и получить аналитическое решение такой задачи было бы заведомо невозможно. Речь могла бы идти только о численном решении проблемы, которое имеет свои ограничения и недостатки.

Мы же ставим своей целью поиск аналитического решения рассматриваемой задачи. Тогда для разрешения системы уравнений магнитной гидростатики (1.1)-(1.3) необходимо задавать дополнительные зависимости. Основным критерием дополнительных предположений должна быть их адекватность, т.е. соответствие реальной системе и учет наиболее важных характеристик и качеств этой системы. Мы будем находить стационарные распределения полного давления, плотности и температуры плазмы по заданной изначально структуре магнитного поля. В таком случае получаемые нами значения вышеперечисленных физических величин должны согласовываться с реальными наблюдательными данными. Кроме того, задаваемое нами магнитное поле также должно удовлетворять ряду условий, которые мы подробно перечислим ниже.

Если термодинамические характеристики, рассчитанные для наших объектов, достаточно хорошо отвечают наблюдаемым свойствам реальных элементов солнечной активности, мы с уверенностью делаем вывод, что принятая магнитная структура и полученные именно для нее соответствующие равновесные параметры правильно отражают физическую природу моделируемого образования, а условия теплопереноса в нем (которые мы не умеем рассчитывать в виду чрезвычайной сложности этой задачи), очевидно, таковы, что полученного состояния они не нарушают. В противном случае вся исследуемая конфигурация была бы разрушена в течение нескольких минут, чего на деле не происходит. Разумеется, в реальных объектах идеального согласования условий равновесия и теплопереноса нет, хотя бы по той причине, что конечная проводимость плазмы ведет к медленной диссипации магнитного поля, меняющей его напряженность и конфигурацию. В конечном итоге, рассогласование условий равновесия и теплопереноса приводит к разрушению и исчезновению данного магнитного элемента, но до тех пор, пока он существует и отчетливо наблюдается, проявляя характерную для него структурную идентичность, мы можем предполагать, что особенности теплопереноса в нем соответствуют рассчитанным равновесным параметрам.

Рассмотрим задачу расчета структуры магнитного поля и плазмы прямого волокна при условии наличия в системе трансляционной симметрии (т.е. параметры этой системы не меняются вдоль продольной оси волокна). Введем декартову систему координат так, что ось Oz направим вертикально вверх от поверхности фотосферы (уровень $z = 0$ совпадает с поверхностью фотосферы), ось Ox – поперек моделируемого волокна, ось Oy – вдоль. Тогда трансляционная симметрия приводит к равенству нулю всех производных по координате y $:\frac{\partial}{\partial y}=0$, а сила тяжести будет выражаться в виде $\mathbf{F}_{тяж} = \rho\mathbf{g} = -\rho g\mathbf{e}_z$.

Зададим магнитное поле $\mathbf{B} = \{B_x, B_y, B_z\}$ в следующем виде:

$$\mathbf{B} = \{-\frac{\partial A}{\partial z}, B_y, \frac{\partial A}{\partial x}\}, \tag{1.4}$$

где A – некая скалярная функция, зависящая от двух координат: $A = A(x,z)$.

Функция A имеет вид $A(x,z) = \int_0^x B_z dx'$. Её размерность есть «напряженность магнитного поля, умноженная на длину». Эту величину можно рассматривать как y-компонент векторного потенциала (B=$rotA$). Однако для того, чтобы «не вводить лишних сущностей» в соответствии с принципом бритвы Оккама, мы будем называть эту функцию – функцией магнитного потока, как это сделано в классическом учебнике Ландау, Лифшица [2].

Благодаря использованию функции A, условие бездивергентности магнитного поля (1.2) выполняется автоматически. Домножив уравнение (1.1) скалярно на $\boldsymbol{B}$, получим:

$$\rho(x,z) = -\frac{1}{g(z)}\frac{\partial P(A,z)}{\partial z}.$$

Распишем уравнение (1.1) отдельно по каждой из трех координат и, после несложных математических выкладок, сведем три уравнения к двум:

$$\Delta A = -\frac{1}{2}\frac{\partial B_y^2(A)}{\partial A} - 4\pi\frac{\partial P(A,z)}{\partial A},$$

$$\frac{\partial A}{\partial x}\cdot\frac{\partial B_y}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial z}\cdot\frac{\partial B_y}{\partial x} = 0 \;\Rightarrow\; J\left(\frac{A, B_y}{x, z}\right) = 0. \tag{1.5}$$

Последнее из них выполняется тождественно, если принять, что продольное магнитное поле B_y зависит только от A ($B_y = B_y(A)$). Тогда

$$\frac{\partial A}{\partial x}\cdot\frac{\partial B_y}{\partial A}\cdot\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial z}\cdot\frac{\partial B_y}{\partial A}\cdot\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\partial B_y}{\partial A}\cdot\left(\frac{\partial A}{\partial x}\cdot\frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial A}{\partial z}\cdot\frac{\partial A}{\partial x}\right) = 0.$$

Уравнение $A(x,z) = const$ определяет геометрическую форму магнитных силовых линий в проекции на плоскость XZ.

В конечном счете система уравнений (1.1)-(1.3) сводится к следующей тройке уравнений, с которыми мы и будем дальше работать. Выпишем их еще раз:

$$\Delta A = -\frac{1}{2}\frac{\partial B_y^2(A)}{\partial A} - 4\pi\frac{\partial P(A,z)}{\partial A}, \tag{1.6}$$

$$\rho(x,z) = -\frac{1}{g(z)}\frac{\partial P(A,z)}{\partial z}, \tag{1.7}$$

$$T(x,z) = \frac{\mu}{R}\frac{P(x,z)}{\rho(x,z)}. \tag{1.8}$$

Одним из первых систему в таком виде выписал Лоу [43] для решения задач магнитогидростатики в солнечной атмосфере. Как уже говорилось ранее, для решения рассматриваемой системы, ввиду ее недоопределенности, необходимо вводить дополнительные зависимости.

Уравнение (1.6) является дифференциальным уравнением второго порядка в частных производных, в правой части которого стоит давление как функция двух переменных. От известного уравнения Грэда-Шафранова [2] оно отличается тем, что из-за учета силы тяжести давление зависит не только от магнитного поля, но и от координаты *z*. Особенность уравнения (1.6) состоит в том, что если в левой его части стоят вторые производные по декартовым координатам, то справа возникают производные по функции *A*. Для того, чтобы решать это уравнение, необходимо каким-то образом избавиться от производных по *A*. Классический подход к решению данного уравнения заключается в следующем: задается некая зависимость $P(A,z)$ и $B_y(A)$, вычисляются соответствующие производные в правой части и после этого ставится задача найти соответствующую ей магнитную конфигурацию, т.е. функцию *A*. Это аналогично тому, как в электростатике, в основе которой лежит уравнение Пуассона ($\Delta\varphi = -\dfrac{4\pi\rho_e}{\varepsilon}$), по заданному распределению плотности электрического заряда ρ_e находят потенциал φ. Такую задачу принято называть прямой задачей электростатики. Возможна и обратная задача, когда по известному распределению потенциала находится распределение зарядов. Наш подход близок именно к обратной задаче электростатики. Мы намерены задать структуру магнитного поля, т.е. левую часть уравнения (1.6), а затем, считая *A* известным, проинтегрировать уравнение (1.6) по *A* при фиксированном *z* (тем самым избавиться от производных по *A*) и найти газовое давление *P* как функцию *A* и *z*. Условие фиксации второй координаты *z* играет здесь особую роль, поскольку тогда $dA = \dfrac{\partial A}{\partial z}dz + \dfrac{\partial A}{\partial x}dx = \dfrac{\partial A}{\partial x}dx$. Благодаря этому, интегрирование по *A* фактически сводится к интегрированию по *x*.

Мы выбрали такой подход к решению задачи по следующим причинам. Как нам представляется, использование гипотез о связи давления с функцией магнитного потока A не всегда имеет ясный смысл или даже может противоречить физической сути явления. На самом деле, известно, что распределения термодинамических параметров плазмы крайне неоднородны внутри тела волокна, и надеяться на то, что зависимость $P(A,z)$ будет иметь простой вид, не приходится. Ни в одном случае попытки угадать зависимость $P(A,z)$ не привели к успеху. Однако, приступая к моделированию того или иного образования, исследователь, как правило, в общих чертах представляет себе, какова магнитная структура изучаемого объекта. Иными словами, изначально у нас имеются основания для определенного выбора функции $A(x,z)$ и тех граничных условий (на фотосфере и в удаленных от волокна точках), которым она должна удовлетворять. С другой стороны, из наблюдений, по анализу спектров, мы достаточно надежно можем определять температуру и плотность плазмы в солнечных волокнах, поэтому, варьируя в определенных пределах параметры задаваемой нами магнитной структуры, мы можем рассчитывать соответствующие этой магнитной структуре равновесия и постепенно добиваться таких распределений давления, плотности и температуры в ней, которые бы в наибольшей степени соответствовали наблюдаемым профилям.

В работе Соловьева [72] эти идеи были впервые реализованы для построения модели спокойного солнечного протуберанца. Задавая магнитную структуру волокна, т.е. считая функции $A(x,z)$ и $B_y(A)$ известными, из (1.6) находилось соответствующее им равновесное распределение давления, затем из уравнения (1.7) рассчитывалось распределение плотности в системе и, наконец, из уравнения (1.8) вычислялся температурный профиль волокна. Было проведено прямое интегрирование уравнения (1.6) по функции A (при фиксированном z), начиная от некоторой удаленной точки, где $A=A_{ex}$, (эта величина не обязательно равна нулю: если снаружи от волокна есть, например, фоновое вертикальное поле, то $A_{ex} = x \cdot B_{z,ex}$) до некоторой точки внутри протуберанца. Так были получены общие аналитические выражения для нахождения давления и плотности в волокне:

$$P(x,z) = P_{ex}(z) + \frac{B_{y0}^2 - B_y^2(A)}{8\pi} - \frac{1}{8\pi}\left[\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + 2\int \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} dx\right], \quad (1.9)$$

$$\rho(x,z) = \rho_{ex}(z) + \frac{1}{8\pi g}\left[\frac{\partial}{\partial z}\left(\left(\frac{\partial A}{\partial x}\right)^2 + 2\int \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} \cdot \frac{\partial A}{\partial x} dx\right) - 2\frac{\partial A}{\partial z}\Delta A\right]. \quad (1.10)$$

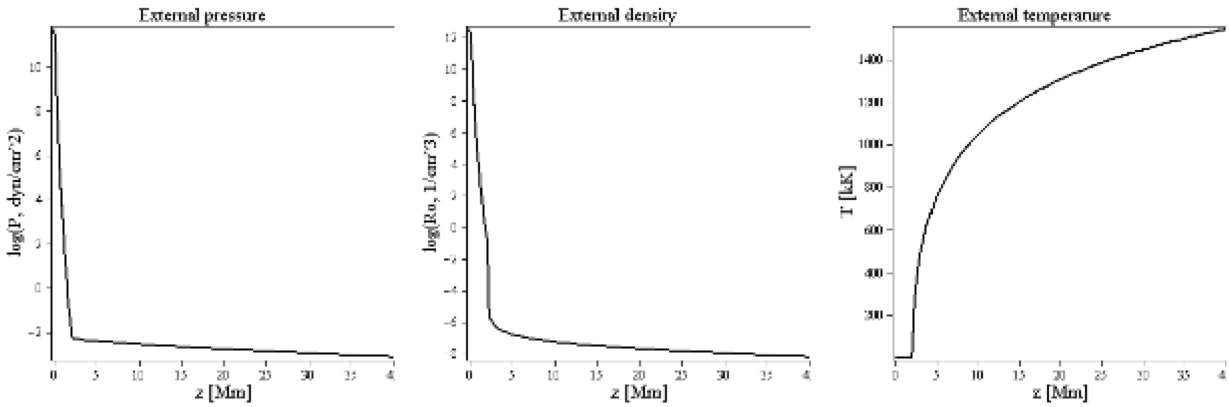
Здесь P_{ex} и ρ_{ex} – давление и плотность внешней среды, $B_{y0} = B_y(A_{ex})$ – продольное поле вне волокна, Δ – оператор Лапласа.

С помощью уравнений (1.9), (1.10) становится возможным рассчитать равновесные распределения плотности, давления и температуры для любой наперед заданной конфигурации магнитного поля. Разумеется, далеко не при всяком задании функции $A(x,z)$ мы получаем удовлетворительное решение магнитогидростатической задачи, обеспечивающей необходимые свойства протуберанца. Может оказаться так, что в некоторых точках конфигурации давление или плотность газа будут отрицательными. Это означает, что такая магнитная конфигурация просто не может быть уравновешена в реальной солнечной атмосфере при той напряженности и структуре магнитного поля, которую мы задали для нашего волокна, и на тех высотах, где мы его расположили. Для того чтобы получить равновесную модель волокна, мы должны, варьируя параметры функции потока $A(x,z)$, добиваться таких распределений термодинамических величин, которые бы не только имели физический смысл (были положительны и конечны во всем полупространстве), но и в наибольшей степени соответствовали бы реально наблюдаемым волокнам. Именно такой подход к солнечным протуберанцам позволяет построить модели, наиболее хорошо удовлетворяющие наблюдательным данным.

Перед тем как перейти непосредственно к построению моделей солнечных волокон, стоит отдельно сказать о выборе граничных и внешних условий.

Мы будем рассматривать уединенные, однородные в длину (трансляционная симметрия) и горизонтально ориентированные волокна, форма поперечного сечения которых может быть достаточно далека от цилиндрически симметричной (она зависит от выбранной структуры магнитного поля). Реальные волокна имеют конечную длину, их концы опираются на фотосферу, но в силу того, что волокна обычно достаточно длинные (радиус поперечного сечения протуберанца много меньше его длины), влиянием концевых эффектов на распределение параметров по сечению волокна вполне можно пренебречь. Магнитное поле волокна, в силу уединенности этой структуры, должно исчезать на больших расстояниях от него, а давление и плотность плазмы в нем приближаться к параметрам окружающей среды – солнечной короны. Волокно в центральных, приосевых своих частях должно быть значительно более холодным и плотным, чем окружающая его горячая и разреженная корона, и удерживаться на достаточно большой высоте в солнечной короне в состоянии механического равновесии благодаря действию магнитной силы, противостоящей силе тяжести. Важно подчеркнуть, что согласно наблюдательным данным, протуберанец должен располагаться над фотосферной линией раздела полярностей магнитного поля.

Для привязки наших аналитических моделей к Солнцу, получаемое нами волокно должно быть непрерывным образом вписано в окружающую его среду. За это в формулах для расчета давления (1.9) и плотности (1.10) отвечают слагаемые P_{ex} и ρ_{ex}. Для учета внешней среды здесь и далее мы используем равновесную гидростатическую модель солнечной атмосферы Авретта, Лозера [15]. Для представленных в работе в виде таблицы данных была подобрана аппроксимирующая функция. Получаемые таким образом распределения давления и плотности в нормальном к солнечной поверхности направлении представлены на рис.5.



а) б) в)

Рис.5. Распределение давления (а), плотности (б) и температуры (в) в нормальном к солнечной поверхности направлении в равновесной гидростатической модели солнечной атмосферы Авретта – Лозера.

Важную роль играет и напряженность продольного магнитного поля B_y. Производная по A от компоненты B_y входит в условие равновесия (1.6), и, соответственно, присутствует в конечной формуле для давления (1.9) в виде слагаемого $\frac{1}{8\pi}\left(B_y^2(A_{ex}) - B_y^2(A)\right)$. Рассмотрим несколько конкретных случаев возможного задания функции $B_y(A)$:

1. Пусть $B_y(A) = \alpha A^n$, где $\alpha = const$, $n = const > 0$. В этом случае продольное поле имеется внутри волокна и исчезает с удалением от оси, если A стремится к нулю вне волокна.

2. Если $B_y^2(A) = B_y^2(A_{ex})$, то продольное поле или равно нулю всюду, или равномерно заполняет рассматриваемую область. Этот случай годится для невысоких протуберанцев активных областей, когда для некоторой области пространства можно принять: $B_y^2 \approx const \neq 0$.

3. Пусть $B_y^2(A)=\alpha^2(A_{max}^2-A^2(x,z))$, где α – некоторый коэффициент, имеющий размерность обратной длины, а A_{max} – максимальное значение этой функции на вертикальной оси. В такой модели $B_y(A)$ оказывается минимальным на оси жгута и максимальным – вне его, при $A \to 0$.

В нашей работе мы считаем, что $[B_y^2(A_{ex})-B_y^2(A)]=\alpha^2 A^2$ – положительная добавка к давлению, способствующая удержанию плазмы в волокне (α чаше всего выбирается малым, в пределах 0.01-0.5 Мм$^{-1}$).

1.3. Функция потока с разделенными переменными

Формулы (1.9) и (1.10) показывают в общем виде, как получить распределения давления и плотности плазмы, считая функцию $A(x,z)$ известной. Однако можно рассмотреть задачу, сильно упрощающую получение общих аналитических решений для P и ρ. Для этого мы введем функцию магнитного потока с разделенными переменными.

В общем случае, интегрируя уравнение (1.6) по A при фиксированном значении z, получим:

$$P(A,z)=P_{ex}(z)+\frac{B_{y0}^2-B_y^2(A)}{8\pi}-\frac{1}{4\pi}\int_0^A \Delta A dA, \qquad (1.11)$$

где P_{ex}, как и раньше, высотное распределения давления внешней среды.

Выберем магнитный поток $A(x,z)$ в виде функции с разделенными переменными:

$$A(\mathrm{x},\mathrm{z})=\frac{B_0}{k}\cdot\exp(-k^2x^2)\cdot\exp(-k^2(z-z_0)^2)\cdot F(z). \qquad (1.12)$$

Здесь и далее B_0 – масштаб напряженности магнитного поля на уровне фотосферы, выражается в Гс, k – характерный масштабный параметр, имеющий размерность обратной длины, z_0 – уровень, выбор которого позволяет регулировать высоту подъема всей магнитной конфигурации над фотосферой, $F(z)$ – некоторая свободная функция, выбор которой позволяет дополнительно варьировать геометрическую форму магнитных силовых линий по высоте. Все длины, если не оговорено иного, мы будем выражать в Мм.

Разделение переменных обеспечивает простое взятие интеграла в правой части уравнения (1.11):

$$\int_0^A \Delta A dA = -k^2A^2 + 2k^2A^2(k^2x^2 + k^2z^2) - \frac{2k^2zA^2}{F}\cdot\frac{\partial F}{\partial z} + \frac{A^2}{2F}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}. \quad (1.13)$$

Подставив (1.13) в (1.11) с учетом (1.12), мы найдем распределение давления во всей рассматриваемой магнитной конфигурации в виде:

$$P(A,z) = P_{ex}(z) + \frac{1}{4\pi}\left[\frac{\alpha^2A^2}{2} + k^2A^2 - 2k^2A^2(k^2x^2 + k^2z^2) + \right. \\ \left. + \frac{2k^2zA^2}{F}\cdot\frac{\partial F}{\partial z} - \frac{A^2}{2F}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right]. \quad (1.14)$$

Далее рассчитаем плотность по формуле (1.7):

$$\rho(x,z) = -\frac{1}{g}\frac{\partial P(\mathrm{z},A)}{\partial \mathrm{z}} = \rho_{ex}(z) + \frac{1}{8\pi g}\cdot\left[-\frac{4k^2\mathrm{z}A^2}{F}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} + \right. \\ \left. + \frac{4k^2\mathrm{z}A^2}{F^2}\cdot\left(\frac{\partial F}{\partial z}\right)^2 + \frac{A^2}{F}\cdot\frac{\partial^3 F}{\partial z^3} - \frac{A^2}{F^2}\cdot\frac{\partial F}{\partial z}\cdot\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right], \quad (1.15)$$

ρ_{ex} – высотное распределение плотности внешней среды. Заметим, что согласно формуле (1.7) мы находим плотность дифференцированием давления при постоянном значении потока, т.е. гидростатическое равновесие устанавливается вдоль каждой магнитной силовой линии. Кроме того, отметим, что продольное магнитное поле влияет на распределение плотности через функцию *A*.

Уравнения (1.14), (1.15) и (1.8) позволяют найти равновесные плотность, давление и температуру волокна в случае, когда магнитное поле конфигурации задается формулой (1.12). Такое магнитное поле имеет винтовую структуру и подходит для построения моделей протуберанцев прямой и обратной полярности. Конечно, винтовые конфигурации можно получать и другим выбором вида функции магнитного потока A. Далее мы рассмотрим различные случаи задаваемой начальной структуры магнитного поля, и в зависимости от выбора функции $A(x,z)$ будем пользоваться или уравнениями (1.9)-(1.10), или уравнениями (1.14)-(1.15). Уравнение (1.8) используется для нахождения распределения температуры плазмы внутри исследуемой конфигурации, когда распределения давления и плотности уже известны.

1.4. Аркадные модели протуберанцев

Аркадные модели протуберанцев начали свое развитие еще в середине 50-х годов прошлого столетия. Действительно, довольно логично предположить такую магнитную конфигурацию, в которой тяжелая холодная плазма будет как в гамаке лежать на провисающих силовых линиях магнитного поля. Именно такая модель была предложена Пикельнером на основе модели Киппенхана-Шлюттера, однако, как уже говорилось ранее, дальше изображений структуры магнитного поля в те года работа не продвинулась – никаких попыток расчета плотности и температуры в системе не производилось.

