

В.В. Пашкевич¹, А.Н. Вершков¹

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН

Аннотация

В статье двумя способами на 800-летнем интервале времени исследуется релятивистский эффект геодезической нутации во вращении Юпитера и его галилеевых спутников (Ио, Европы, Ганимеда и Каллисто). В результате впервые определены наиболее существенные периодические члены геодезического вращения этих небесных тел относительно: а) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) (за исключением Юпитера) барицентра системы спутников Юпитера и средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела. Показано, что использование в данном исследовании Способа II, использующим процедуру численного интегрирования, является более предпочтительным, а значения членов геодезической нутации полученные этим способом более точными. Уровень точности вычисления параметров (полученных Способом II) величин геодезической нутации исследуемых небесных тел составил 0.1 микросекунд дуги. Полученные аналитические величины геодезической нутации изучаемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования вращения этих тел в релятивистском приближении.

Ключевые слова: геодезическая нутация, релятивистское вращение, Юпитер, галилеевы спутники, Ио, Европа, Ганимед, Каллисто.

Введение

В релятивистском вращении небесных тел вокруг своей оси наиболее существенным¹ эффектом является эффект геодезического вращения, который состоит из двух эффектов: систематического (или векового) эффекта - геодезической прецессии (De Sitter W., 1916) и периодического эффекта - геодезической нутации (Fukushima, 1991). Оба эти эффекта имеют формальное сходство с известными в классической механике явлениями прецессии и нутации. Основное отличие геодезических эффектов от классических состоит в том, что появление первых не связано с действием на тело каких-либо сил, а обусловлено изменением направления его оси вращения в результате параллельного переноса вектора углового момента тела вдоль его орбиты в искривленном пространстве-времени.

^{*}e-mail: pashvladvit@yandex.ru

¹Другие эффекты ОТО и СТО – изменение шкалы координатного времени (Soffel et al. 2003) (переход к шкале собственного времени исследуемых небесных тел), прецессия Ленса-Тирринга (Lense and Thirring, 1918) (эффект зависящий от вращения центрального тела изменяющего геометрию пространства-времени) и прецессия Томаса (Thomas, 1926) (эффект прецессии координатных осей при ускоренном движении) значительно (на несколько порядков) меньше влияют на релятивистское вращении небесных тел вокруг своей оси. Отметим, что дальнейшее изучение этих релятивистских эффектов является предметом отдельных исследований и может быть полезным при изучении влияния внутренних физических процессов изучаемых тел на их вращения, которые могут быть сравнимыми с ними по величине. А именно, чтобы отделить их друг от друга.

Эффект геодезической прецессии Юпитера и его галилеевых спутников был подробно рассмотрен в нашей предыдущей статье (Вершков и Пашкевич, 2023). В результате были вычислены вековые члены геодезического вращения (геодезической прецессии):

- Юпитера и его галилеевых спутников в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела относительно барицентра Солнечной системы (Solar System Barycenter – SSB) и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0;
- галилеевых спутников Юпитера в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела относительно барицентра системы спутников Юпитера (Jovian System Barycenter – JSB) и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0.

В более ранних наших работах (Eroshkin, Pashkevich, 2007; Пашкевич, 2016; Пашкевич и др., 2021; Pashkevich et al., 2021; Pashkevich, Vershkov, 2022) проводились исследования геодезического вращения тел Солнечной системы относительно неподвижной эклиптики эпохи J2000.0 и барицентра Солнечной системы.

Данная статья по сути является продолжением нашего предыдущего исследования (Вершков и Пашкевич, 2023) и посвящена исследованию периодического эффекта в геодезическом вращении Юпитера и его галиеевых спутников - геодезической нутации этих тел. Таким образом, в настоящем исследовании, как в нашей предыдущей статье (Вершков и Пашкевич, 2023), вместо плоскости эклиптики в качестве опорных плоскостей используются плоскости орбит (рис. 1) исследуемых небесных тел.



Рис. 1: Определение углов Эйлера исследуемого тела относительно кинематически невращающейся его собственной системе координат. (ось инерции OC перпендикулярна плоскости истинного экватора даты исследуемого тела², а ось OZ перпендикулярна плоскости средней орбиты исследуемого тела эпохи J2000.0).

²Заметим, что в данном исследовании углы Эйлера (рис.1) относятся к экватору вращения (истинному экватору даты) исследуемого тела, как определено в работе (Archinal et al., 2018), и могут не совпадать с углами Эйлера определёнными в классической механике относительно экватора фигуры исследуемого тела (Суслов, 1946), за исключением случаев, когда экватор фигуры исследуемого тела совпадает с экватором его вращения.