Проверка возможности существования подобной магнитной конфигурации с полным расчетом всех термодинамических параметров была проведена в работе Соловьева [72]. Было показано, что аркадные структуры действительно обладают всеми необходимыми для формирования протуберанца свойствами.

В нашей работе мы поставили своей целью более детально исследовать данный вид магнитных конфигураций и изучить их характеристики.

Функцию магнитного потока A, позволяющую моделировать аркадные структуры, можно задать в общем виде как:

$$A(x,z) = B_0 \cdot L \cdot exp(-k_z^2(z - z_0)^2 - k_x^2 x^2) \cdot (1 + m^2 x^2). \qquad (1.16)$$

Здесь численный параметр L, введен для сохранения размерности, при расчетах принимаем его равным 1 Мм; параметры k_x, k_z, m имеют смысл обратной длины и выражаются в единицах Мм$^{-1}$ (далее в нашей работе все параметры, стоящие перед координатами x или z, будут иметь тот же смысл).

Силовые линии магнитного поля описываются уравнением $A(x,z)=const$ и для рассматриваемого случая имеют вид, представленный на рис.6.

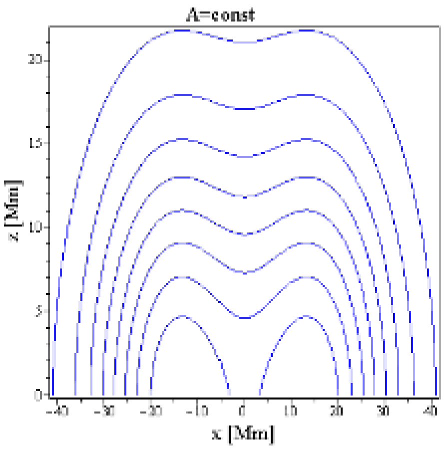
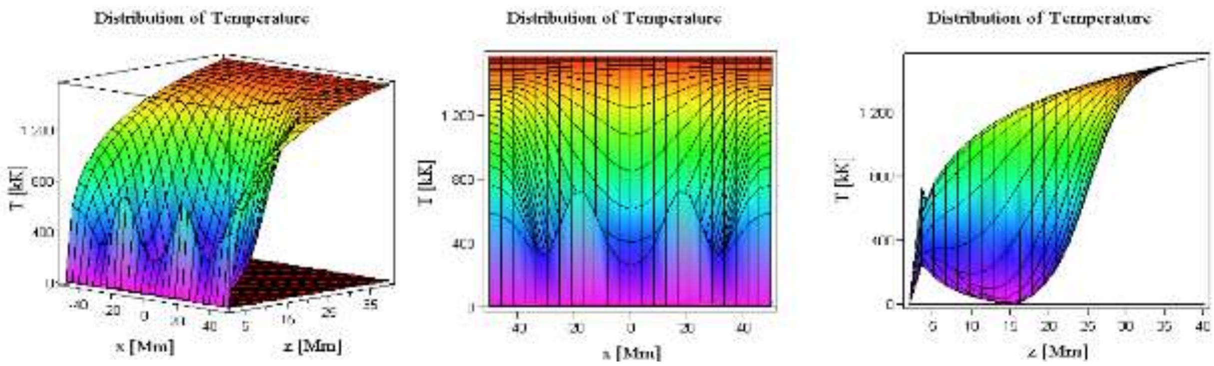


Рис.6. Вид магнитных силовых линий в аркадной модели протуберанца. Здесь B_0=33 Гс; k_x=1/20 Мм$^{-1}$; k_z=m=1/15 Мм$^{-1}$. Геометрия конфигурации задается параметрами k_x, k_z и m. Последний параметр, вместе с параметром k_x, определяет глубину центрального прогиба силовых линий.

Мы можем заметно изменять магнитную конфигурацию, выбирая различные значения масштабных параметров k_x, k_z и m, которые определяют как ширину и высоту аркады, так и величину прогиба в её вершине.

Функция $A(x,z)$ представлена достаточно простой формулой, интеграл от такой функции легко берется аналитически, и никаких трудностей для расчета давления, плотности и температуры не возникает. Результаты расчетов для различных начальных конфигураций представлены ниже. Мы будем приводить расчеты в графическом виде для температуры и плотности, т.к. именно ими в первую очередь определяется протуберанец. Понятно, что если функций $\rho(x,z)$ и $T(x,z)$, всюду положительны и их значения близки к значениям, наблюдающимся в реальных солнечных протуберанцах, то давление также будет «хорошей» функцией.



а) б) в)

Рис.7. Распределение температуры в магнитной структуре, представленной на рис.6. а) поперечно-радиальный профиль, б) проекция на поперечное сечение, в) проекция на вертикальное сечение.

Здесь и далее цвет на изображениях соответствует значениям параметра, отложенного по вертикальной оси, от минимальных значений (фиолетовый) до максимальных (красный).

Для магнитной конфигурации, изображенной на рис.6, мы наблюдаем значительное понижение температуры на высотах 10-20 Мм (рис.7), с минимумом, достигающимся на высоте порядка 15 Мм (см. рис.8). На рис.5(в) мы видим, что характерные значения температуры для этих высот порядка 10^6 К. Таким образом, мы считаем, что область пониженной температуры и есть наш протуберанец, в центральной части которого достигаются значения температуры в 4000-5000 К, а к краям – увеличиваются до нескольких десятков тысяч К. Далее протуберанец непрерывным образом вписывается в солнечную атмосферу, и температура постепенно выравнивается до корональных значений.

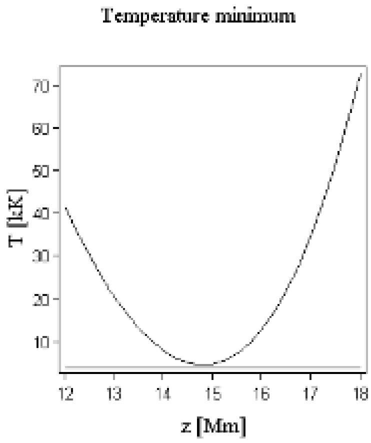
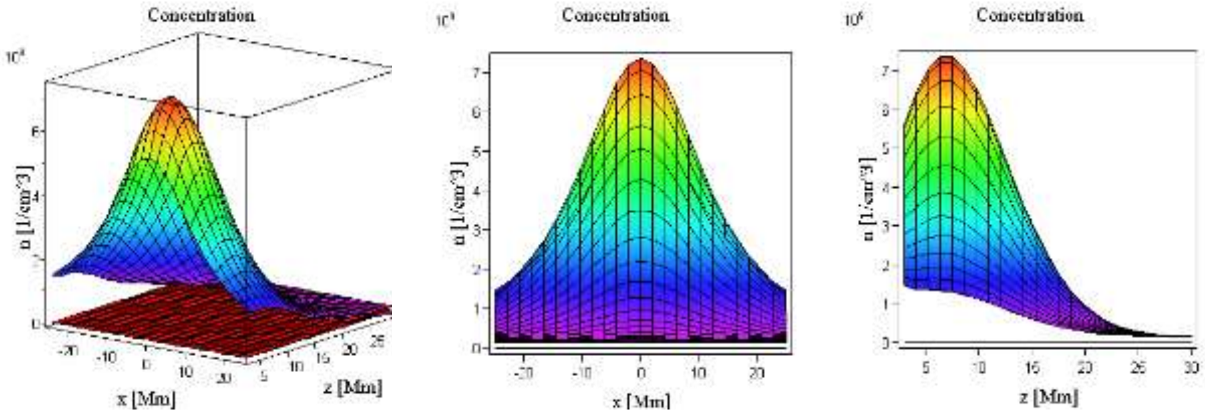


Рис.8. Минимум температуры в магнитной конфигурации с рис.6.
Температура ≈ 4 000 K достигается на высоте порядка 15 Мм.

При этом концентрация частиц оказывается более чем в 20 раз выше концентрации, характерной для этих высот (рис.9).

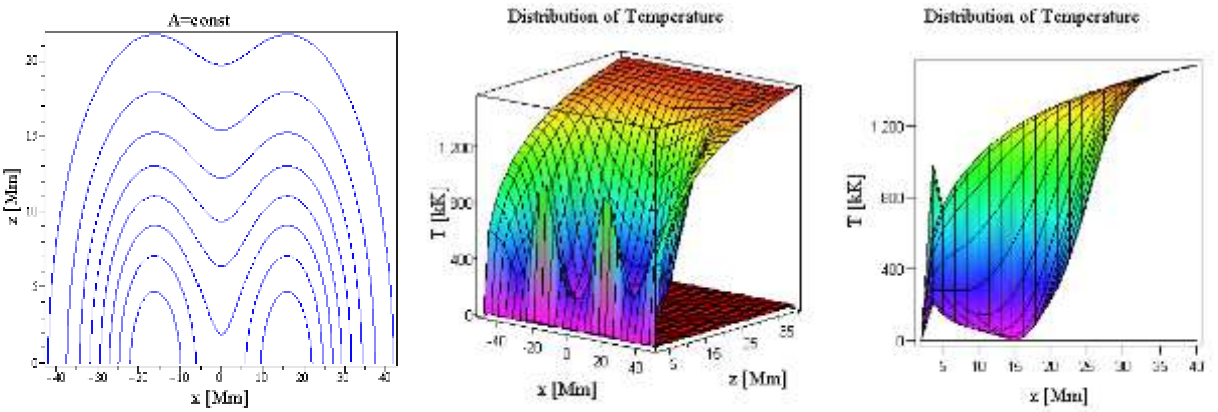


а) *б)* *в)*

Рис.9. Распределение концентрации частиц в магнитной структуре, представленной на рис.6. а) поперечно-радиальный профиль, б) проекция на поперечное сечение в) проекция на вертикальное сечение. По вертикальной оси значения на шкале представлены в ед$\cdot 10^9$.

Минимум температуры и максимум концентрации частиц разнесены по высоте – это характерно для всех полученных нами аркадных моделей. Данный факт может свидетельствовать как о недостатках модели, так и о специфических свойствах таких протуберанцев – в настоящее время наблюдательными данными точно не подтверждено, что минимум температуры и максимум концентрации в волокнах обязательно совпадают.

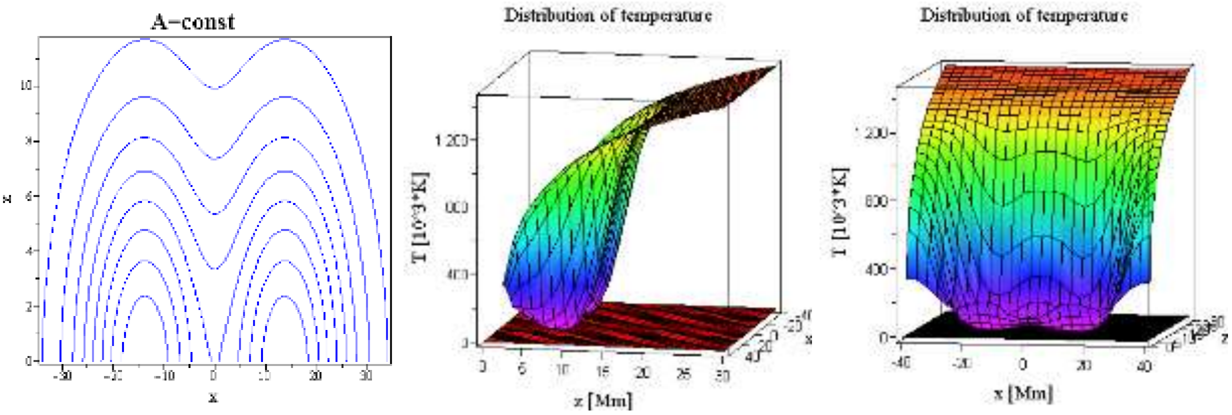
Рассмотрим несколько случаев различных начальных параметров, входящих в функцию потока $A(x,z)$ (рис.10 - рис.12). Выбор величины магнитного поля B_0, в сумме с параметром α, входящим в B_y, для каждого распределения ограничен: увеличение напряженности поля ведет к потере равновесия в конфигурации, уменьшение – к увеличению минимальной температуры. Поэтому в первую очередь мы варьируем параметры обратной длины, а затем уже подбираем под них нужное магнитное поле. Величина k_x определяет протяженность протуберанца в поперечном направлении, k_z – высоту расположения протуберанца. Данные величины разумно выбирать в диапазоне (1/5 - 1/20) Мм$^{-1}$, помня, что в реальной жизни волокна достаточно узкие, и их поперечные размеры обычно не превосходят значения в десятки Мм.



а) б) в)

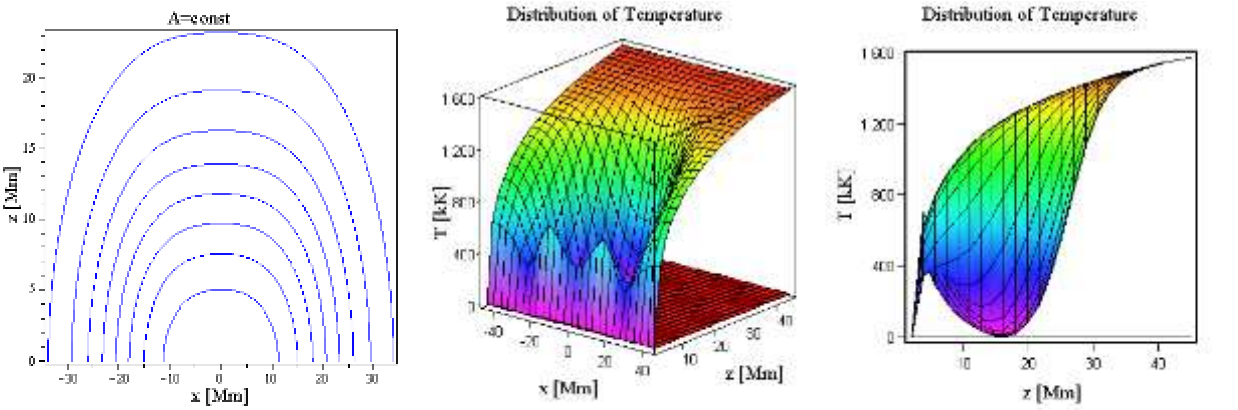
Рис.10. а) Вид магнитных силовых линий. б), в) Профили температуры. Здесь $B_0 = 26$ Гс, $k_x = 1/20$ Мм$^{-1}$, $k_z = 1/15$ Мм$^{-1}$, $m = 1/12$ Мм$^{-1}$.

В рассматриваемой модели наибольший интерес представляет изменение глубины центрального прогиба, т.е. величины m. Мы можем как увеличивать прогиб, получая более широкие (вытянутые по x волокна), так и уменьшать его вплоть до полного отсутствия (последняя конфигурация, однако, представляется мало интересной в отношении концентрации плазмы в вершине аркады).



а) б) в)

Рис.11. а) Вид магнитных силовых линий. б), в) Профили температуры. Здесь B_0=12.4 Гс; k_x=1/16 Мм$^{-1}$; k_z=m=1/13 Мм$^{-1}$.



а) б) в)

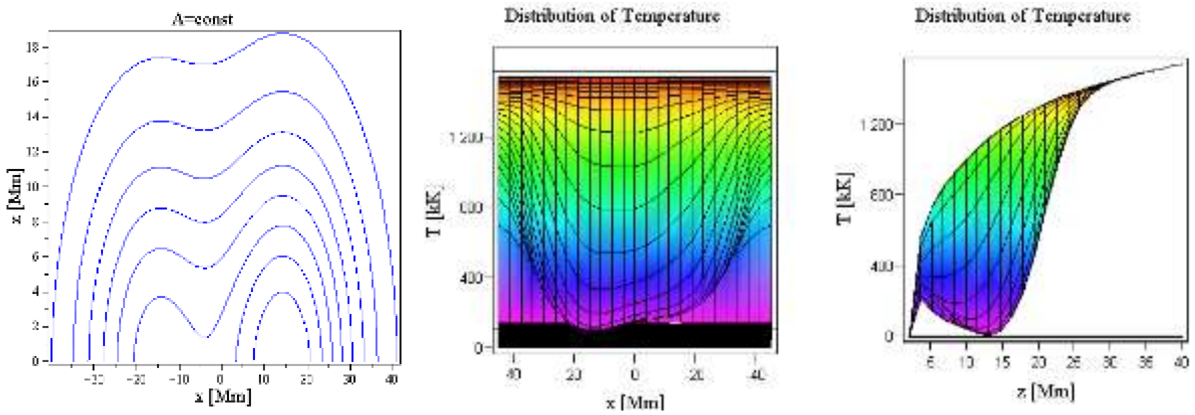
Рис.12. а) Вид магнитных силовых линий. б), в) Профили температуры. Здесь B_0=40 Гс; k_x=1/18 Мм$^{-1}$, k_z=1/16 Мм$^{-1}$, m=1/20 Мм$^{-1}$.

На рис.11(в), мы видим, что минимумы температуры нашего протуберанца оказываются разнесены по оси x. Утрирование этой конфигурации может привести к расслоению нашего единого волокна на два отдельных «волоконца» и появлению так называемой тонкой структуры. Последняя будет подробно рассмотрена в разделе 1.7 диссертации.

Выбрав функцию $A(x,z)$ в виде:

$$A(x,z) = B_0 \cdot L \cdot exp(-k_z^2(z-z_0)^2 - k_x^2 x^2) \cdot (1 + n \cdot x + m^2 x^2), \quad (1.17)$$

мы можем получить асимметрию вдоль поперечного направления x, что также представляет большой интерес.



а) б) в)

Рис.13. а) Вид магнитных силовых линий; б), в) Профили температуры для асимметричного распределения (1.17). Здесь B_0=24 Гс; k_x=1/20 Мм$^{-1}$, k_z=1/13 Мм$^{-1}$, m=1/14 Мм$^{-1}$, n=0,3m Мм$^{-1}$.

Мы видим, что аркадные модели протуберанцев обладают широким диапазоном выбора начальных параметров, подбирая которые, можно получать распределения, соответствующие наблюдательным данным. Для более глубоких центральных прогибов характерны более слабые напряженности магнитного поля на уровне фотосферы.

В статье Крашкевича, Муравски и др. [35] аркадная модель протуберанца была исследована с помощью численных методов. Изучались устойчивость модели и распространение МГД-волн в теле протуберанца. Авторы задавали начальное возмущение в давлении и наблюдали развитие плазменных волн во времени. В результате они получили наличие антисимметричных долгопериодических гравито-магнитозвуковых колебаний вдоль области центрального прогиба и увеличение плотности в этой же области, что соответствует физическому представлению и результатам, полученным ранее другими авторами.

Таким образом, аркадные модели протуберанцев представляются одним из наиболее простых, но достаточно распространенных типов спокойных солнечных протуберанцев с относительно небольшой напряженностью магнитного поля и небольшими высотами расположения их наиболее холодных и плотных частей в солнечной короне.

1.5. Моделирование протуберанцев прямой и обратной полярности

Разделение солнечных протуберанцев на волокна нормальной (N) и обратной (I) полярности основывается на конфигурации их магнитного поля. В первом случае для наблюдателя, глядящего сверху и измеряющего поле по лучу зрения, направление вектора напряженности магнитного поля, выходящего из фотосферы, совпадает с направлением вектора напряженности магнитного поля, входящего в волокно. Во втором – магнитные поля, выходящие из фотосферы и входящие в тело волокна, имеют противоположные направления вектора напряженности.

В работе Лероя [41] приведена статистическая обработка наблюдательных данных, свидетельствующая об одновременном существовании на Солнце протуберанцев обеих полярностей, причем нормальную полярность имели лишь 25% всех волокон. Однако такое количественное распределение является скорее результатом селекции данных, нежели свидетельствует о том, что протуберанцы обратной полярности встречаются на Солнце чаще. Автором было получено, что протуберанцы

N-типа располагаются на высотах, не превосходящих 30 Мм над поверхностью фотосферы, и в среднем имеют напряженности магнитного поля порядка 20 Гс, в то время как для I-типа характерно расположение выше 30 Мм и меньшее магнитное поле (5–10 Гс).

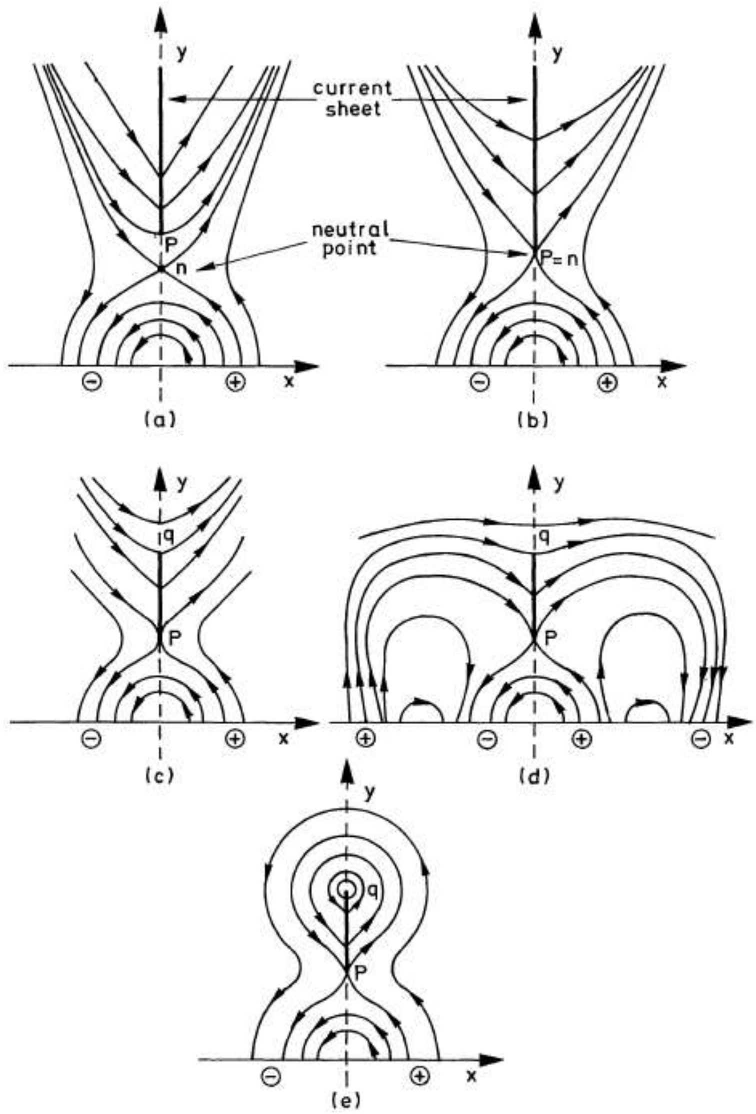


Рис.14. Магнитные конфигурации токовых моделей типа KR для описания механизмов формирования протуберанцев обратной полярности. Рисунок взят из статьи [52].

Протуберанцы нормальной полярности принято описывать моделям типа KS, а протуберанцы обратной полярности – моделями типа KR с токовым слоем. Однако часто в исследовательских работах делается акцент только на механизм образования волокон разной полярности в их начальной стадии, и приводятся лишь изображения линий магнитного поля, без попыток рассчитать стационарные термодинамические параметры плазмы в такой структуре. Также стоит отметить, что наличие в моделях типа KR токового слоя предполагает существование нейтральной точки, расположенной между протуберанцем и фотосферой. На рис.14 представлены различные магнитные конфигурации, в которых, по мнению авторов, может возникнуть протуберанец обратной полярности (рис. взят из статьи Мальхерба, Приста [52]). Наличие нейтральной точки ставит под вопрос возможность существования спокойного волокна в течение длительного времени, т.к. в таких конфигурациях должен идти непрерывный процесс пересоединения магнитных силовых линий.

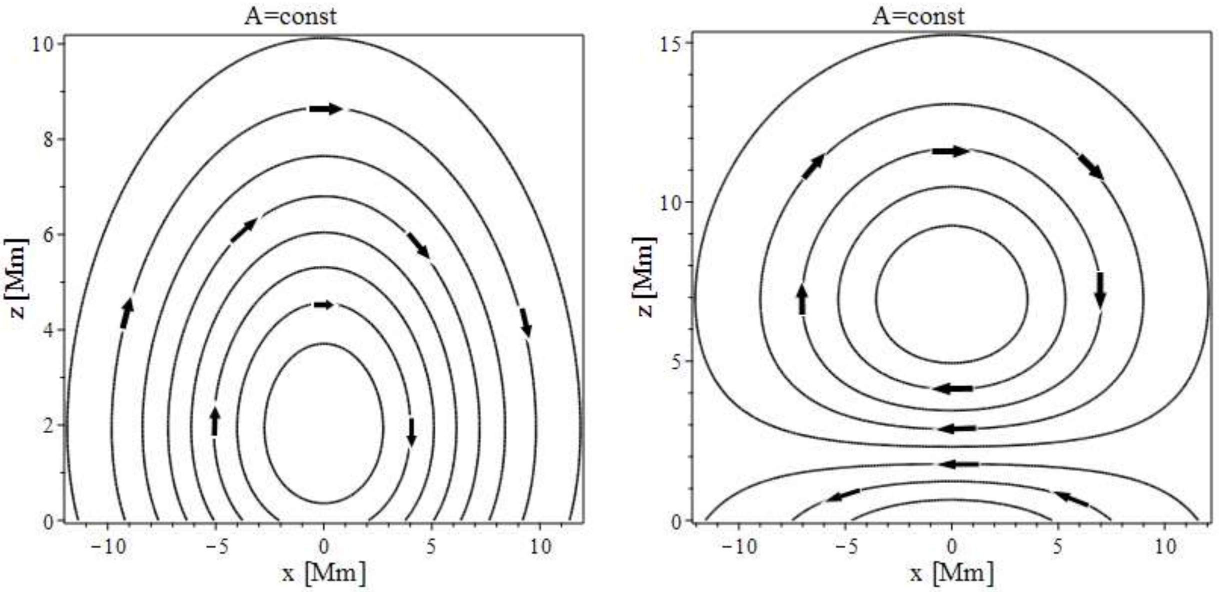
В нашей работе мы рассмотрели статические конфигурации магнитного поля, позволяющие описывать волокна как прямой, так и обратной полярности. Мы выбирали функцию потока с разделенными переменными и для расчета термодинамических параметров системы пользовались формулами (1.14), (1.15), (1.7).

Введем в распределение (1.12) функцию *F(z)*:

$$A(\mathrm{x},\mathrm{z}) = \frac{B_0}{k}\cdot\exp(-k^2x^2 - k^2(\mathrm{z}-\mathrm{z}_0)^2)\cdot\sin(1.3\mathrm{k}(\mathrm{z}-\mathrm{z}_0)). \qquad (1.18)$$

Добавка периодической функции, зависящей от *z*, приводит к расслоению магнитной конфигурации по высоте. Однако на больших высотах поле быстро спадает ввиду присутствия экспоненциального множителя, тем самым мы легко можем контролировать количество получаемых слоев. Выбор параметра z_0 позволяет описывать протуберанцы как прямой, так и обратной полярности.

На рис.15 стрелками показано условное направление магнитных силовых линий, уровень $z=0$ соответствует поверхности фотосферы. Мы видим, что если протуберанец будет образовываться в магнитной конфигурации (а), то для наблюдателя он будет иметь нормальную полярность. Если же протуберанец будет образовываться в верхней части конфигурации (б), то наблюдатель идентифицирует его как протуберанцем с обратной по отношению к фотосфере полярностью.



а) б)

Рис.15. Вид магнитных силовых линий распределения (1.18), получаемый из уравнения A=*const* в плоскости XZ. На рисунке не показано продольное поле, пронизывающее всю конфигурацию вдоль волокна.

а) прямая полярность, $z_0 = -2$. б) обратная полярность, $z_0 = 2$.

Отметим, что представленная на рис.15(б) магнитная структура не имеет токового слоя, расположенного между волокном и фотосферой. Однако сама конфигурация, несомненно, токовая: магнитное поле скрученное, ток, в основном, направлен вдоль оси волокна. Наличие B_y-компонента магнитного поля способствует удержанию плазмы в волокне. На рис.16 представлено трехмерное изображение магнитной конфигурации обратной полярности.

Напомним, что в рамках данной задачи мы считаем наше волокно бесконечно вытянутым вдоль оси y.

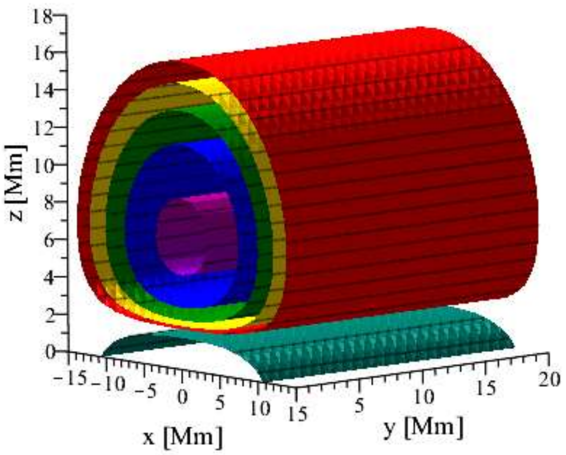
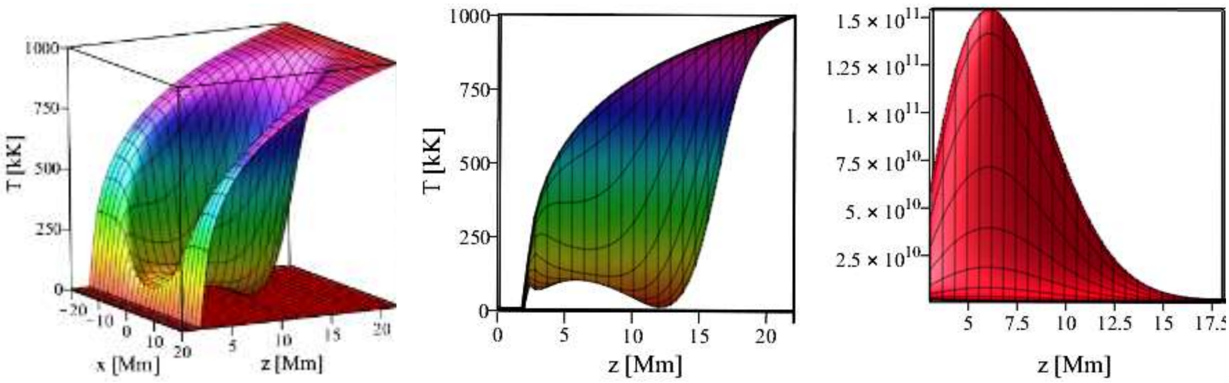


Рис.16. Трехмерное изображение магнитной конфигурации обратной полярности, вытянутой вдоль оси волокна (вдоль оси y). Цветом показаны поверхности одинакового уровня.



а) б) в)

Рис.17. а) трехмерный профиль температуры, б) высотный профиль температуры магнитной конфигурации (1.18) при следующих выбранных параметрах: $B_0 = 6$ Гс, $k = 1/8$ Мм$^{-1}$, $z_0 = 2$ Мм, $\alpha = 0.27$ Мм$^{-1}$. в) высотный профиль распределения концентрации частиц в кубическом см при тех же выбранных параметрах.

На рис.17 представлены результаты полученных распределений температуры и плотности для конфигурации с рис.15(б). Мы наблюдаем холодное плотное волокно, висящее на высотах 8-15 Мм. Температура протуберанца оказывается ниже температуры окружающей его среды на два порядка, в то время как плотность – на два порядка выше (концентрация частиц достигает значений 10^{11} см$^{-3}$, что соответствует плотности 10^{-13} г·см$^{-3}$).

1.6. Другие модели протуберанцев с винтовой структурой магнитного поля

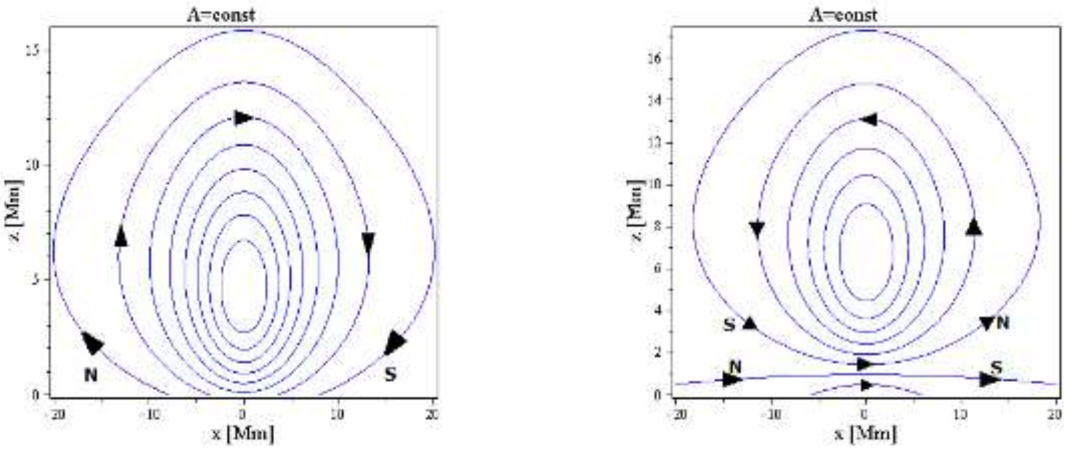
Мы можем получить широкий набор моделей солнечных волокон, обладающих винтовой структурой магнитного поля. В реальности все протуберанцы сильно отличаются друг от друга, поэтому представляется логичным говорить не о какой-то одной универсальной модели, а именно о наборе моделей, позволяющих описывать различные наблюдаемые свойства исследуемых элементов солнечной активности.

Рассмотрим следующую магнитную конфигурацию:

$$A(x,z) = \frac{B_0 \cdot L \cdot \sin(k_s \cdot (z - z_0)) \cdot \exp(-l^2 (z - z_0)^2)}{1 + k_x^2 x^2 + k_z^2 (z - z_0)^2}, \qquad (1.19)$$

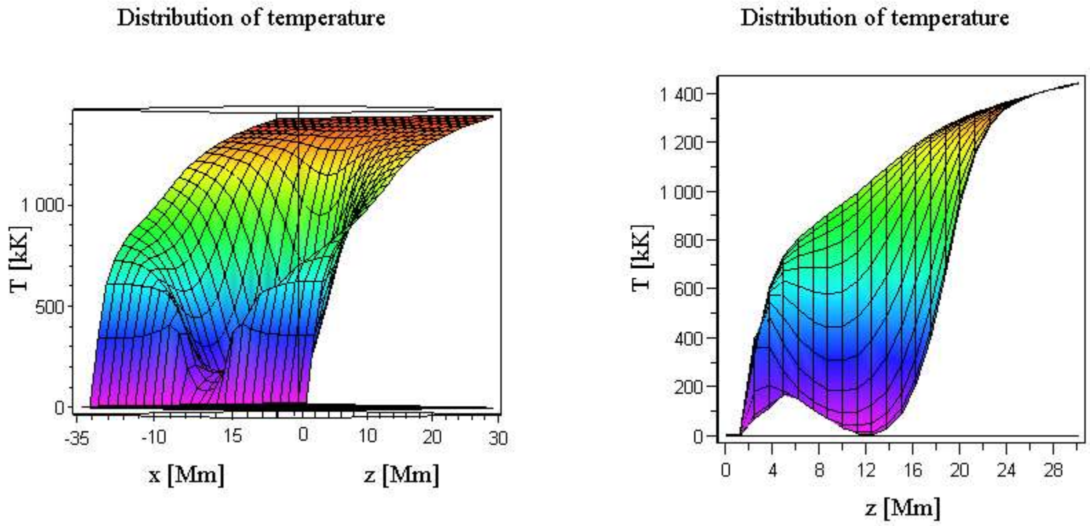
и продемонстрируем различные результаты распределений термодинамических параметров плазмы, которые мы можем получить в зависимости от выбора начальных масштабных параметров k_s, k_x, k_z, l. Конечно, с математической точки зрения большое количество свободных параметров ведет к излишней сложности системы и отсутствию её универсальности, но в данном случае мы это и хотим исследовать. В общем случае, мы всегда можем связать масштабные параметры между собой и уменьшить их количество.

При выборе k_s и l таких, что k_s будет мало, а l, наоборот, велико, можно получить вид силовых линий, вновь демонстрирующий нам протуберанцы нормальной и обратной полярности (см. рис.18). Для обоих случаев легко получить значения плотности и температуры. Последняя представлена на рис.19 и рис.20. Температурные профили (как и распределения плотности) оказываются схожими. Различие наблюдается лишь в высоте расположения тела протуберанца: оно соответствует разнице высот уровня z_0 между двумя видами волокон и составляет около 2 Мм.



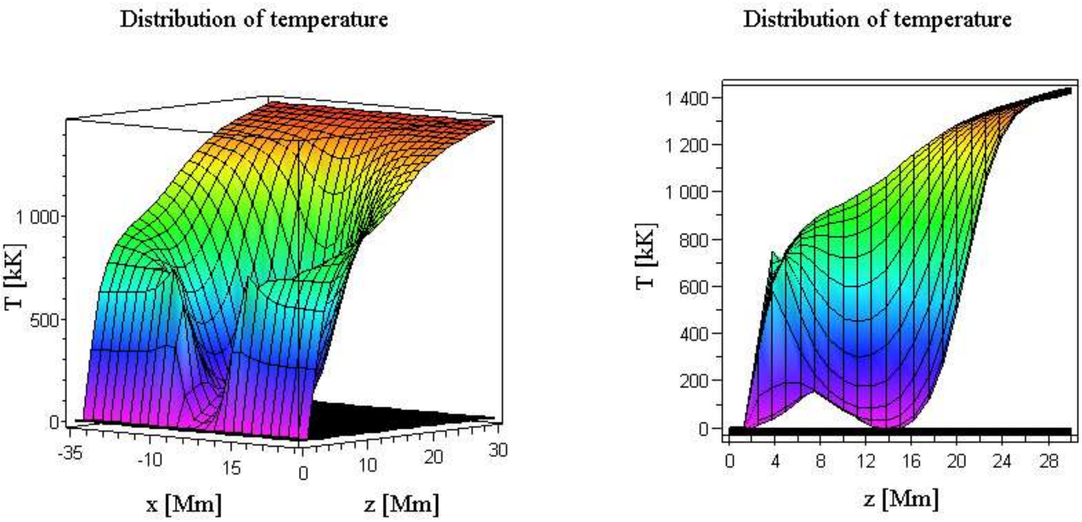
а) б)

Рис.18. Магнитная структура волокна в плоскости XZ. Принято $B_0=78$ Гс; $k_x=1/6$ Мм$^{-1}$, $k_z=1/10$ Мм$^{-1}$, $k_s=1/10$ Мм$^{-1}$, l=1/12 Мм$^{-1}$; α=0.03 Мм$^{-1}$; L=1 Мм. а) $z_0=-1$. Протуберанец нормальной полярности. б) $z_0=1$. Протуберанец обратной полярности.



а) б)

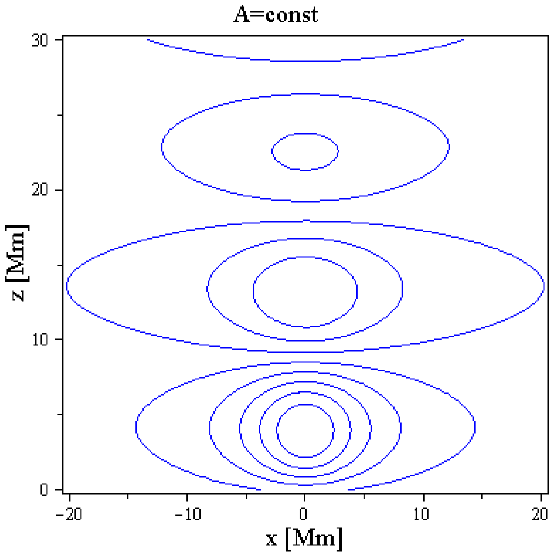
Рис.19. а) Двумерный и б) высотный профили температуры протуберанца нормальной полярности.



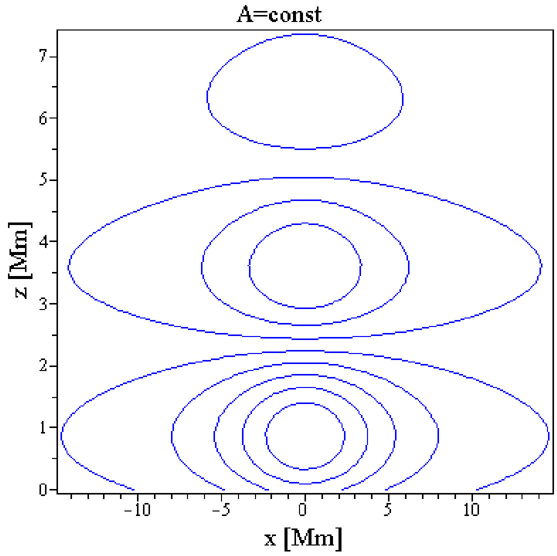
а) б)

Рис.20. а) Двумерный и б) высотный профили температуры протуберанца инверсной полярности. Видно, что профили на рис.19 и рис.20 схожи. Различие наблюдается лишь в высоте расположения протуберанца. Эта разница соответствует разнице высот уровня z_0 между двумя видами волокон и составляет около 2 Мм.

Выбор функции потока в виде (1.19) является, возможно, не самым рациональным для получения протуберанцев прямой и обратной полярности, однако он позволяет получить принципиально новую модель волокна, в котором магнитное поле квазипериодически меняется по вертикали (модель магнитного «слоеного пирога»).



а)



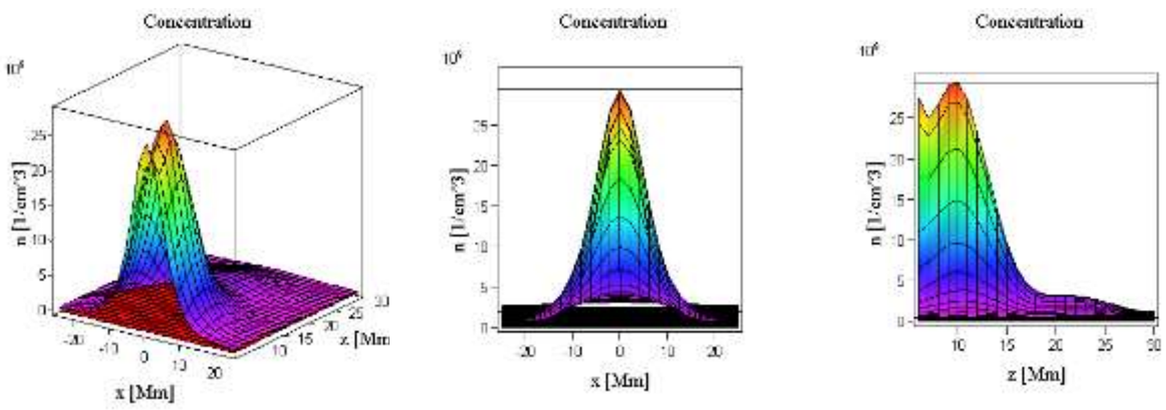
б)

Рис.21. Типичный вид магнитных силовых линий в поперечном сечении для функции потока (1.19). а) если коэффициент при экспоненте l=0. б) если $l \neq 0$.