На рис. 1 изображены углы Эйлера исследуемого тела относительно кинематически невращающейся его собственной системе координат:

ψ – угол долготы нисходящего узла подвижного экватора даты тела на его средней орбите; θ – угол наклона подвижного экватора даты тела к его средней орбите; φ – угол собственного вращения тела между восходящим узлом его средней орбиты и главной осью OA минимального момента инерции тела; Υ, _ точки весеннего и осеннего равноденствий исследуемого тела, соответственно.

В нашем предыдущем исследовании (Вершков и Пашкевич, 2023) была показана зависимость величины эффекта геодезического вращения от выбора координатной системы. Таким образом, для исследуемых спутников относительно разных систем координат существуют разные векторы угловой скорости их геодезического вращения, более того, эти векторы не переходят один в другой путём параллельного переноса или угловых поворотов, как это происходит для векторов угловой скорости в эвклидовом пространстве, (т.е. не проецируются друг в друга и имеют разные величины своих абсолютных значений) (Вершков и Пашкевич, 2023).

Основными целями данного исследования являются:

1. Определение наиболее существенных периодических членов геодезического вращения (геодезической нутации):

a) Юпитера относительно его неподвижной орбиты эпохи J2000.0 и барицентра Солнечной системы (SSB);

б) галилеевых спутников Юпитера (Ио (J1), Европы (J2), Ганимеда (J3), и Каллисто (J4)) относительно неподвижной орбиты Юпитера эпохи J2000.0 и барицентра Солнечной системы (SSB) и относительно неподвижной орбиты изучаемого спутника Юпитера эпохи J2000.0 и барицентра системы спутников Юпитера (JSB).

2. Установление наиболее точного способа их вычисления.

В различной литературе по небесной механике используются разные названия одного и того же понятия, поэтому чтобы не было путаницы и разночтений дадим определения некоторых из них:

- «Средняя орбита тела эпохи» или «неподвижная орбита тела эпохи» это усреднённая относительно выбранной эпохи возмущённая орбита исследуемого тела, учитывающая только вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, т.е. орбита без периодических (нутационных) возмущений.
- «Мгновенная орбита тела» или «истинная орбита даты тела» или просто «орбита даты тела» это возмущённая орбита тела на текущий момент времени (даты), учитывающая как вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, так и периодические (нутационные) возмущения от возмущающих тел.
- «Средний экватор тела эпохи» или «неподвижный экватор тела эпохи» это усреднённый относительно выбранной эпохи экватор исследуемого тела, на положение которого влияют только вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел.
- «Мгновенный экватор тела» или «истинный экватор даты тела» или просто «экватор даты тела» – определяет истинное положение экватора тела на текущий момент времени (даты), учитывает, как вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, так и периодические (нутационные) возмущения от возмущающих тел.

Далее для краткости в статье, для средних или неподвижных орбит тела эпохи, экватора Земли и эклиптики всегда будет подразумеваться эпоха J2000.0, а выражение «эпохи J2000.0» в некоторых местах будет опущено.

Традиционно в небесной механике нутационное движение оси вращения тела называют периодическим, хотя оно может описываться как периодическими рядами Фурье, так и дополнительно к ним смешанными по времени рядами Пуассона (см., например, Вулард, 1963; Абалакин, 1979; Bretagnon et al., 1998). Таким образом, в данной статье эффект геодезической нутации исследуемого тела в рассматриваемых параметрах вращения³ Δx будет представлен в виде суммы периодических членов рядов Фурье и смешанных по времени пуассоновских членов (которые далее в статье будут называться «периодическими» и «смешанными» членами):

$$\Delta x = \sum_{j} \sum_{k=0}^{M} (\Delta x_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \Delta x_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t))t^{k},$$
(1)

где t – время; индекс суммирования j определяет количество суммируемых членов; Δx_{Sjk} , Δx_{Cjk} – коэффициенты периодических членов и смешанных по времени пуассоновских членов; ν_{j0} , ν_{j1} – фазы и частоты исследуемого тела; M – параметр аппроксимации.

В данной работе использовался модифицированный метод (Вершков и Пашкевич, 2023), разработанный в статье (Пашкевич, 2016) для вычисления величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, для которых имеется долгосрочная эфемерида.

1 Описание метода решения задачи

Далее кратко⁴ в четырёх пунктах излагается суть применяемого модифицированного метода (Вершков и Пашкевич, 2023; Пашкевич, 2016):

1. Задача о геодезическом (релятивистском) вращении Юпитера и его галилеевых спутников изучается относительно кинематически невращающейся (Кореіkin et al., 2011) собственной координатной системы исследуемых тел (Archinal et al., 2018). Для Солнца, Луны, Плутона и больших планет положения и скорости вычисляются с помощью фундаментальной эфемериды JPL DE441/LE441 (Park et al., 2021). Положения, скорости и орбитальные элементы для Ио, Европы, Ганимеда и Каллисто берутся из Horizons On-Line Ephemeris System (Giorgini et al., 2001).