В распределении (1.19) синус по оси z обеспечивает расслоение магнитной структуры по высоте; добавление в формулу экспоненты, отсекающей синус на больших высотах, позволяет контролировать количество магнитных слоев, хотя, безусловно, их количество и так будет ограничено, ввиду наличия знаменателя.

Такое распределение по-прежнему отвечает требованиям, необходимым для моделирования солнечных волокон: оно обеспечивает магнитное удержание холодной и тяжелой плазмы в короне; оно симметрично по x относительно начала координат и потому описываемое им магнитное волокно будет располагаться, в соответствии с наблюдательными данными, над фотосферной линией раздела магнитных полярностей. Помимо этого, волокно, заданное такой функцией, является в его поперечном сечении (по x) не периодическим, а уединенным образованием, поскольку магнитные поля, быстро и монотонно уменьшаясь, обращаются в нуль как при $z \to \pm\infty$, так и при $x \to \pm\infty$. Таким образом, естественные и необходимые для протуберанцев граничные условия автоматически выполняются.

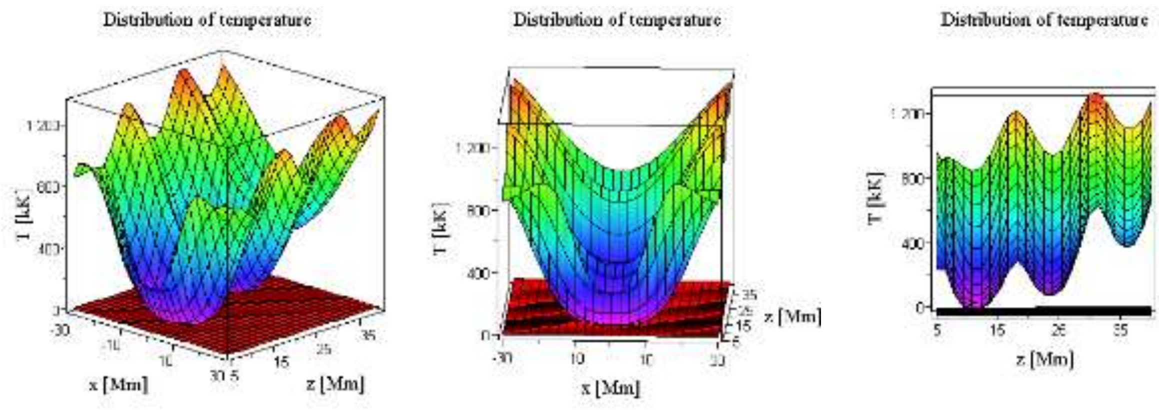
Приведем результаты расчета термодинамических параметров плазмы. Для начала рассмотрим более простой случай, когда коэффициент l при экспоненте равен нулю (рис.22, рис.23). Наименьшая температура порядка 4700 К и одновременно наибольшая концентрация порядка $3{\cdot}10^{10}$ см$^{-3}$ достигается на высотах 9-11 Мм (рис.24). Максимум концентрации и минимум температуры вновь оказываются разнесены в пространстве на расстояние около 1 Мм.



а) б) в)

Рис.22. Распределение концентрации частиц в протуберанце для функции магнитного потока (1.19): а) высотно-радиальный профиль, б) проекция на поперечное сечение, в) проекция на вертикальную плоскость.

Расчеты произведены при следующем выборе параметров: $B_0 = 38$ Гс, $k_x = 1/8$ Мм$^{-1}$, $k_z = 1/10$ Мм$^{-1}$, $k_s = 1/4$ Мм$^{-1}$, $z_0 = -0.5$ Мм. Максимальная плотность достигается на высоте ≈ 10 Мм при $x = 0$ Мм, т.е. строго над линией раздела полярностей.

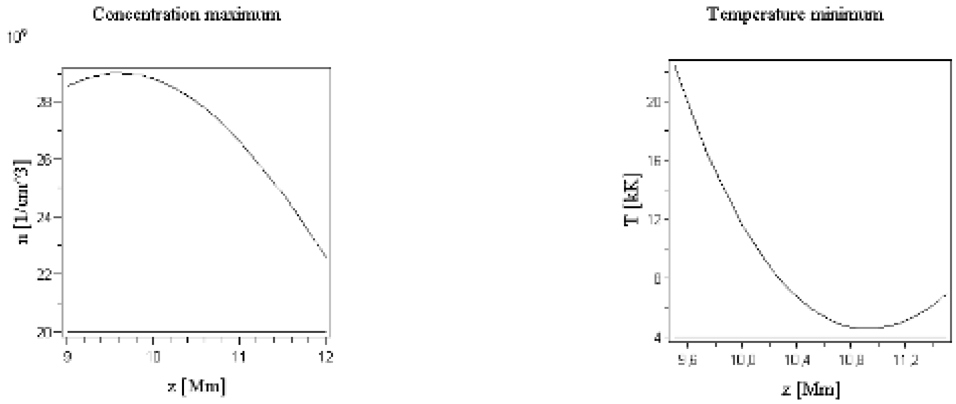


а) б) в)

Рис.23. Распределение температуры для функции магнитного потока (1.19): а) высотно-радиальный профиль, б) проекция на поперечное сечение, в) проекция на вертикальную плоскость.

На рис.17(в) виден последующий уровень повышения плотности при $z \approx 22$ Мм (и имеется еще один при $z \approx 35$ Мм, здесь не представленный). В температуре (рис.23) также наблюдаются дополнительные слои более холодной по сравнению с окружающей средой плазмы на тех же высотах. В этих слоях температура намного ближе к температуре переходного слоя и составляет порядка 90 000 К для $z \approx 22$ Мм и 400 000 К для $z \approx 35$ Мм. То есть такие участки уже нельзя назвать протуберанцами и наблюдать в линии $H\alpha$, но они могут быть видны в более «горячих», корональных спектральных линиях.

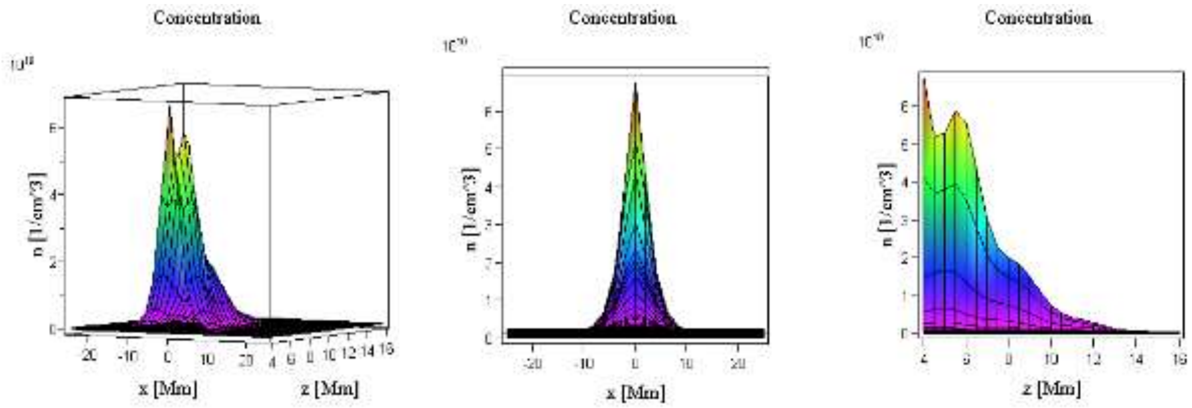
На рис.24 представлены максимум концентрации и минимум температуры вдоль оси z в увеличенном масштабе.



а) б)

Рис.24. Максимум концентрации (а) и минимум температуры (б) для функции потока (1.19). Увеличенный масштаб рис.22 и рис.23.

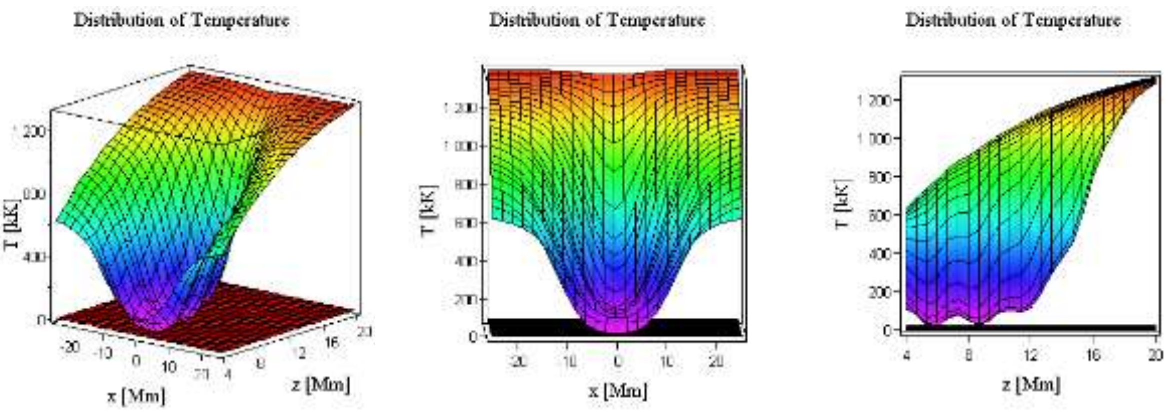
Результаты расчетов для функции магнитного потока (1.19), где коэффициент при экспоненте ненулевой, приведены на рис.25 и рис.26. Как в концентрации, так и в температуре распределение имеет узкий по *x* профиль, само волокно висит на более низких по сравнению с предыдущим распределением высотах и имеет более мелкомасштабную слоистую структуру.



а) б) в)

Рис.25. Распределение концентрации в протуберанце для функции магнитного потока (1.19): а) высотно-радиальный профиль, б) проекция на поперечное сечение, в) проекция на вертикальную плоскость.

Здесь было принято: B_0=9 Гс, k_x=1/4 Мм$^{-1}$, k_z=1/10 Мм$^{-1}$, k_s=1 Мм$^{-1}$, l=1/10 Мм$^{-1}$, z_0=−0.5 Мм. Максимальная концентрация частиц $6{\cdot}10^{10}$ см$^{-3}$ достигается на высоте ≈ 5,5 Мм. Минимальная температура 4300 К достигается на той же высоте. Отчетливо видна тонкая слоистая структура протуберанца.



а) б) в)

Рис.26. а) Высотно-радиальный профиль температуры протуберанца; б) поперечный профиль; в) высотный профиль.

В данном случае хорошо просматриваются два слоя холодной хромосферной плазмы повышенной плотности, висящие на высотах 5,5 Мм и 8,5 Мм (см. рис.27). При этом второй слой оказывается более горячим и менее плотным по отношению к первому. Между ними наблюдается участок горячей плазмы переходного слоя.

Для данного распределения характерны небольшие высоты расположения тела протуберанца и достаточно слабые поля (≈10−15 Гс), сравнимые с общим фотосферным магнитным полем Солнца. Количество магнитных слоев регулируется настройкой параметров k_s и l. Меняя их значения, мы можем получать более мелкомасштабную или более разреженную слоистую структуру.

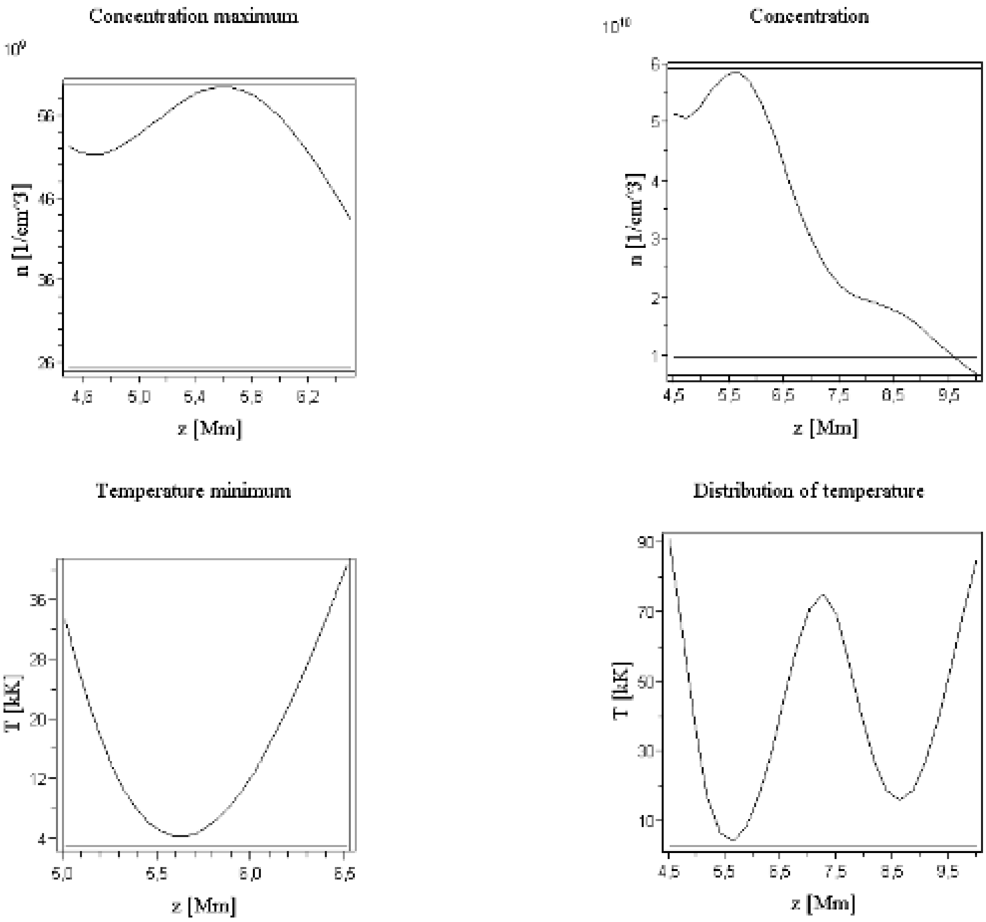


Рис.27. Сверху: высотный профиль распределения концентрации в увеличенном масштабе. Снизу: высотный профиль распределения температуры в увеличенном масштабе.

В целом для моделей винтового магнитного поля характерны: широкое варьирование высоты расположения протуберанца – от 5 Мм до 40 Мм и выше; сильные фотосферные магнитные поля (за исключением модели со слоистой структурой); при температуре ≈ 4000 K значения концентрации $\approx 10^{10}$-10^{11} см$^{-3}$. Возможно получение такой модели, где фотосферное магнитное поле будет соответствовать полям комплексов солнечной активности. При определенном выборе параметров, возможно моделирование тонкой структуры волокна, о чем мы подробно поговорим в следующем разделе.

1.7. Моделирование тонкой структуры солнечных волокон

Как известно, для протуберанцев характерно наличие тонкой волокнистой структуры. Поэтому наряду с моделированием общего строения тела волокна возникает проблема описания этой тонкой структуры, что представляет собой более сложную задачу.

Так как в солнечных волокнах достаточно часто наблюдается винтовая конфигурация магнитного поля, мы возьмем эту модель в качестве основной, и, меняя определенным образом начальное распределение функции потока A, рассчитаем несколько примеров моделей протуберанцев, в которых параметры плазмы по-прежнему остаются достаточно близки к наблюдаемым и, вместе с тем, в их распределениях явно присутствует филаментарная структура.

Для начала мы, как обычно, попробуем рассмотреть более простой с аналитической точки зрения случай конфигурации магнитного поля в виде функции с разделенными переменными. Она будет описывать равновесную магнитоплазменную конфигурацию в форме скрученного магнитного жгута, состоящего из ряда продольных волоконец:

$$A(x,z) = B_0 \cdot L \cdot \exp\left(-k_x{}^2 x^2 - k_z{}^2 z^2\right) \cdot \left[1 + 0.3 \cdot \cos(ax)\right] \cdot \sin\left(bz + \varphi\right). \quad (1.20)$$

Здесь, помимо классических обозначений, коэффициенты a и b – параметры, определяющие тонкую структуру, φ – произвольная начальная фаза. В формуле (1.20) экспонента описывает основное тело волокна, а добавки по x и по z в виде гармонических слагаемых обеспечивают внутреннюю структуру магнитного поля.

На рис.28 представлен трехмерный вид магнитной конфигурации, задаваемой уравнением $A = const$, где A описывается формулой (1.20). Вдоль оси y волокно, как и прежде, бесконечно длинное ввиду наличия в системе трансляционной симметрии; в вертикальном направлении оно распадается на несколько магнитных слоев, каждый из которых гофрирован в поперечном направлении. Вертикальное поле под волокном на фотосфере меняет знак, т.е. волокно располагается над линией раздела полярностей. Продольное поле B_y входит в расчеты давления (1.9), (1.14) через функцию A и коэффициент α.

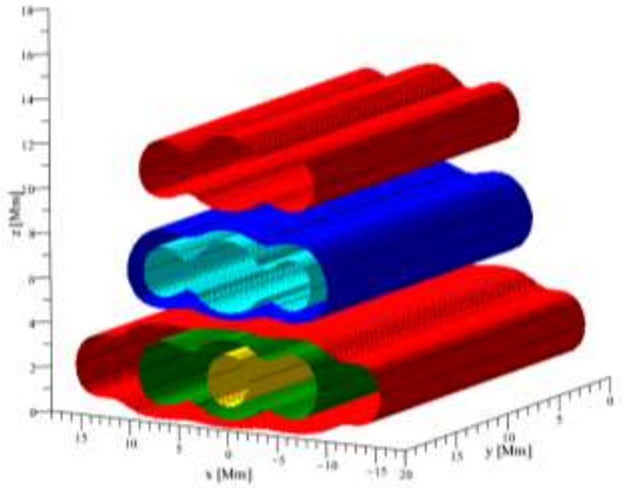


Рис.28. Трехмерный вид магнитных силовых поверхностей, задаваемых уравнением $A = const$, где A описывается формулой (1.20). Цвета заданы искусственно для удобства восприятия. При расчетах принято:

B_0=4 Гс, $k_x = 1/8$ Мм$^{-1}$, $k_z = 1/9$ Мм$^{-1}$, a=1 Мм$^{-1}$, b=2 Мм$^{-1}$, φ=3.

На рис.29, рис.30 показаны концентрация и температура плазмы распределения (1.20). Пики на рис.29 означают наличие сильной концентрации плазмы на оси отдельных волоконец. В температурном профиле также достаточно отчетливо выражаются несколько слоев пониженной температуры, что и говорит о наличии тонкой структуры. В наиболее холодных участках температура достигает значений 4500-5000 K, соответствующие им концентрации составляют несколько единиц на 10^{11} см$^{-3}$. Магнитное поле в теле волокна на средних высотах при этом составляет несколько Гс. Мы видим, что пики концентрации и температуры возникают не только в вертикальном направлении (вдоль оси z), но и поперечном (вдоль оси x).

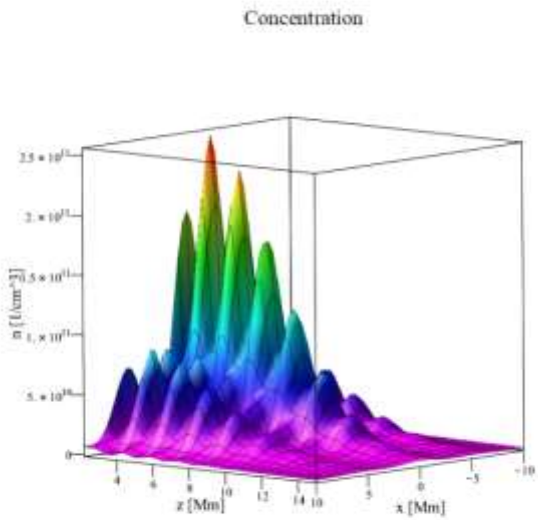
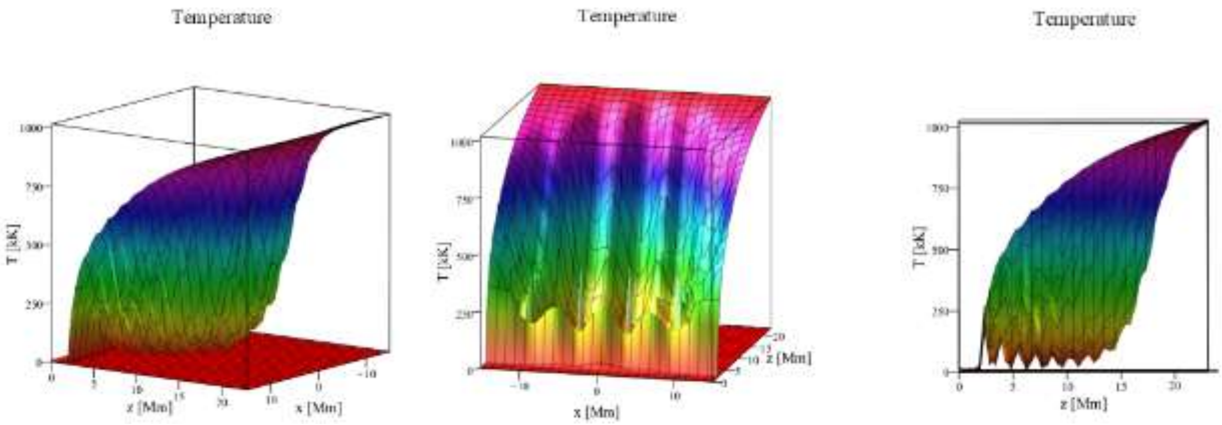


Рис.29. Концентрация частиц в кубическом см для распределения (1.20).