2. Используя средние элементы орбит исследуемых тел (см. табл. 1, Вершков и Пашкевич, 2023), вычисляются средние орбиты Юпитера (вокруг барицентра Солнечной системы) и его галилеевых спутников (вокруг барицентра Юпитерианской системы).

3. В данном пункте вычисляются временные ряды скоростей геодезического вращения для каждого исследуемого тела (с шагом: 12ч для Юпитера (В5), 4ч 14 мин 44.160сек для Ио (J1), 8ч 31мин 20.640сек для Европы (J2), 17ч 10мин 19.200сек для Ганимеда (J3) и 1д 16ч 3мин 21.600сек для Каллисто (J4) на 800 летнем интервале времени (от AD1599 26 декабря 00 ч. 00 мин. до AD2400 13 января 00 ч. 00 мин.)) в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора угловой скорости вращения (Вершков и Пашкевич, 2023):

$$\left. \begin{array}{l} \Delta\dot{\psi} = -\frac{\sigma_{1}\sin\varphi + \sigma_{2}\cos\varphi}{\sin\theta} \\ \Delta\dot{\theta} = -\sigma_{1}\cos\varphi + \sigma_{2}\sin\varphi \\ \Delta\dot{\varphi} = \sigma_{3} - \Delta\dot{\psi}\cos\theta \end{array} \right\}, \quad \begin{array}{l} \sin\theta\,\Delta\dot{\psi} = -\sigma_{1}\sin\varphi - \sigma_{2}\cos\varphi = \Delta(I\dot{\sigma}) \\ \Delta\dot{\theta} = -\sigma_{1}\cos\varphi + \sigma_{2}\sin\varphi = \Delta\dot{\rho} \\ \Delta\dot{\psi} + \Delta\dot{\varphi} = \sigma_{3} - (\sigma_{1}\sin\varphi + \sigma_{2}\cos\varphi)\tan\frac{\theta}{2} = \Delta\dot{\tau} \end{array} \right\}, \quad (2)$$

$$\left. |\vec{\sigma}| = \sqrt{\sigma_{1}^{2} + \sigma_{2}^{2} + \sigma_{3}^{2}}. \quad (3)$$

Здесь ψ , θ , φ – углы Эйлера (рис. 1); τ , ρ и σ ⁵ – возмущающие члены физической либрации исследуемого тела для его неподвижной средней орбиты в долготе, в наклоне и в долготе узла, соответ-

³В данной работе $\Delta x = x_{\text{релятивистское}} - x_{\text{ньютоновое}}$ принимает значения рассматриваемых разностей углов Эйлера ($\Delta \psi$, $\Delta \theta$, $\Delta \varphi$), разностей возмущающих членов физической либрации ($\Delta \tau$, $\Delta \rho$, $\Delta I\sigma$) и абсолютной величины вектора углового поворота геодезического вращения $|\vec{\Lambda}|$ исследуемого тела (Вершков и Пашкевич, 2023).

⁴Подробное описание метода приводится в нашей предыдущей работе (Вершков и Пашкевич, 2023).

 $^{^5 {\}rm He}$ стоит путать с вектором $\vec{\sigma}$.

ственно; $\vec{\sigma} = \frac{1}{c^2} \sum_{l} \frac{Gm_l}{\left|\vec{R} - \vec{R}_l\right|^3} \left(\vec{R} - \vec{R}_l\right) \times \left(\frac{3}{2}\dot{\vec{R}} - 2\dot{\vec{R}}_l\right)$ – вектор угловой скорости геодезического