а) *б)* *в)*

Рис.30. Температурный профиль магнитной конфигурации (9): а) в плоскости *XZ*; б) в поперечном направлении; в) в вертикальном направлении.

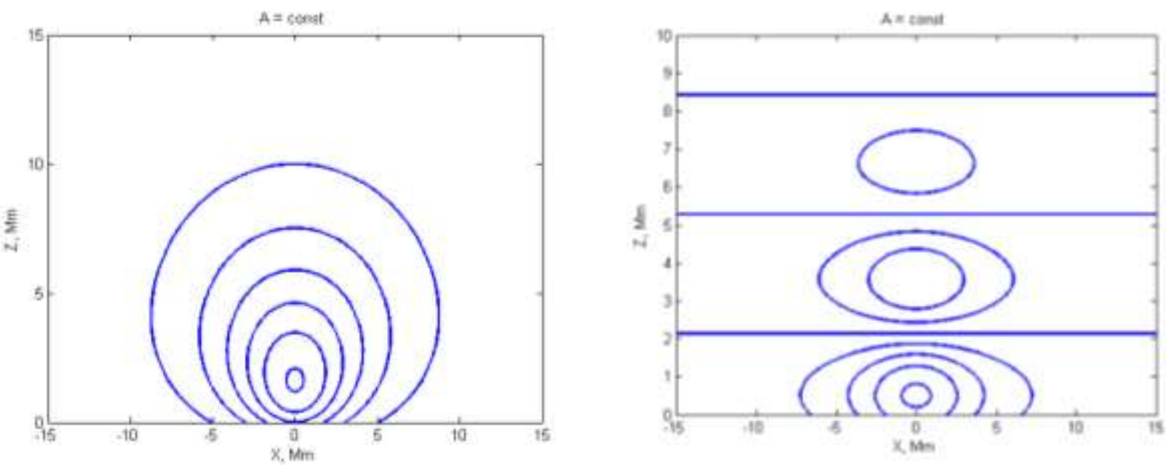
Более сложный выбор функции *A(x,z)* позволяет изучить, как проявляется тонкая структура протуберанца в различных координатных направлениях.

Пусть функция потока задана в виде:

$$A(x,z) = B_0 \frac{\exp(-l_x^2 x^2 - l_z^2 (z - z_0)^2)}{1 + k_x^2 x^2 + k_z^2 (z - z_0)^2} \cdot F(x,z). \qquad (1.21)$$

$F(x,z)$ – некоторая свободная функция, выбор которой позволяет дополнительно варьировать геометрическую форму магнитных силовых линий.

На рис.31 и рис.33 представлен вид магнитных силовых линий в проекции на плоскость поперечного сечения для четырех распределений: а) $\mathrm{F}(x,z) = z - z_0$, б) $\mathrm{F}(x,z) = L \cdot \sin(\mathrm{m}z)$, в) $\mathrm{F}(x,z) = (z - z_0) \cdot (1 + t\cos(x))$, и г) $\mathrm{F}(x,z) = L \cdot (1 + t\cos(x)) \cdot \cos(\mathrm{m}z)$. Здесь L – как и прежде, масштабный параметр (L=1 Мм), m и t – свободные положительные параметры: в случае б) m = 1 Мм$^{-1}$, в случае в) t = 0.02, в модели г) m = 5/3 Мм$^{-1}$, t = 0.2. Все расчеты выполнялись по классической схеме, а вид картинок немного отличается лишь потому, что использовался другой программный пакет.

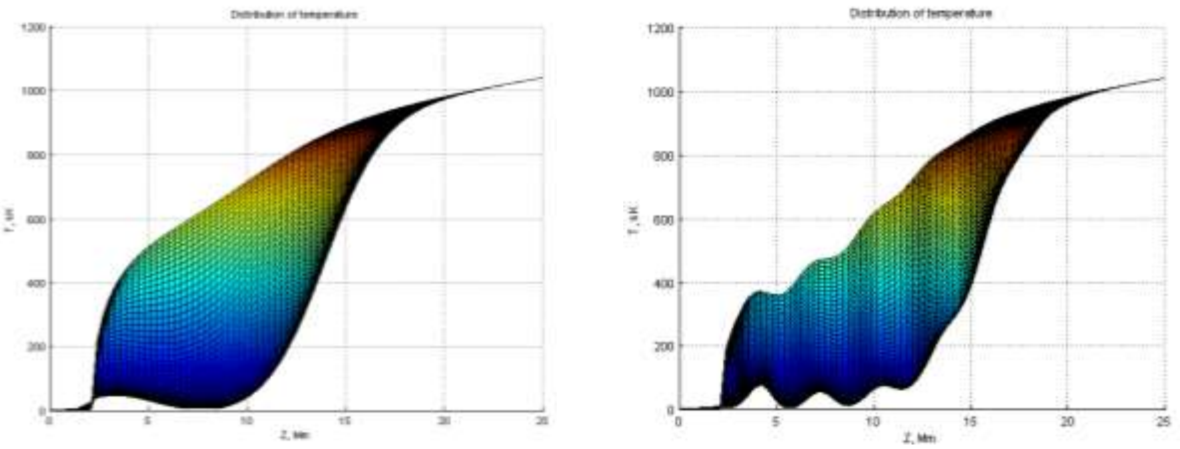


а) б)

Рис.31. Вид магнитных силовых линий волокна в плоскости XZ.

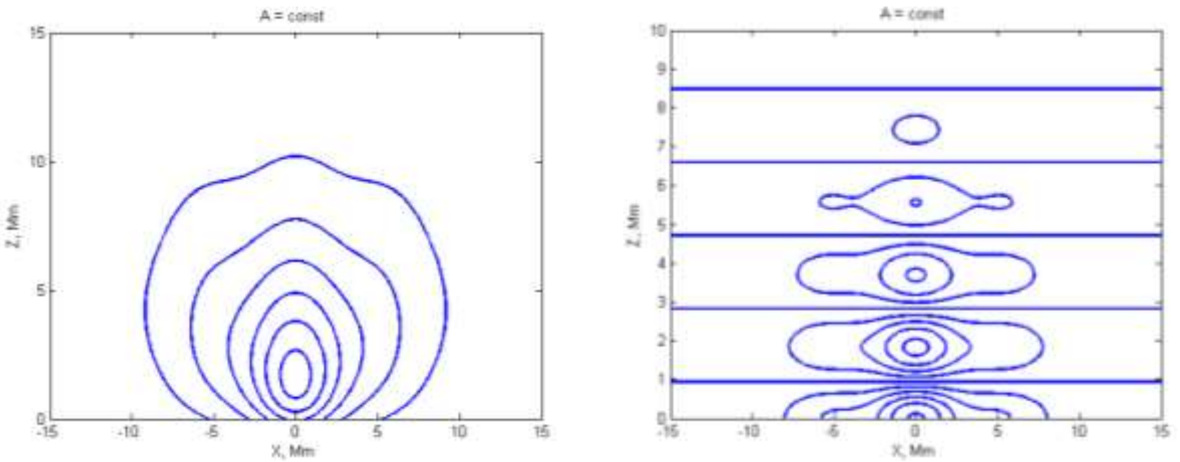
а) Принято: $F(x,z)=z\text{-}z_0$, B_0 = 22 Гс, α = 0.04, z_0 = -1 Мм, l_x = 15 Мм$^{-1}$, l_z = 10 Мм$^{-1}$, $k_x = k_z$ = 3 Мм$^{-1}$.

б) Принято: $F(x,z)=sin(z)$, B_0 = 9 Гс, α = 0.03, z_0 = -0.5 Мм, l_x = 20 Мм$^{-1}$, l_z = 10 Мм$^{-1}$, k_x = 4 Мм$^{-1}$, k_z = 10 Мм$^{-1}$.



а) б)

Рис. 32. а) Вертикальный профиль температуры, рассчитанный для магнитной структуры, изображенной на рис.31(а). б) Вертикальный профиль температуры для магнитной структуры, изображенной на рис.31(б).

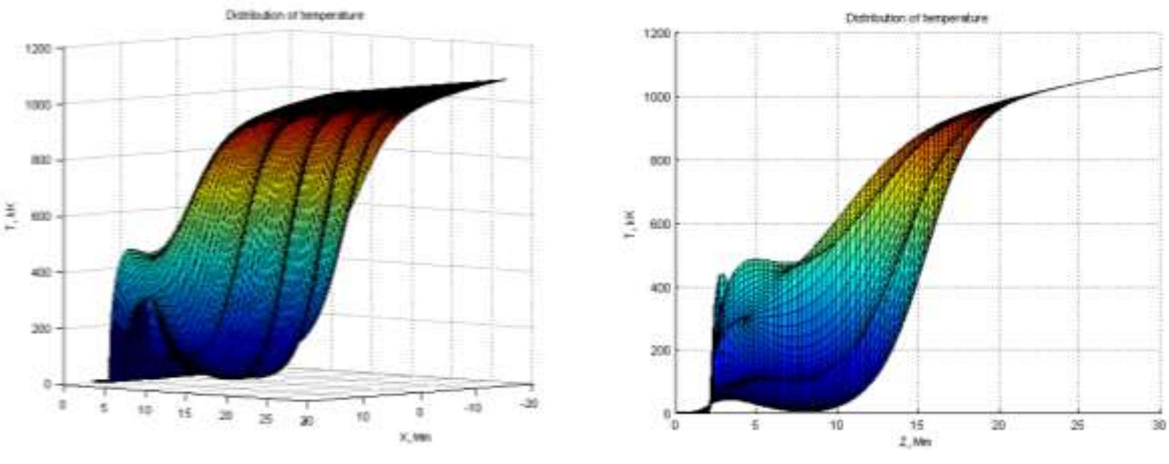


а) б)

Рис.33. Вид магнитных силовых линий волокна в плоскости XZ.

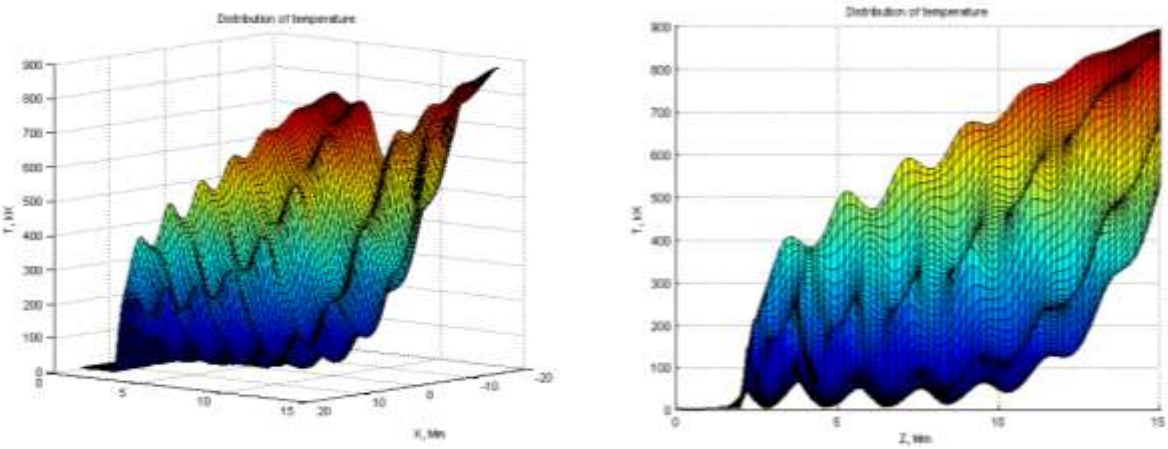
а) Принято: $F(x,z) = (z\text{-}z_0)\cdot(1+0.02\ cos(x))$. $B_0 = 22$ Гс, $\alpha = 0.0$, $z_0 = -0.5$ Мм, $l_x = 20$ Мм$^{-1}$, $l_z = 10$ Мм$^{-1}$, $k_x = k_z = 3$ Мм$^{-1}$.

б) Принято: $F(x, z)=(1+0.2cos(x))\cdot cos\ (5/3z)$. $B_0 = 7$ Гс, $\alpha = 0.01$, $z_0 = -0.5$ Мм, $l_x = 20$ Мм$^{-1}$, $l_z = 10$ Мм$^{-1}$, $k_x = 5$ Мм$^{-1}$, $k_z = 8$ Мм$^{-1}$.



а) б)

Рис. 34. а) Вертикально-поперечный профиль б) вертикальный профиль температуры для магнитной конфигурации рис. 33(а).



а) б)

Рис.35. а) Вертикально-поперечный профиль б) вертикальный профиль температуры для магнитной конфигурации рис.33(б).

Добавление гармонической функции к начальному распределению вызывает расслоение исходной структуры. Мы получили решения, в которых слоистость возникает как в вертикальном, так и в поперечном к оси волокна направлении. Следует подчеркнуть, что в данной работе впервые получена равновесная конфигурация в виде плотного и холодного коронального волокна, содержащая оба расслоения (см. рис. 33(б) и рис.35(а,б)).

Итак, для моделирования тонкой периодической структуры протуберанца возникает необходимость добавлять гармонический член в выражение для магнитного потока. В высотном направлении, для координаты z, это не создает никаких проблем в рамках аналитического счета, поскольку в формулах для расчета давления (1.9) и плотности (1.10) интеграл берется по другой переменной, но добавление гармоники в поперечное сечение (по координате x) приводит к тому, что такой интеграл оказывается невозможно выразить в конечном виде через известные функции. Проблема может быть решена только численным методом. Такой подход имеет свои недостатки, главным из которых является некорректность задачи численного дифференцирования в формуле для нахождения плотности. Однако, поскольку функции $A(x,z)$ в поставленной нами задаче выбираются гладкими, не имеющими разрывов и особенностей, мы можем рассчитывать на успешное разрешение проблемы.

Аналитическое взятие интеграла в (1.9) проводится при фиксированном значении z, начиная от некоторой удаленной точки поверхности, где возмущения, вносимые в атмосферу магнитным полем волокна, равны нулю, до некоторой точки внутри тела протуберанца. В численном подходе мы заменили эту операцию интегрированием методом Гаусса-Кронрода.

Магнитная добавка к плотности газа в волокне рассчитывается по формуле: $(8\pi g)^{-1}[(A_x^2 + 2\int A_{zz}A_x dx)_z - 2A_z\Delta A]$ (в этой краткой записи нижние индексы означают производные по соответствующей переменной). Взятие производной от дискретно-заданной функции является некорректной задачей и представляет собой вычитание значений функции в соседних по высоте точках с учетом выбранного шага по z. Чтобы максимально приблизить значение, рассчитанное таким образом, к аналитическому значению производной, шаг сетки следует брать как можно меньше. Для этого мы увеличиваем разрешение сетки по вертикали путем интерполяции полученных после интегрирования значений произведения функций $A_{zz} \cdot A_x$. Для наших расчетов наиболее приемлемой является интерполяция сплайнами. Конечно, можно было бы с самого начала задавать мелкомасштабную сетку, вычислять на ней интеграл и не прибегать к процедуре интерполяции, но это в разы увеличит сложность и объем расчетов и, по нашему опыту, не приведет к значительно большей точности.

Для оценки точности получаемых численных решений мы проводили сравнение результатов численного и аналитического расчета одних и тех же моделей для тех случаев, когда интегралы в (1.9) и (1.10) допускали аналитическое представление. Средняя итоговая погрешность для каждого из термодинамических параметров составляет менее процента. Погрешность отдельно магнитных добавок оказывается выше: если в давлении она обычно не превышает 1-2 %, то для плотности ее значения могут доходить до 10-15 %. Наибольшая погрешность наблюдается на флангах распределения по x, где магнитная добавка крайне мала по сравнению с внешней средой, из-за чего в итоге здесь не получается достичь высокой точности конечных распределений. Однако в силу малости силовых поправок абсолютная погрешность численной модели здесь очень мала. Наш опыт показал также, что нужно очень аккуратно следить за решением задачи на линиях $x = 0$ и $z = 0$, где возможно обращение в нуль производных $\partial A/\partial x$ и $\partial^2 A/\partial z^2$, так как это может привести к появлению артефактов в дальнейших расчетах.

Численно рассчитав по изложенной методике давление и плотность плазмы в волокне, мы находили температуру по формуле (1.8).

Модели с простой винтовой структурой магнитного поля показывают хорошую устойчивость к малым изменениям вводных параметров, для них достаточно широк диапазон выбора и начального магнитного поля, и высоты расположения наиболее холодной и плотной части протуберанца. Введение гармонической функции в вертикальном направлении приводит к меньшему диапазону варьирования указанных выше величин, однако в целом изменения параметра m в функции синуса, особенно малые, не приводят к нарушению равновесия в конфигурации. Наиболее «чувствительными» к параметрическим вариациям оказываются конфигурации с функцией вида $\mathrm{F}(x,z) \sim 1 + t\cos(x)$. Расслоение в поперечном направлении начинает наблюдаться даже при малом вкладе гармоники (*t* порядка нескольких сотых), а возрастание этого параметра до десятых долей уже приводит к нарушению равновесия исследуемой структуры.

Более подробно о параметрической устойчивости всех рассмотренных нами моделей мы поговорим далее.

1.8. Параметрическая устойчивость моделей

В нашем исследовании мы рассматриваем только статические модели солнечных протуберанцев. В них нет параметра времени *t*, и говорить что-либо об их динамической устойчивости мы не можем. Мы не ставим своей целью узнать, как протуберанец образовался или как скоро он разрушится, - это отдельная задача, требующая более сложного и детального подхода. Мы рассматриваем «мгновенные снимки» того момента жизни спокойных протуберанцев, когда волокно уже образовалось и в течение длительного времени (часы и сутки по наблюдениям) квазистационарно висит высоко в короне. Нашей основной задачей было показать, что, опираясь на уравнения магнитной гидростатики, можно получить метод расчета профилей температуры, давления и плотности, близких к наблюдаемым. Речь о единственности такого представления, конечно, не стоит, и, как следует из вышеизложенного, классическая задача исследования устойчивости модели не имеет здесь места ввиду отсутствия параметра *t*.

Таким образом, в наших моделях мы можем исследовать только параметрическую устойчивость системы, т.е. посмотреть, как изменятся ее характеристики при небольшом изменении вводных параметров начальной магнитной структуры. Такими параметрами в наших расчетах являются характеристическая величина магнитного поля (B_0), высота расположения магнитной конфигурации над поверхностью фотосферы (z_0) и масштабные параметры (k, l и др.), определяющие геометрию (характерные толщину и высотную протяженность) тела протуберанца. Мы можем записать нашу функцию A в виде $A=A(x, z, (B_0, z_0, k, l,..))$, т.е. как функцию двух пространственных переменных и параметров. Мы видим, что число параметров превышает число переменных, т.е. наш набор функций не ограничен, о чем мы уже говорили ранее.

Выбор масштабных параметров k, l и др. основывается на представлениях о классических наблюдаемых размерах волокон: протуберанцы достаточно тонкие структуры. Их характерный поперечный масштаб на порядок меньше, чем их длина. Также в общем случае мы считаем, что протуберанцы имеют эллиптическую структуру (напомним, что все масштабные параметры измеряются в обратных Мм, т.е., например, k=1/5 отвечает характерному масштабу 5 Мм). Таким образом, моделируемые нами протуберанцы часто оказываются более вытянуты в высотном направлении – по оси z, чем в поперечном – по оси x. Это требование не является обязательным, но нам оно кажется вполне логичным.

Параметр z_0 позволяет регулировать высоту расположения протуберанца над уровнем фотосферы. Далеко не всегда удается расположить волокно на больших высотах: в короне плазма очень разрежена, и увеличение высоты протуберанца даже на небольшую величину приводит к невозможности его уравновесить. Также в зависимости от знака параметра z_0 нам удается получать протуберанцы прямой и обратной полярности.

Кроме того, наши модели весьма чувствительны к изменению величины магнитного поля B_0 – чаще всего именно изменение этого параметра ведет к разрушению конфигурации (под разрушением мы понимаем выход значений получаемых термодинамических величин за пределы значений, соответствующих протуберанцам). Спокойные волокна могут располагаться как далеко от активных областей, где внешнее поле относительно слабое и примерно такое же, как общее магнитное поле Солнца (1-2 Гс), так и в активных областях вблизи солнечных пятен, где напряженность внешнего по отношению к волокну поля может составлять десятки и сотни Гс. Если в первом случае мы варьируем значение напряженности в пределах долей Гс, то во втором – мы можем изменять поле в пределах десятков Гс, оставаясь при этом в рамках допустимых значений температуры и плотности. Также уравновесить рассматриваемые нами конфигурации помогает наличие магнитного поля B_y – оно не входит непосредственно в магнитную функцию A, но присутствует изначально в системе уравнений МГС (1.6) и входит в конечную формулу для расчета давления (1.9).

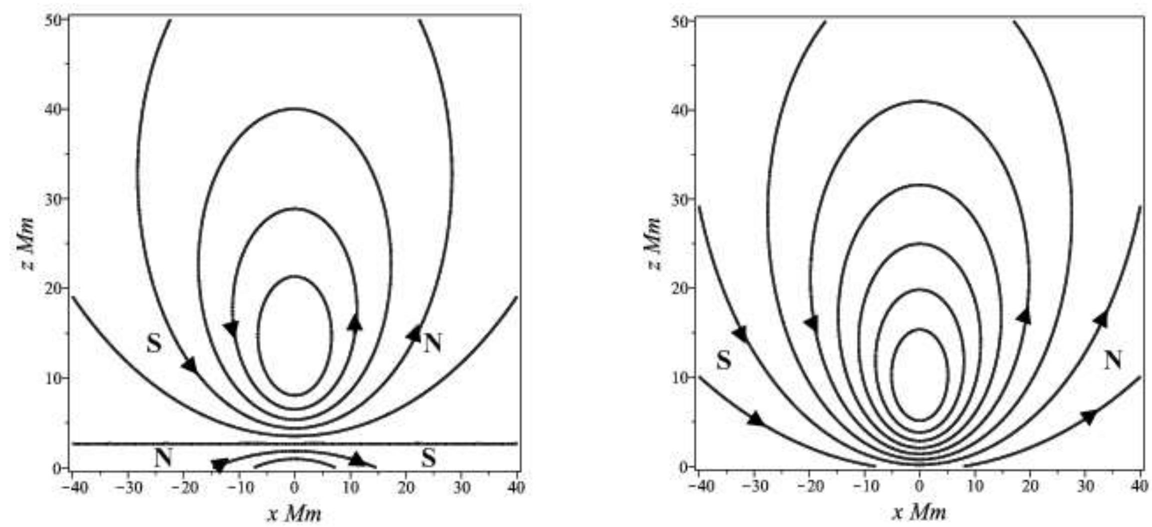
Напомним, что мы не ставим своей целью построить какую-то единственную модель солнечного протуберанца. Мы хотим получить набор моделей, максимально детально отражающих реально наблюдаемые свойства волокон, и поэтому именно свободный выбор параметров позволяет нам получать достаточно достоверные значения температуры и плотности плазмы моделируемых объектов.

В качестве примера приведем ниже модель, которая показывает относительно сильную параметрическую устойчивость.

Выберем функцию $A(x,z)$ в виде:

$$A(x,z) = B_0 \frac{(z - z_0)}{1 + k_x^2 x^2 + k_z^2 (z - z_0)^2}. \qquad (1.22)$$

Плотность плазмы в данной модели быстро убывает с удалением от оси, как в вертикальном, так и в поперечном направлении. На уровне $z = z_0$ плотность газа в волокне равна плотности внешней среды. Ниже этого уровня добавка к фоновой плотности отрицательна, а выше - положительна, т.е., начиная с этого уровня, в короне над переходным слоем формируется плотное волокно. На рис.36(а,б) представлен вид магнитных поверхностей волокна в поперечном сечении. В зависимости от величины параметра z_0 получается волокно нормальной или инверсной полярности.



а) б)

Рис.36. а) Поперечное сечение волокна инверсной полярности (на фотосфере слева северная полярность магнитного поля, а в теле волокна – южная). Форма магнитных силовых линий получена из условия A=*const*, z_0= 1 Мм.

б) Поперечное сечение волокна нормальной полярности (направление магнитного поля на фотосфере совпадает с направлением поля в волокне). z_0= -1 Мм. Продольное магнитное поле $B_y(A)$ на рисунках не отображено.

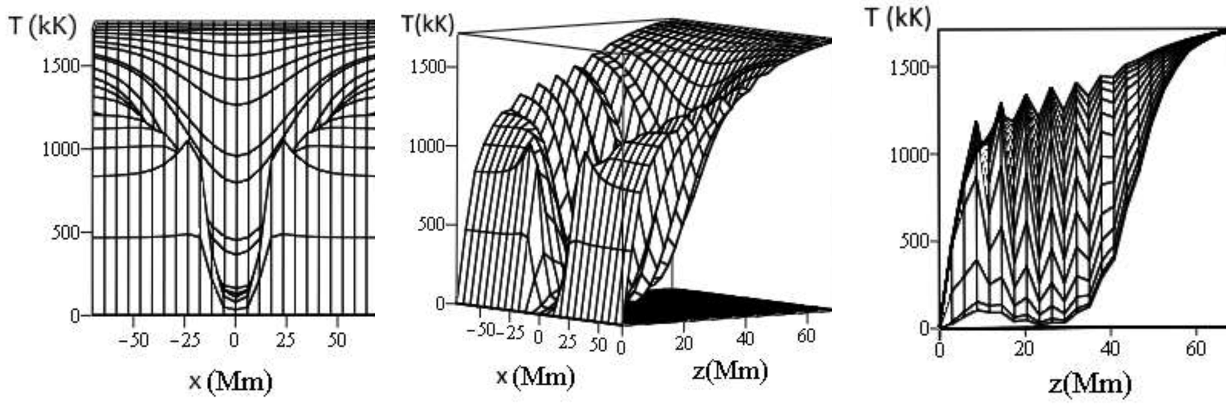
Приведем результат расчета температуры в волокне при следующих параметрах: B_0=150 Гс, k_x=1/3 Мм$^{-1}$, k_z=1/3 Мм$^{-1}$, $\alpha = 0.03$, $z_0 = 1$ Мм. Поле температуры представлено на рис.37 в трех проекциях. Магнитное поле на уровне $z_0 = 1$ Мм взято достаточно большим (150 Гс), но в короне на высотах 20-25 Мм, где температура плазмы в волокне достигает минимума, магнитное поле составляет около 3 Гс, т.е. падает до типичных корональных значений.

Приведенный пример рассчитан для протуберанца инверсной полярности, но результаты расчета для протуберанца нормальной полярности практически не отличаются от приведенных, поскольку разница высот уровня

z_0 между этими двумя видами (которая, как показано на рис.36, определяет тип протуберанца) составляет всего 2 Мм, что много меньше высоты расположения собственно самого тела протуберанца: $h = (20 \div 30)$ Мм, как это видно из рис.37. Плотность газа на тех высотах, где температура волокна, минимальна, составляет около 10^{11} см$^{-3}$, что на два с лишним порядка превышает плотность коронального газа на этих высотах.

Магнитное поле в 150 Гс на поверхности фотосферы соответствует активным областям Солнца, таким как, например, факелы. Примечательно, что для данного распределения (1.22) можно задать B_0 порядка тысячи Гс и характеристики плазмы все равно будут получаться адекватными.

Таким образом, рассчитанная здесь модель хорошо соответствует основным параметрам спокойных солнечных протуберанцев.



а) б) в)

Рис.37. а) Поперечный профиль температуры протуберанца. б) Высотно-радиальный профиль температуры. в) Высотный профиль температуры, минимальная температура около 4000 К достигается на высоте 23 Мм.

Глава 2. Трехмерное моделирование спокойных солнечных протуберанцев

2.1. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим систему уравнений стационарной магнитной гидродинамики:

$$\rho(\boldsymbol{V} \cdot \nabla)\boldsymbol{V} = -\nabla P + \frac{1}{4\pi}\left[rot\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{B}\right] + \rho\boldsymbol{g}(r), \tag{2.1}$$

$$div(\rho\boldsymbol{V}) = 0, \tag{2.2}$$

$$div\boldsymbol{B} = 0, \tag{2.3}$$

$$P = \frac{\rho RT}{\mu}. \tag{2.4}$$

Помимо уже принятых обозначений здесь $\boldsymbol{V}$ – скорость плазменного элемента. Будем работать в декартовой системе координат: ось Oz направим вертикально вверх от поверхности фотосферы (уровень $z = 0$ совпадает с поверхностью фотосферы), ось Ox – поперек моделируемого волокна, ось Oy – вдоль.

Как и в случае магнитогидростатики система (2.1)-(2.4) недоопределена ввиду отсутствия в ней уравнения переноса энергии. Мы ставим своей целью разрешение системы (2.1)-(2.4) с учетом некоторых предположений. Будем находить стационарные распределения полного давления, плотности, температуры и скорости плазмы для заданной структуры магнитного поля. Получаемые распределения вышеперечисленных физических величин должны согласовываться с реальными наблюдаемыми данными. Задаваемое магнитное поле, как и прежде, должно удовлетворять граничным условиям: 1) волокно располагается над фотосферной линией раздела полярности, 2) волокно уединенное, вдали от исследуемой структуры магнитное поле волокна должно переходить в магнитное поле окружающей невозмущенной атмосферы, 3) скорость течения плазмы должна быть максимальна в центре волокна и спадать на его периферии.

В случае идеальной МГД плазма движется вдоль магнитных силовых линий со скоростью:

$$\mathbf{V} = M_A \frac{\mathbf{B}}{\sqrt{4\pi\rho}}, \tag{2.5}$$

где M_A – альвеновское число Маха, определяющее отношение скорости плазмы к альвеновской скорости: $\frac{\mathbf{V}}{V_A} = M_A \frac{\mathbf{B}}{B}$. Объединяя условия (2.2), (2.3), (2.5), получим:

$$\boldsymbol{B} \cdot \nabla(M_A \sqrt{\rho}) = 0, \tag{2.6}$$

что означает постоянство слагаемого $(M_A \sqrt{\rho})$ вдоль магнитных силовых линий.

С учетом вышенаписанного, преобразуем уравнение (2.1) к виду:

$$(M_A^2 - 1)(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \mathbf{B}(\mathbf{B} \cdot \nabla M_A^2) = -4\pi\nabla(P + \frac{B^2}{8\pi}) - 4\pi\rho\mathbf{g}_z. \tag{2.7}$$

Пусть функция напряженности магнитного поля задается следующим образом:

$$\mathbf{B} = \{B_x(x, y, z) \cdot \mathbf{e}_x, 0 \cdot \mathbf{e}_y, B_z(x, y, z) \cdot \mathbf{e}_z\}. \tag{2.8}$$

Зависимость B_x и $\mathrm{B_z}$ компонент от всех трех пространственных координат позволит нам рассматривать трехмерную задачу, однако, для ее решения мы вынуждены пренебречь компонентом B_y. Тогда ввиду условия (2.8), y-составляющая уравнения (2.7) будет иметь очень простую форму:

$$\frac{\partial}{\partial y}(P + \frac{B^2}{8\pi}) = 0.$$

И мы получим баланс давлений в следующем виде:

$$P(x, y, z) + \frac{B^2(x, y, z)}{8\pi} = \Pi(x, z). \tag{2.9}$$

При этом функция полного давления *П(x,z)* зависит только от двух координат. С учетом граничных условий: $\Pi(\infty, z) = P_{ex}(z) + \frac{B_{ex}^2(z)}{8\pi}$; где P_{ex} – внешнее давление, задаваемое аналитической моделью солнечной атмосферы [15], B_{ex} – напряженность внешнего магнитного поля.

Запишем оставшиеся два компонента уравнения (2.7):

$$x:\ \left(M_A^2 - 1\right)\left(B_x \frac{\partial B_x}{\partial x} + B_z \frac{\partial B_x}{\partial z}\right) + B_x\left(B_x \frac{\partial M_A^2}{\partial x} + B_z \frac{\partial M_A^2}{\partial z}\right) = \\ = -4\pi \frac{\partial \Pi(x,z)}{\partial x}, \tag{2.10}$$

$$z:\ \left(M_A^2 - 1\right)\left(B_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + B_z \frac{\partial B_z}{\partial z}\right) + B_z\left(B_x \frac{\partial M_A^2}{\partial x} + B_z \frac{\partial M_A^2}{\partial z}\right) = \\ = -4\pi \left[\frac{\partial \Pi(x,z)}{\partial z} + g\rho(x,y,z)\right]. \tag{2.11}$$

Компоненты поля $\boldsymbol{B}$ могут быть выражены через скалярную функцию *A(x,z)*, которая является *y*-компонентом функции магнитного потока, и некоторую безразмерную функцию *F(A,y)*, зависящую от двух переменных:

$$A(x,z) = \int_0^{x'} b_z dx \ \Rightarrow\ b_z(x,z) = \frac{\partial A}{\partial x};\ \ b_x(x,z) = -\frac{\partial A}{\partial z}.$$

$$\left.\begin{aligned} B_x(x,y,z) &= B_0 \cdot F(\mathrm{A},\mathrm{y}) \cdot \mathrm{b}_x(x,z) \\ B_z(x,y,z) &= B_0 \cdot F(\mathrm{A},\mathrm{y}) \cdot \mathrm{b}_z(x,z) \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

Здесь B_0 – единицы измерения напряженности магнитного поля.

Заметим, что выбор вида функции *F(A,y)* абсолютно произволен: дивергенция магнитного поля остается равной нулю. Данное условие позволит нам моделировать конфигурации разной геометрии.

Мы предполагаем, что число Маха также является функцией переменных *A* и *y*: $M_A^2 = M_A^2(A, y)$. Тогда решение поставленной нами задачи сводится к решению следующей системы уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{M_A^2 - 1}{4\pi} B_0^2 F^2(\mathrm{A}, \mathrm{y}) \left(b_z \dfrac{\partial b_x}{\partial z} + b_x \dfrac{\partial b_x}{\partial x} \right) = -\dfrac{\partial \Pi(x,z)}{\partial x} & (2.13) \\ \dfrac{M_A^2 - 1}{4\pi g} B_0^2 F^2(\mathrm{A}, \mathrm{y}) \left(b_z \dfrac{\partial b_z}{\partial z} + b_x \dfrac{\partial b_z}{\partial x} \right) = -\left[\dfrac{1}{g} \dfrac{\partial \Pi(x,z)}{\partial z} + \rho(x,y,z) \right] & (2.14) \end{cases}$$

Правая часть уравнения (2.13) не зависит от перемененной *y*, следовательно $\left(M_A^2(A,y)-1\right)\cdot F^2(A,y) = C(\mathrm{A})$, где *C(A)* – некая функция, которая в общем случае может зависеть от магнитного потока *A*. Мы для простоты и удобства выберем $C(A) = \mathrm{Const} = \mathrm{C}$. Как правило, геометрия волокна такова, что оно имеет максимальную толщину в середине и утончается на концах. Соответственно, течения плазмы в волокне должны быть максимальны в его центральной части и исчезать на его периферии, что накладывает определенные условия на выбор функции *F(A,y)*.

$$M_A^2(A,y) = 1 + \frac{C}{F^2} \tag{2.15}$$

Левая часть уравнения (2.15) должна стремиться к единице в центре волокна и к нулю на его границах. Это условие может быть выполнено, если выбрать, например, малую отрицательную константу и функцию *F* в виде: $F = \left(1 + a \cdot \sin(by)\right) \cdot \exp(-k^2 y^2)$, где *a, b, k* – есть некоторые масштабные параметры.

Уравнение (2.13) можно проинтегрировать по координате *x* при постоянном значении *z*. Мы получим распределение полного (газовое+магнитное) давления:

$$\Pi(x,z) = \mathrm{P}_{ex}(z) + \frac{B_{ex}^2(z)}{8\pi} + \frac{B_0^2 \cdot C}{8\pi}\left[b_x^2 + 2\int b_z \cdot \frac{\partial b_x}{\partial z} dx \right] \tag{2.16}$$

Подставив полученное решение для *Π(x,z)* в уравнение (2.14), найдем плотность плазмы.

$$\rho(x,z) = \rho_{ex}(z) + \frac{B_0^2 \cdot C}{8\pi g}\left[2b_x \cdot \frac{\partial b_z}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial z}\left(b_z^2 - b_x^2 - 2\int b_z \cdot \frac{\partial b_x}{\partial z} dx \right) \right] \tag{2.17}$$

Здесь мы учли, что внешняя среда близка к гидростатике ($\frac{\partial \mathrm{P}_{ex}(z)}{\partial z} = -g\rho_{ex}(z)$),

а внешнее магнитное поле практически не изменяется по высоте ($\frac{\partial B_{ex}^2(z)}{\partial z} \approx 0$).

Заметим также, что найденная плотность является функцией только двух переменных $\rho = \rho(x,z)$.

Зная распределения давления и плотности, остается только найти температуру из уравнения состояния идеального газа.

2.2. Моделирование прямого солнечного волокна

Для нахождения термодинамических параметров плазмы волокна описанным выше способом необходимо задать разумную (с точки зрения наблюдений) магнитную структуру протуберанца, т.е. считать распределение магнитного поля известным. Мы уже говорили, что одними из наиболее распространенных моделей солнечных волокон являются модели с винтовой структурой магнитного поля (см. рис.15).

Реальные волокна обычно представляют собой длинные образования (длина волокон много больше радиуса их поперечного сечения), имеющие максимальную толщину в центральной области и утончающиеся на концах. Наша задача – задать такие функции $A(x,z)$ и $F(A,y)$, чтобы пространственная форма протуберанца оказалась максимально близкой к реальным наблюдаемым формам. Свобода в выборе функций позволяет моделировать разную геометрию волокна: можно строить как относительно короткие, так и очень длинные волокна, можно также вводить тонкую структуру.

Очевидно, что не для любых произвольно выбранных функций A и F мы получим адекватные распределения плазменного давления, плотности и температуры. Но в этом и заключается наша задача: подобрать такую конфигурацию магнитного поля, чтобы рассчитываемые по формулам (2.16), (2.17) и (2.4) термодинамические параметры плазмы имели физический смысл.

На рис.38 представлены различные возможные конфигурации магнитного поля волокна в зависимости от выбора функций *A(x,z)* и *F(A,y)*. Функция магнитного потока *A* в первую очередь отвечает за винтовую геометрию, в то время как функция *F* регулирует длину волокна. Добавляя в формулы гармонические функции, можно вводить тонкую структуру магнитного поля как вдоль оси *y*, так и вдоль осей *x* и *z*.

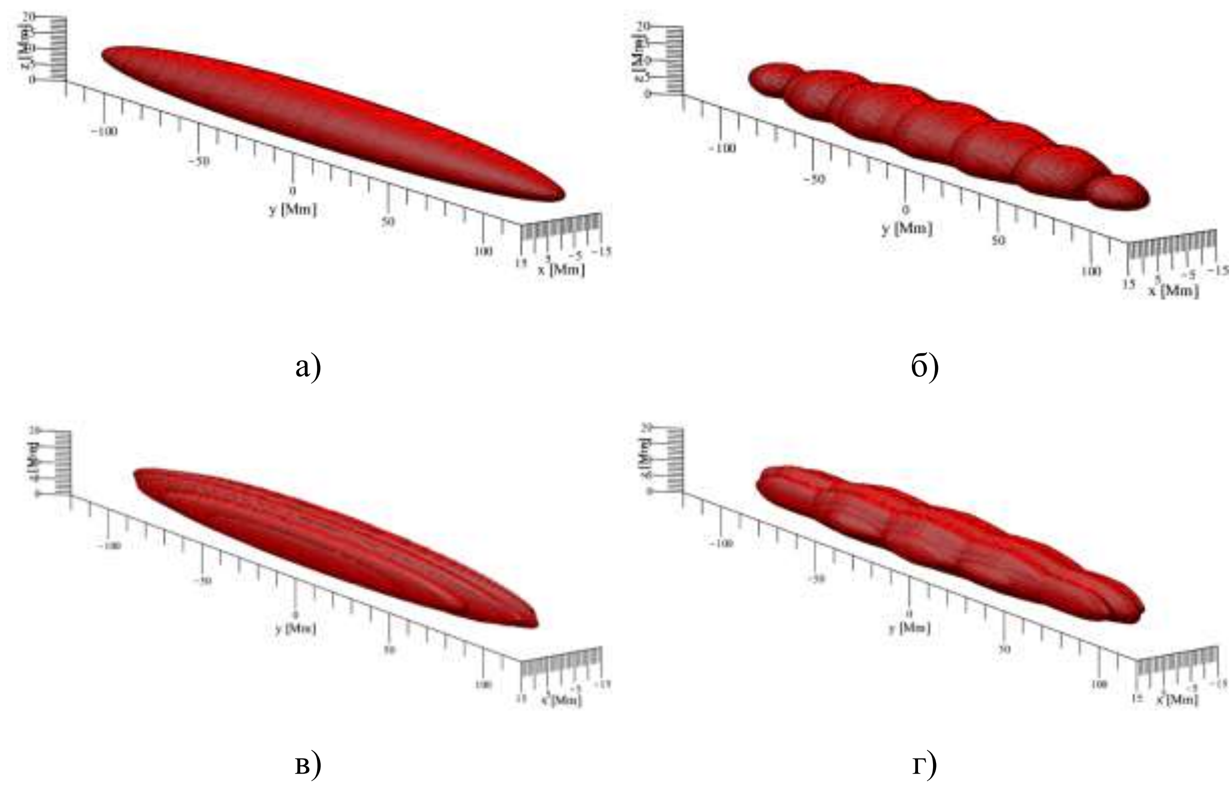


Рис.38. Различная геометрия спокойного солнечного протуберанца конечной длины. Волокно может представлять собой единый «гладкий» объект (а), иметь перетяжки по длине (б), состоять из нескольких тонких волоконец (в) или являться обобщением последних двух случаев (г).

Мы видим, что длина волокон (ось *y*) в несколько раз превосходит их поперечные размеры (оси *x* и *z*). Для удобства мы построили изображения так, чтобы просматривалась геометрия моделей. В реальности же, мы можем сделать волокна еще более длинными и вытянутыми к концам, как это и бывает в природе.

Для представленных выше конфигураций были получены соответствующие распределения плазменных характеристик. Во всех случаях параметры функций A и F подбирались так, чтобы рассчитываемые температуры и плотности соответствовали значениям, характерным для реальных протуберанцев.

Ниже показаны результаты расчета температуры при следующем выборе начального магнитного поля:

$$A(x,z)=\frac{B_0}{k}\cdot\sin\left(\mathrm{m}(z-2)\right)\cdot\exp\left(-k^2x^2-k^2(z-2)^2\right);$$
$$F(A,y)=\exp\left(-l^2y^2\right). \tag{2.18}$$

Распределение (2.18) соответствует протуберанцу, представленному на рис.38(б).

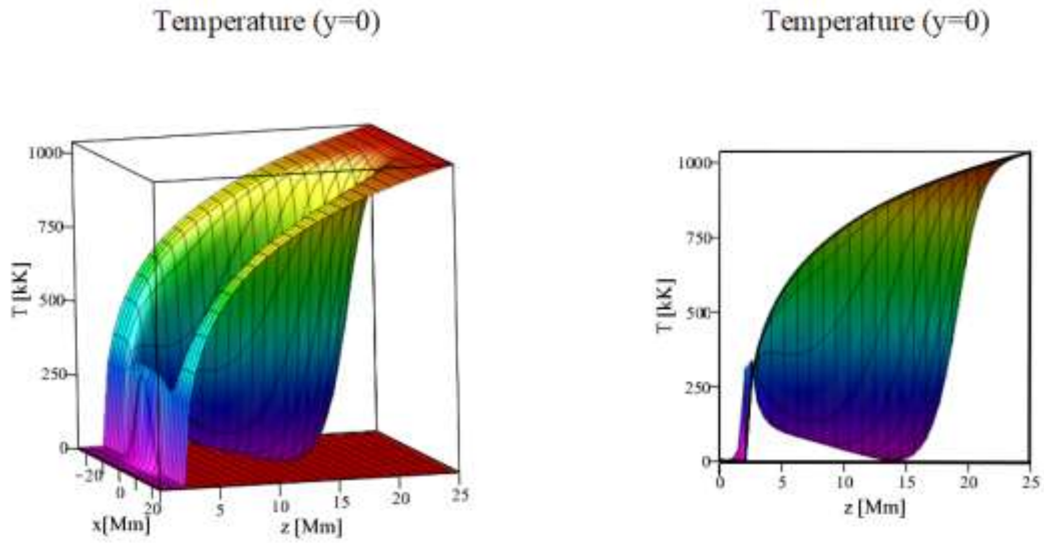


Рис.39. Распределение температуры плазмы в центральной части волокна (y=0), заданного магнитной конфигурацией (2.18), при следующем выборе параметров: B_0=4 Гс, m=1/6 Мм$^{-1}$, k=0.125 Мм$^{-1}$, l=0.01 Мм$^{-1}$.

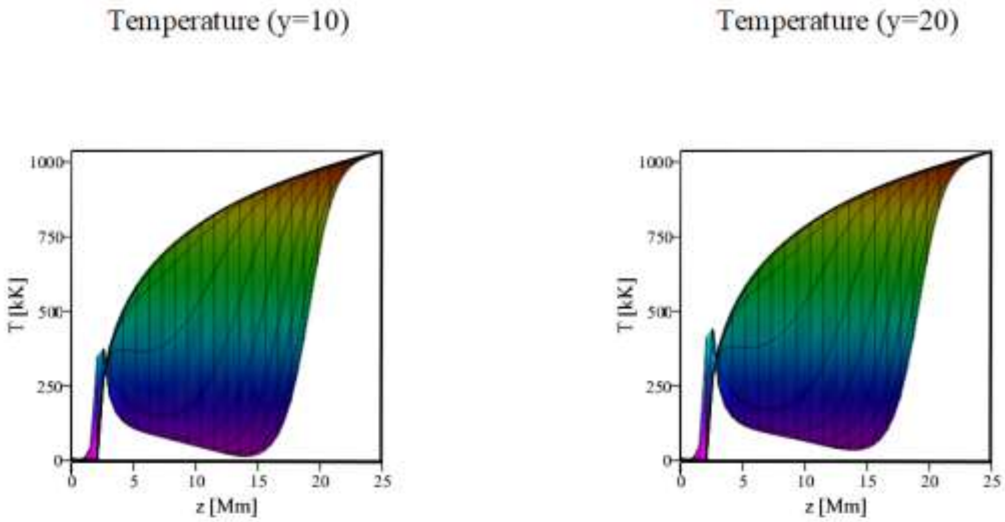


Рис.40. Вертикальные температурные профили магнитной конфигурации (2.18) для различных поперечных сечений.

На рис.39, рис.40 профили температуры построены при различном выборе значения y, т.е. для различных поперечных сечений волокна (значение y=0 соответствует центральному сечению). Мы видим, что наиболее холодная часть протуберанца располагается на высотах 13-16 Мм, при этом температурный минимум достигается в плоскости центрального сечения, а с увеличением y, т.е. удалению к концам волокна, температура начинает расти.

Описываемый в данной главе метод расчета впервые применен для построения трехмерной модели прямого солнечного волокна. Несмотря на ограничения в начальном выборе магнитной структуры (мы можем рассматривать конфигурации, содержащие только два компонента магнитного поля – B_x и B_z), мы считаем, что наш подход открывает широкие возможности для дальнейшего моделирования солнечных протуберанцев конечной длины, в том числе с более сложной геометрией магнитного поля.

Глава 3. Моделирование крупномасштабных спокойных солнечных структур в сферической системе координат

3.1. Система уравнений МГС в сферической системе координат

Рассмотрим задачу расчета параметров плазмы для аксиально-симметричной равновесной конфигурации, расположенной в гидростатической солнечной атмосфере при наличии однородного поля силы тяжести. Аксиальная симметрия подразумевает инвариантность относительно произвольных поворотов системы вокруг оси заданной конфигурации. Напомним, что классическая система уравнений магнитной гидростатики имеет вид:

$$-\nabla P + \frac{1}{4\pi}\left[rot\boldsymbol{B}\times\boldsymbol{B}\right] + \rho\cdot\boldsymbol{g}(r) = 0, \tag{3.1}$$

$$div\boldsymbol{B} = 0, \tag{3.2}$$

$$P = \frac{\rho RT}{\mu}. \tag{3.3}$$

Здесь $\rho\cdot\boldsymbol{g}(\mathrm{r})$ – сила тяжести, направленная по радиусу к центру Солнца.

Выберем сферическую систему координат (r,θ,φ). Введем аналог функции магнитного потока A и функцию Ω, определяющую электрический ток вдоль меридиана, так, что $A(r,\theta) = -\int_0^r B_\theta \sin\theta r dr$; $\Omega(r,\theta) = -4\pi c^{-1}\int_0^r j_\theta \sin\theta r dr$. Согласно (3.2), компоненты напряженности магнитного поля выразятся следующим образом:

$$B_\theta = -\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial r}; \quad B_r = \frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial\theta}. \tag{3.4}$$

Тороидальная компонента поля B_φ будет определяться только функцией Ω:

$$B_\varphi = \frac{\Omega}{r\cdot\sin\theta}. \tag{3.5}$$

С учетом (3.4) система (3.1) - (3.3) сводится к:

$$\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2}-\frac{\cos\theta}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial A}{\partial \theta}=-\frac{1}{2}\frac{d(\Omega(A))^2}{dA}-4\pi r^2 \sin^2\theta\frac{\partial P}{\partial A}, \quad (3.6)$$

$$\rho(r,\theta)=-\frac{1}{g}\frac{\partial P(r,A)}{\partial r}, \quad (3.7)$$

$$T=\frac{\mu\cdot P}{R\cdot\rho}. \quad (3.8)$$

Подчеркнем, что ввиду наличия аксиальной симметрии Ω является функцией, зависящей только от функции A: $\Omega=\Omega(A)=\mathrm{r}\cdot\sin\theta\cdot B_{\varphi}$.

Уравнение $A(r,\theta)=const$ определяет конфигурацию магнитных силовых линий в меридиональной плоскости. Уравнение (3.6) можно напрямую проинтегрировать по A, фиксируя при этом r как параметр. Так как $dA=\frac{\partial A}{\partial r}dr+\frac{\partial A}{\partial \theta}d\theta=\frac{\partial A}{\partial \theta}d\theta$, то фактически мы должны вести интегрирование по координате θ:

$$\int_0^\theta\frac{\partial P}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial \theta}d\theta=-\frac{1}{4\pi r^2}\int_0^\theta\frac{1}{\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial A}{\partial \theta}\cdot\left[\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial \theta^2}-\frac{\cos\theta}{r^2\sin\theta}\frac{\partial A}{\partial \theta}+\frac{1}{2}\frac{\partial \Omega^2}{\partial A}\right]d\theta. \quad (3.9)$$

В формуле (3.9) некоторые слагаемые в правой части удобно проинтегрировать по частям:

$$\int_0^\theta\frac{1}{2\sin^2\theta}\frac{\partial\Omega^2}{\partial\theta}d\theta=\left.\frac{\Omega^2}{2\sin^2\theta}\right|_0^\theta+\int_0^\theta\frac{\cos\theta}{\sin^3\theta}\Omega^2 d\theta,$$

$$\frac{1}{r^2}\int_0^\theta\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 A}{\partial\theta^2}\frac{\partial A}{\partial\theta}d\theta=\left.\frac{1}{r^2}\frac{1}{2\sin^2\theta}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2\right|_0^\theta+\frac{1}{r^4}\int_0^\theta\frac{\cos\theta}{\sin^3\theta}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2 d\theta.$$

В результате получим формулу для расчета давления плазмы в любой точке рассматриваемой магнитной конфигурации:

$$P(r,\theta)=P_{ex}(r)-\frac{1}{8\pi}P_{mag}(r,\theta), \quad (3.10)$$

$$P_{mag} = \frac{\Omega^2}{r^2 \sin^2\theta}\Bigg|_0^\theta + \frac{2}{r^2}\int_0^\theta \frac{\cos\theta}{\sin^3\theta}\Omega^2 d\theta + \frac{2}{r^2}\int_0^\theta \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}\frac{\partial A}{\partial\theta}d\theta + \frac{1}{r^4}\frac{1}{\sin^2\theta}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2\Bigg|_0^\theta .$$

Давление равновесной внешней короны P_{ex} в (3.10), как раньше, задается с использованием модели солнечной атмосферы Авретта, Лоезера [15].

Зная давление, рассчитаем плотность плазмы по формуле (3.7). При этом необходимо иметь в виду, что в (3.7) давление должно быть представлено как функция переменных r и A.

Для любой дифференцируемой функции, в том числе и для $P(r,\theta)$, справедливы следующие утверждения:

$$\frac{\partial P(\mathrm{r},\theta)}{\partial r} = \frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial r} + \frac{\partial A}{\partial r}\cdot\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial A}, \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial P(\mathrm{r},\theta)}{\partial \theta} = \frac{\partial A}{\partial \theta}\cdot\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial A}. \tag{3.12}$$

Преобразуем формулу (3.11) к виду:

$$\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial r} = \frac{\partial P(\mathrm{r},\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A}{\partial r}\cdot\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial A}. \tag{3.13}$$

Для нахождения $\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial A}$ используем (3.10), (3.12):

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial A}\cdot\frac{\partial A}{\partial\theta} = \frac{\partial P(\mathrm{r},\theta)}{\partial\theta} = -\frac{1}{8\pi}\cdot\Bigg[\frac{1}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial\Omega^2}{\partial\theta} - \frac{2\Omega^2\cos\theta}{r^2\sin^3\theta} + \frac{2\Omega^2\cos\theta}{r^2\sin^3\theta} + \\ + \frac{2}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}\cdot\frac{\partial A}{\partial\theta} + \frac{2}{r^4\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial A}{\partial\theta}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial\theta^2} - \frac{2\cos\theta}{r^4\sin^3\theta}\left(\frac{\partial A}{\partial\theta}\right)^2\Bigg].\end{aligned} \tag{3.14}$$

Сократив правую и левую часть уравнения (3.14) на $\frac{\partial A}{\partial\theta}$, получим:

$$\begin{aligned}\frac{\partial P(\mathrm{r},\mathrm{A})}{\partial A} = -\frac{1}{4\pi}\cdot\Bigg[\frac{1}{2r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{d\Omega^2}{dA} + \frac{1}{r^2\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \\ + \frac{1}{r^4\sin^2\theta}\cdot\frac{\partial^2 A}{\partial\theta^2} - \frac{2\cos\theta}{r^4\sin^3\theta}\cdot\frac{\partial A}{\partial\theta}\Bigg].\end{aligned} \tag{3.15}$$

С учетом (3.7), (3.13) и (3.15) для плотности в итоге имеем:

$$\rho(r,\theta)=\rho_{ex}(r)+\frac{1}{4\pi g}\cdot\rho_{mag}(r,\theta), \tag{3.16}$$

Здесь плотность равновесной внешней короны ρ_{ex} также задана моделью [15], а

$$\rho_{mag}=\frac{\partial P_{mag}(r,\theta)}{\partial r}-\frac{1}{r^2 sin^2\theta}\cdot\frac{\partial A}{\partial r}\cdot\left(\frac{\partial^2 A}{\partial r^2}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 A}{\partial\theta^2}-\frac{cos\theta}{r^2 sin\theta}\frac{\partial A}{\partial\theta}+\frac{1}{2}\frac{d\Omega^2}{dA}\right).$$

По известным давлению и плотности плазмы, можно рассчитать ее температуру по формуле (3.8).

Таким образом, наша задача сводится к следующему: опираясь на наблюдательные данные, выбрать такой вид магнитных силовых линий, т.е. подобрать такие функции A и Ω, чтобы параметры плазмы, получаемые из уравнений (3.10) и (3.16) были близки к наблюдаемым.

Этот раздел уместно закончить некоторыми замечаниями. Напомним, что в физике уравнения называют ковариантными, если их форма не зависит от системы координат. С другой стороны, в физике различают контравариантные вектора (или просто вектора) и ковариантные вектора (или 1-формы). Речь здесь идет о различии в законе преобразования компонент этих объектов при изменении координатного базиса [83].

Наше исходное уравнение (3.1) содержит в качестве первого слагаемого ковектор ∇P, второе слагаемое является псевдовектором из-за свойств векторного произведения при инверсии координатных осей и, наконец, последнее слагаемое есть обычный вектор [84]. Таким образом, уравнение (3.1) нековариантно, и его форма, так же как и решение, зависит от выбранной системы координат. Именно поэтому нам пришлось фактически заново решать систему уравнений МГС, переписав ее изначально в сферических координатах.

3.2. Моделирование полярной корональной дыры

Очевидно, что потенциальное или бессиловое магнитное поле не вызывает возмущений давления и плотности в окружающей среде. Т.е. для таких полей магнитные добавки в формулах (3.10) и (3.16) обращаются в нуль, а сами формулы сводятся к: $P(r) = P_{ex}(r)$; $\rho(r) = \rho_{ex}(r)$. При моделировании крупномасштабных силовых структур логично в качестве основы выбирать поле, близкое к потенциальному или бессиловому, модифицируя его под условия поставленной задачи.

Для построения модели полярной корональной дыры мы руководствовались следующими соображениями при выборе функции *A(r,θ)*:

1) магнитная добавка к потенциальному решению должна в первую очередь вносить изменения на магнитных полюсах, в области открытых силовых линий, и иметь ограничение по широте;
2) Магнитная добавка должна вести к заметному понижению температуры и плотности в исследуемой конфигурации.

Рассмотрим следующую потенциальную конфигурацию, приняв функцию $\Omega = 0$:

$$A_1(r,\theta) = \frac{B_0 \cdot R_\odot^{\ 2} \cdot \sin^2\theta}{2 \cdot (\dfrac{r}{R_\odot})}. \tag{3.17}$$

Здесь $R_\odot$ – радиус Солнца, B_0 – фотосферное магнитное поле на полюсе.

Изменим (3.17), введя силовую добавку в приполярную область, определяемую углом θ_0:

$$A(\mathrm{r},\theta) = \begin{cases} 0 < \theta < \theta_0, A_1 \\ \theta_0 < \theta < \pi, A_1 \cdot (1 - 0.02 \cdot \cos\theta) \end{cases}, \tag{3.18}$$

A_1 – соответствует потенциальному распределению (3.17).

Вид магнитных силовых линий заданного нами распределения представлен на рис.41.

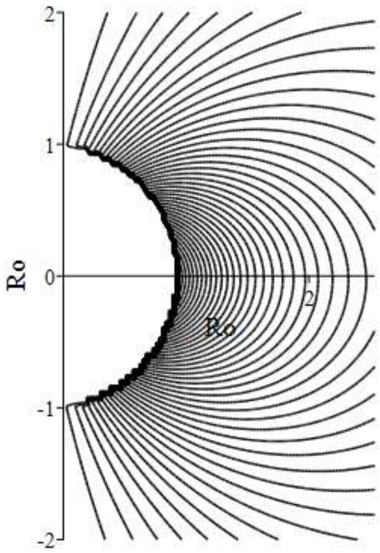


Рис.41. Вид магнитных силовых линий распределения (3.18) в меридиональной плоскости, получаемый из условия *A(x,z) = const*. Принято B_0=5 Гс, $\theta_0 = 30^\circ$. По координатным осям отложены расстояния в $R_\odot$.

Малая силовая добавка не вносит существенного вклада в геометрию магнитного поля (на рис.41 хорошо видно, что до высот 2 радиусов Солнца силовые линии на полюсах остаются незамкнутыми, что соответствует условиям на поверхности источника), однако видоизменяет поведение термодинамических параметров. Результаты полученных распределений концентрации и температуры для исследуемой конфигурации представлены на рис.42 и рис.43.

На рис.42 мы видим, что при $\theta_0 < 60^\circ$ значения параметров соответствуют параметрам невозмущенной солнечной атмосферы, наше распределение не вносит никаких изменений. В приполярной области при $\theta_0 > 60^\circ$ наблюдается понижение температуры и падение концентрации вдоль всей оси *r*.

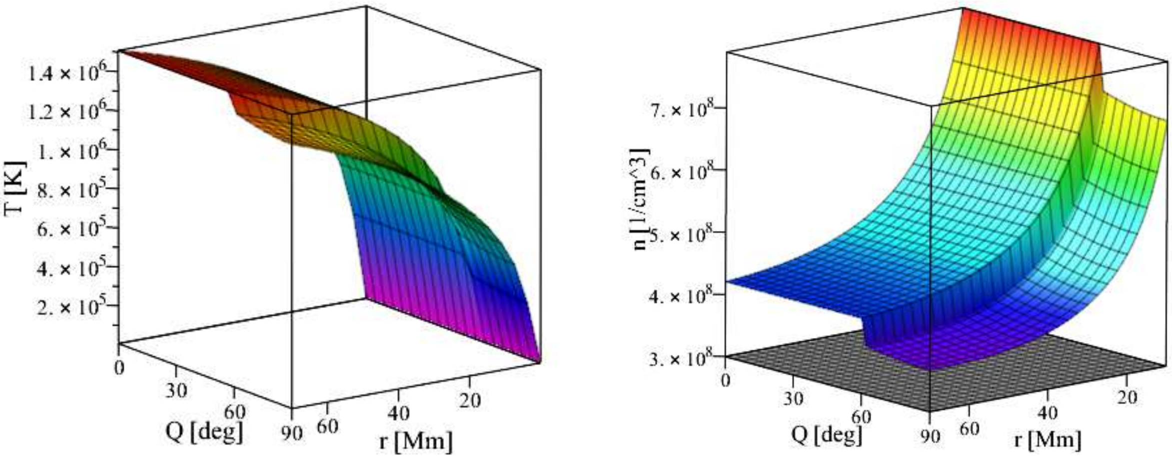
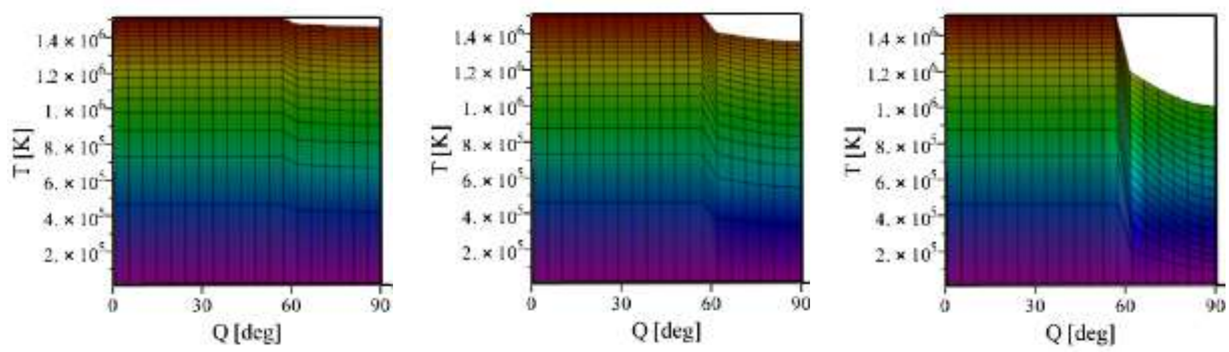


Рис.42. Профили температуры и концентрации магнитного распределения (3.18). В обоих случаях принято B_0=5 Гс.

В рассматриваемом распределении магнитного потока $A(r,\theta)$ единственным свободным параметром является значение напряженности фотосферного магнитного поля. На рис.43 показано, что от выбора B_0 зависит разница температур между корональной дырой и невозмущенной солнечной атмосферой. Известно, что на полюсах магнитное поле слабое. В нашей модели демонстрируется, что даже при маленьком поле (B_0=3 Гс) мы наблюдаем эффект понижения температуры в приполярной области, а при B_0=8 Гс температура корональной дыры отличается от температуры равновесной внешней короны более чем на 400 000 K. При дальнейшем увеличении магнитного поля температура резко падает вниз, и такая модель перестает иметь физический смысл.



а) б) в)

Рис.43. Широтное распределение температуры для магнитной конфигурации (3.18) при разном выборе напряженности фотосферного магнитного поля на полюсах: а) B_0=3 Гс, б) B_0=5 Гс, в) B_0=8 Гс.

Разработанный способ расчета крупномасштабных осесимметричных магнитостатических солнечных корональных структур может быть использован для моделирования не только полярных корональных дыр, но и любых других долгоживущих спокойных солнечных образований, в частности, протяженных солнечных волокон, лежащих на магнитной параллели.

Заключение

Данная диссертационная работа представляет собой исследование, посвященное проблеме моделирования спокойных солнечных структур. На основе МГД подхода нами были рассмотрены различные классы моделей спокойных солнечных протуберанцев, отражающие многообразие реально наблюдаемых на Солнце явлений. Имея начальные представления о виде магнитного поля в солнечных волокнах, мы по заданной магнитной структуре рассчитывали давление, плотность и температуру плазмы в ней. Наше исследование показало широкие возможности применения данного метода. Были исследованы аркадные модели протуберанцев, получены новые модели со слоистой и винтовой структурой магнитного поля, введена тонкая структура солнечных волокон, получена трехмерная модель прямого волокна. Кроме того, метод был обобщен на сферическую систему координат, что позволяет теперь рассматривать крупномасштабные солнечные явления. Так была получена модель полярной корональной дыры, а в скором времени планируется получить трехмерную модель изогнутого солнечного волокна, лежащего на магнитной параллели. Известно, что волокна могут достигать гигантских размеров и занимать значительную площадь солнечного диска, поэтому для моделирования таких образований переход в сферическую систему координат является естественным требованием.

Отдельно по каждому классу рассмотренных нами моделей можно сделать следующие выводы:

1. Для аркадных моделей протуберанцев характерны слабые фотосферные поля, и поле тем ниже, чем больше глубина прогиба центральной части магнитной структуры. Эти модели показывают хорошую параметрическую устойчивость к небольшим изменениям начальных параметров, в том числе к изменению продольного магнитного поля, имеют широкие границы моделирования и в целом являются структурами, достаточно близкими к наблюдаемым.

2. Модели винтового магнитного поля являются хорошим примером для демонстрации наблюдаемых протуберанцев обратной по отношению к фотосфере полярности. Эти модели отличаются тем, что в них возможно наличие сильного начального магнитного поля (возможно построить такую модель, в которой магнитное поле в основании будет достигать величин в тысячи Гаусс, а это поля типичные для солнечных пятен), т.е. такие структуры могут наблюдаться над комплексами солнечной активности. Также для данных моделей характерны большие по сравнению с аркадными моделями высоты расположения волокна.
3. Модели с периодически изменяющимся по вертикали магнитным полем являются наименее устойчивыми параметрически среди всех моделей с винтовой структурой. Представляется логичным предположить, что даже небольшое возмущение поля способно «выбить» один из магнитных слоев из конфигурации, что может привести к полному её разрушению. Начальное магнитное поле в таких моделях небольшое, поэтому такие конфигурации скорее характерны для спокойных участков солнечной фотосферы.
4. Введение периодической функции в распределение магнитного потока $A(x,z)$ позволяет получать волокна с тонкой структурой, т.е. протуберанец представляет собой не единый объект, а состоит из нескольких отдельных волоконец. Такое расщепление можно получать как отдельно в вертикальном и горизонтальном направлениях, так и в обоих направлениях вместе. Такие модели также показывают значительную чувствительность к изменению их начальных параметров.
5. Характерной особенностью многих моделей с винтовой структурой магнитного поля является то, что вертикальные координаты температурных минимумов и максимальных сгущений плотности

плазмы часто не совпадают (точки с максимальной плотностью располагаются ниже температурных минимумов). Было бы интересно в будущем проверить это свойство теоретических моделей на соответствующем наблюдательном материале.

6. Впервые полученная трехмерная модель прямого солнечного волокна показывает широкие возможности дальнейшего применение используемого нами подхода, даже несмотря на ограничения в начальном выборе магнитной структуры (мы можем рассматривать конфигурации, содержащие только два компонента магнитного поля).

Все модели по получаемым физическим параметрам в целом совпадают с наблюдательными данными. Средние минимальные температуры для протуберанцев получаются 4000 – 5000 K, а максимальная концентрация частиц достигает значений нескольких единиц на 10^{10}-10^{11} см$^{-3}$.

Наш подход открывает широкие возможности для дальнейшего моделирования спокойных солнечных структур. Конечно, у него есть свои ограничения: нам всегда приходится жертвовать одной из координат (так в статических моделях мы жертвуем пространственной координатой y, а в стационарных – компонентом магнитного поля B_y). Тем не менее, полученные в работе результаты показывают, что даже в таких условиях мы можем изучать различные свойства солнечных волокон и добиваться значительной точности в геометрии и физических параметрах между представленными моделями и реально наблюдаемыми протуберанцами.

Настоящая работа является одним из этапов изучения математического моделирования солнечных образований. Возможности дальнейшего исследования распространяются сразу на несколько областей: 1) получение других принципиально новых моделей протуберанцев, в том числе трехмерных моделей крупномасштабных солнечных волокон; 2) добавление динамики в статические модели с помощью численных методов для изучения волновых и колебательных свойств протуберанцев.

Для выполнения данной работы был использован принципиально новый подход к аналитическому моделированию спокойных солнечных волокон. Все сформулированные во Введении задачи выполнены. Полученные результаты позволяют утверждать, что новые МГД модели солнечных протуберанцев позволяют с хорошей точностью описывать различные типы этих образований, как нормальной, так и инверсной полярности, как с аркадной, так и винтовой геометрией магнитного поля. Удается моделировать не только общую структуру протуберанца, но и его мелкомасштабные неоднородности и боковую асимметрию.

Построение адекватной модели солнечных протуберанцев является важным ключом к пониманию не только физической природы самих протуберанцев, но и механизмов солнечной активности в целом.

Список литературы

1. Зельдович Я.Б., Рузмайкин А.А., Соколов Д.Д. Магнитные поля в астрофизике // Москва-Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», Институт компьютерных исследований, 2006. – 384 с.

2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Том VIII. Электродинамика сплошных сред. 2-ое изд., испр. // Москва, Наука, 1982. – 621 с.

3. Каулинг Т.Г. Магнитная гидродинамика: пер. с англ. // Москва: Издательство иностранной литературы, 1959. – 132 с.

4. Плазменная гелиофизика: в 2 т. / под ред. Л.М. Зеленого, И.С. Веселовского // Москва: Физматлит, 2008. – 672 с.

5. Прист Э., Форбс Т. Магнитное пересоединение: пер. с англ. // Москва: Физматлит, 2005. – 592 с.

6. Прист Э. Солнечная магнитогидродинамика: пер. с англ. – Москва: Мир, 1985. – 589 с.

7. Сотникова Р.Т., Файнштейн В.Г. Введение в гелиофизику: учебное пособие // Иркутск: Издательство ИГУ, 2013. – 256 с.

8. Степанов А.В., Зайцев В.В. Магнитосферы активных областей Солнца и звезд // Москва: Физматлит, 2018. – 392 с.

9. Alfven H., Carlqvist P. Currents in the Solar Atmosphere and a Theory of Solar Flares // Solar physics, 1967. – Vol. 1. – P. 220-228.

10. Aly J.J., Amari T. Two-dimensional Non-symmetric Models of Quiescent Prominences in Potential Magnetic Fields // Astronomy and Astrophysics, 1988. – Vol. 207. – P. 154-161.

11. Amari T., Aly J.J. Interaction between a Line Current and a Two-dimensional Constant-α Force-free: an Analytical Model for Quiescent Prominences // Astronomy and Astrophysics, 1989, Vol. 208. – P. 261-270.

12. Anzer U. A Method to Calculate Electric Currents in Quiescent Prominences // Solar physics, 1972. – Vol. 24. – P. 324-335.

13. Anzer U. Magnetic Field Configurations which can Produce Prominences with Inverse Polarity // Solar physics, 1990. – Vol. 130. – P. 403-406.

14. Aschwanden M.J. Physics of the Solar Corona. An Introduction with Problems and Solutions // London: Springer, 2005. – 908 p.

15. Avrett E.H., Loeser R. Models of the Solar Chromosphere and Transition Region from Sumer and HRTS Observation // Astrophysical Journal Supplement Series, 2008. – Vol. 175(1). – P. 229-276.

16. Avrett E.H., Tian H., Landi E., et al. Modeling the Chromosphere of a Sunspot and the Quiet Sun // Astrophysical Journal, 2015. – Vol. 811. – P. 1-16.

17. Badalyan O.G. Temperature and Density in the Middle Corona Through the Activity Cycle Determined from White Light Observations // Astronomical and Astrophysical Transactions, 1996. – Vol. 9. – P. 205-223.

18. Choe G.S., Lee L.C. Formation of Solar Prominences by Photospheric Shearing Motions // Solar Physics, 1992. – Vol. 138. – P. 291-329.

19. Demoulin P., Priest, E. R. A Twisted Flux Model for Solar Prominences. II. Formation of a Dip in a Magnetic Structure before the Formation of a Solar Prominence // Astronomy and Astrophysics, 1989. – Vol. 214. – P. 360-368.

20. Demoulin P., Priest, E. R., Anzer U. A three-dimensional model for solar prominences // Astronomy and Astrophysics, 1989. – Vol. 221. – P. 326-337.

21. Demoulin P., Priest, E. R. A Model for an Inverse Polarity Prominence Supported in a Dip of a Quadrupolar Region // Solar Physics, 1993. – Vol. 144. – P. 283-305.

22. Fong B., Low B.C., Fan Y. Quiescent Solar Prominences and Magnetic-energy Storage // Astrophysical Journal, 2002. – Vol. 571. – P. 987-998.

23. Hahn M., Bryans P., et. al. Properties of a polar coronal hole during solar minimum in 2007 // Astrophysical Journal, 2010. – Vol. 725. – P. 774-786.

24. Hillier A., Ballegooijen A. On the Support of Solar Prominence Material by the Dips of a Coronal Flux Tube // Astrophysical Journal, 2013. – Vol. 766, iss. 2. – P. 1-19.

25. Hood A. W., Priest E. R. The equilibrium of solar coronal magnetic loops // Astronomy and Astrophysics, 1979. – Vol. 77. – P. 233-251.

26. Hood A. W., Anzer U. A Model for Quiescent Solar Prominences with Normal Polarity // Solar Physics, 1990. – Vol. 126. – P. 117-133.

27. Inhester B., Birn J., Hesse M. The Evolution of Line Tied Coronal Arcades Including a Converging Footpoint Motion // Solar Physics, 1992. – Vol. 138. – P. 257-281.

28. Jensen E., Maltby P., Orrall F. Q. Physics of Solar Prominences // International Astronomical Union (IAU) Colloquium no.44, 1979.

29. Kippenhahn R., Schlüter A. Eine Theorie der solaren Filamente // Zeitschrift Fur Astrofizik, 1957. – Vol. 43. – P. 36-62.

30. Kolotkov D. Y., Nisticò G., Nakariakov V. M. Transverse Oscillations and Stability of Prominences in a Magnetic Field Dip // Astronomy and Astrophysics, 2016. – Vol. 590, id. A120. – P. 1-5.

31. Korolkova O.A., Solov’ev A.A. Modeling of the Fine Filament Structure of Quiescent Solar Prominences // Geomagnetism and Aeronomy, 2017. – Vol. 57, № 8. – P. 1018-1022.

32. Korolkova O.A., Solov’ev A.A. Large-Scale Magnetostatic Structures in the Solar Corona and a Model of the Polar Coronal Hole // Geomagnetism and Aeronomy, 2018. – Vol. 58, № 7. – P. 953-958

33. Korolkova O.A., Solov’ev A.A. The structure of prominences of normal and inverse polarity // Geomagnetism and Aeronomy, 2019. – Vol. 59, № 7. – P. 858-863.

34. Korolkova O.A., Solov’ev A.A. Fine Filament Structure of a Quiescent Solar Prominence // Astrophysics, 2020. – Vol. 63, iss. 2. – P. 274-281.

35. Kra’skiewiczi J., Murawski K., Solov’ev A., Srivastava A.K. On the Asymmetric Longitudinal Oscillations of a Pikelner’s Model Prominence // Solar Physics, 2016. – Vol. 291. – P. 429-444.

36. Kuperus M., Raadu M.A. The Support of Prominences Formed in Neutral Sheets // Astronomy and Astrophysics, 1974. – Vol. 31. – P. 189-193.

37. Kuperus M., Tandberg-Hanssen E. The Nature of Quiescent Solar Prominences // Solar Physics, 1967. – Vol. 2(1). – P. 39-48.

38. Kuzma B., Murawski K., Solov'ev A. Numerical Simulations of Sheared Magnetic Lines at the Solar Null-line // Astronomy and Astrophysics, 2015. – Vol. 577. – A.138.

39. Lerche I., Low B.C. Cylindrical Prominences and the Magnetic Influence of the Photospheric Boundary // Solar Physics, 1980. – Vol. 66(2). – P. 285-303.

40. Lerche I., Low B.C. On the Equilibrium of a Cylindrical Plasma Supported Horizontally by Magnetic Fields in Uniform Gravity // Solar Physics, 1980. – Vol. 67(2). – P. 229-243.

41. Leroy J.L. Polarimetric Observations and Magnetic Field Determination in Prominences // Physics of Solar Prominences, Proceedings of the IAU Colloq. 44, 1979. – P. 56.

42. Leroy J.L., Bommier V., Sahal-Brechot, S. New Data on the Magnetic Structure of Quiescent Prominences // Astronomy and Astrophysics, 1984. – Vol. 131. – P. 33-44.

43. Low B.C. Nonisothermal Magnetostatic Equilibria in a Uniform Gravity Field. I - Mathematical Formulation // Astrophysical Journal, 1975. – Vol. 197. – P. 251-255.

44. Low B.C. Nonisothermal Magnetostatic Equilibria in a Uniform Gravity Field. II – Sheet Models of Quiescent Prominences // Astrophysical Journal, 1975. – Vol. 198. – P. 211-217.

45. Low B.C. The Field and Plasma Configuration of a Filament Overlying a Solar Bipolar Magnetic Region // Astrophysical Journal, 1981. – Vol. 246. – P. 538-548.

46. Low B.C. The Vertical Filamentary Structures of Quiescent Prominences // Solar Physics, 1982. – Vol. 75(1-2). – P. 119-131.

47. Low B.C. On the large-scale magnetostatic coronal structures and their stability // Astrophysical Journal, 1984. – Vol. 286. – P. 772-786.

48. Low B.C., Zhang M. Magnetostatic Structures of the Solar Corona. III. Normal and Inverse Quiescent Prominences // Astrophysical Journal, 2004. – Vol. 609. – P. 1098-1111.

49. Low B.C., Petrie G.J.D. The Internal Structures and Dynamics of Solar Quiescent Prominences // Astrophysical Journal, 2005. – Vol. 626. – P. 551-562.

50. Luna M., Karpen J. Large-amplitude Longitudinal Oscillations in a Solar Filament // Astrophysical Journal Letters, 2012. – Vol. 750, Iss. 1, id. L1. – P. 1-5.

51. Luna M., Terradas, J., Khomenko, E., et al. On the Robustness of the Pendulum Model for Large-amplitude Longitudinal Oscillations in Prominences // Astrophysical Journal, 2016. – Vol. 817. – P. 1-7.

52. Malherbe J.M., Priest E.R. Current Sheet Model for Solar Prominences // Astronomy and Astrophysics, 1983. – Vol. 123. – P. 80-88.

53. Martin S.F. The Evolution of Prominences and Their Relationship to Active Centers (A Review) // Solar physics, 1973. – Vol. 31. – P. 3-21.

54. Munro R.H., JacksonvB.V. Physical properties of a polar coronal hole from 2 to 5 solar radii // Astrophysical Journal, 1977. – Vol. 213. – P. 874, 875, 877-886.

55. Obridko V.N., Solov’ev A.A. Magnetohydrostatic model for a coronal hole // Astronomy Reports, 2011. – Vol. 55. – P. 1144-1154.

56. Oliver R., Ballester J.L., Priest E.R. A Two-Dimensional Model for a Solar Prominence - Effect of an External Magnetic Field // Solar Physics, 1991. – Vol. 134. – P. 123-144.

57. Oliver R. Prominence Seismology Using Small Amplitude Oscillations // Solar Physics, 2002. – Vol. 206. – P. 45-67.

58. Oliver R., Ballester J.L. Oscillations in Quiescent Solar Prominences: Observation and Theory // Space Science Reviews, 2009. – Vol. 149. – P. 175-197.

59. Park H., Chae J., Song D. Temperature of Solar Prominences Obtained with the Fast Imaging Solar Spectrograph on the 1.6 m New Solar Telescope at the Big Bear Solar Observatory // Solar Physics, 2013. – Vol. 288. – P. 105-116.

60. Parker E.N. Conversations on Electric and Magnetic Field in the Cosmos // Priceton: Priceton University Press, 2007. – 200 p.

61. Pneuman, G. W. Temperature-Density Structure in Coronal Helmets: the Quiescent Prominence and Coronal Cavity // Astrophysical Journal, 1972. – Vol. 177. – P. 793-805.

62. Pikelner S.B. Origin of Quiescent Prominences // Solar Physics, 1971. – Vol. 17(1). – P. 44-49.

63. Priest, E. R., Hood, A. W., Anzer, U. A Twisted Flux-Tube Model for Solar Prominences. I. General Properties // Astrophysical Journal, 1989. – Vol. 344. – P. 1010-1025.

64. Ridgway C., Amari T., Priest E.R. Prominence Sheets Supported by Constant-Current Force-free Fields. I. Imposition of Normal Magnetic Field Components at the Current Sheet and the Photosphere // Astrophysical Journal, 1991. – Vol. 378. – P. 773-778.

65. Ridgway C., Priest E.R., Amari T. A Twisted Flux-Tube Model for Solar Prominences. III. Magnetic Support // Astrophysical Journal, 1991. – Vol. 367. – P. 321-332.

66. Rust D.M. Magnetic Fields in Quiescent Solar Prominences. I. Observations // Astrophysical Journal, 1967. – Vol. 150. – P. 313-326.

67. Rust D.M., Kumar A. Helical Magnetic Fields in Filaments // Solar Physics, 1994. – Vol. 155(1). – P. 69-97.

68. Rust D.M., Kumar A. Evidence for Helically Kinked Magnetic Flux Ropes in Solar Eruptions // Astrophysical Journal, 1996. – Vol. 464. – P. L199-L202.

69. Rust D.M. The Helical Flux Rope Structure of Prominences // Advances in Space Research, 2003. – Vol. 32. – P. 1895-1903.

70. Sen S., Mangalam A. Model of a Fluxtube with a Twisted Magnetic Field in the Stratisfied Solar Atmosphere // Advances in Space Research, 2018. – Vol. 61, iss. 2 – P. 617-627.

71. Smirnova V., Riechokainen A., Korolkova O.A., Zhivanovich I. Observations and Interpretation of rotational properties of polar coronal holes based on SDO data // Geomagnetism and Aeronomy, 2021. – vol. 60, № 8. – P. 1050-1056.

72. Solov’ev A.A. The Structure of Solar Filaments // Astronomy Reports, 2010. – Vol. 54. – P. 86-95.

73. Solov'ev,A. A. Dissipative Collapse of Magnetic Flux Ropes with the Force-free Inner Field // Astronomy Reports, 2011. – Vol. 55. – P. 1025-1037.

74. Solov'ev A.A., Kirichek E.A. Analytical Model of an Assymmetric Sunspot with a Steady Plasma Flow in its Penumbra// Solar Physics, 2016. – Vol. 291. – P. 1647-1663.

75. Solov'ev A.A., Korolkova O.A., Kirichek E.A. Model of Quiescent Prominence with the Helical Magnetic Field // Geomagnetism and Aeronomy, 2016. – Vol. 56, №8. – P. 1090-1094.

76. Solov’ev A.A., Kirichek E.A., Korolkova O.A. Coronal loop as an element of potential magnetic arcade // Geomagnetism and Aeronomy, 2017. – Vol. 57, №7. – P. 849-853.

77. Stix M. The Sun: An Introduction // Berlin: Springer-Ferlag. – 2002. – 409 p.

78. Tandberg-Hanssen E. The Nature of Solar Prominences // Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1995. – 308 p.

79. Tang F. Quiescent Prominences – Where Are They Formed? // Solar Physics, 1987. – Vol. 107. – P. 233-237.

80. Terradas J., Molowny-Horas R., Wiehr E. Two-dimensional distribution of oscillations in a quiescent solar prominence // Astronomy and Astrophysics, 2002. – Vol. 393. – P. 637-647.

81. Terradas, J., Soler, R., Oliver, R., et al. On the Support of Neutrals Against Gravity in Solar Prominences // Astrophysical Journal Letters, 2015. – Vol. 802. – P. 1-5.

82. Terradas, J., Soler, R., Luna, M., et al. Solar Prominences Embedded in Flux Ropes: Morphological Features and Dynamics from 3D MHD Simulations // Astrophysical Journal, 2016. – Vol. 820. – P. 1-14.

83. Weber H. J., Arfken G.B. Essential Mathematical Methods for Physicists // Academic Press, 2003. – 960 p.

84. Warnick K.F., Selfridge R. H., Arnold D. V. Teaching electromagnetic field theory using differential forms // IEEE Transactions on education, 1997. – Vol. 40, №. 1. – P. 53-68.

85. Zaitsev V.V., Stepanov A.V. Prominence Activation by Increase in Electric Current // Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 2018. – Vol. 179. – P. 149-153.

86. Zirker J.B. Coronal holes and high-speed wind streams // Reviews of Geophysics and Space Physics, 1977. – Vol. 15. – P. 257-269.