вращения для любых тел Солнечной системы (Eroshkin, Pashkevich, 2007); c – скорость света в вакууме; G – гравитационная постоянная; индекс l соответствует возмущающим телам (Солнцу, Луне, Плутону и большим планетам⁶); \vec{R} , \vec{R}_l , \vec{R}_l – барицентрические векторы положений и скоростей исследуемого тела (Юпитера и его галилеевых спутников) и l-го возмущающего тела, соответственно; m_l – масса l-го тела; символ × означает векторное произведение; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – компоненты телоцентрического вектора угловой скорости геодезического вращения тела (Вершков и Пашкевич, 2023); I – постоянный угол наклона экватора исследуемого тела эпохи J2000.0 к его средней орбите; $\Delta \dot{\psi} = \dot{\psi}_r - \dot{\psi}$, $\Delta \dot{\theta} = \dot{\theta}_r - \dot{\theta}$ и $\Delta \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}$ – разности релятивистских и ньютоновых скоростей углов Эйлера исследуемого тела, соответственно; $\Delta(I\dot{\sigma}) = I\dot{\sigma}_r - I\dot{\sigma}$, $\Delta \dot{\rho} = \dot{\rho}_r - \dot{\rho}$ и $\Delta \dot{\tau} = \dot{\tau}_r - \dot{\tau}$ – разности релятивистских и ньютоновых скоростей возмущающих членов физической либрации исследуемого тела, соответственно; точка означает дифференцирование по времени. По сути эти разности являются скоростями геодезического вращения исследуемого тела в углах Эйлера и в его возмущающих членах физической либрации.

4. Наиболее существенные составляющие геодезического вращения исследуемого тела находятся из вычисленных временных рядов аналитическими и численными методами: численного интегрирования, наименьших квадратов и спектрального анализа. В результате вычисляются значения коэффициентов основных систематических и периодических членов геодезического вращения тела (для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота).

Рассмотрим два способа их вычисления:

<u>Способ I (Пашкевич, 2016)</u>: Вычисление наиболее существенных систематических (вековых) и периодических членов геодезического вращения методами наименьших квадратов и спектрального анализа. Сначала методом наименьших квадратов в рассматриваемых параметрах вращения для каждого исследуемого тела из полученного для него численного временного ряда скоростей геодезического вращения вычисляются систематические члены скорости геодезической прецессии (Вершков и Пашкевич, 2023) и их величины вычитаются из исходных временных рядов. Таким образом, исключив вековые члены из исходных временных рядов, результирующие ряды скоростей геодезического вращения содержат только периодические члены.

Затем после аналитического интегрирования систематических членов скорости геодезической прецессии (Вершков и Пашкевич, 2023) вычисляются вековые члены геодезического вращения (геодезической прецессии) тела.

Далее, используя результирующие временные ряды скоростей геодезического вращения и набор периодических гармоник, взятых из работы (Archinal et al., 2018), для всех скоростей исследуемых параметров вращения, каждого исследуемого тела, методом спектрального анализа (Jenkins, Watts, 1969) авторы строят спектры мощности (некоторые из них приведены на рис. 2 – 4). С их помощью определяется дальнейший порядок (в порядке убывания от гармоник с наибольшей мощностью к гармонике с наименьшей мощностью) вычисления периодических и смешанных членов скоростей геодезического вращения, соответствующих этим гармоникам, и их исключения из результирующего временного ряда скоростей геодезического вращения.

⁶Юпитер исключается из возмущающих тел, когда становится исследуемым телом.



Рис. 2: Спектр мощности Юпитера вычисленные Способом I для абсолютной величины вектора его угловой скорости геодезического вращения $|\vec{\sigma}_{\rm SSB}|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.



Рис. 3: Спектры мощности галилеевых спутников Юпитера вычисленные Способом I для абсолютной величины вектора их угловой скорости геодезического вращения $|\vec{\sigma}_{\rm SSB}|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.



Рис. 4: Спектры мощности галилеевых спутников Юпитера вычисленные Способом I для абсолютной величины вектора их угловой скорости геодезического вращения $|\vec{\sigma}_{\rm JSB}|$ относительно JSB и средней орбиты спутника.

В результате, для каждого исследуемого тела методом наименьших квадратов вычисляются периодические и смешанные члены скорости геодезической нутации $\Delta \dot{x}$. Выражения для периодических и смешанных членов скорости геодезического вращения тела имеют вид, соответствующий формуле (7) из (Пашкевич, 2016):

$$\Delta \dot{x} = \sum_{j} \sum_{k=0}^{M} (\Delta \dot{x}_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \Delta \dot{x}_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t)) t^{k}, \tag{4}$$

где $\Delta \dot{x} = \Delta \dot{\psi}, \ \Delta \dot{\theta}, \ \Delta \dot{\varphi}, \ \Delta \dot{\tau}, \ \Delta \dot{\rho}, \ \Delta I \dot{\sigma}, \left| \dot{\vec{\Lambda}} \right| = |\vec{\sigma}|; \ \Delta \dot{x}_{Sjk}, \ \Delta \dot{x}_{Cjk^-}$ коэффициенты периодических и смешанных членов при синусах и косинусах, соответственно; $\Delta \dot{x} = \dot{x}_{\text{релятивистское}} - \dot{x}_{\text{ньютоновое}}; \nu_{j0}, \nu_{j1} - фазы и частоты исследуемого тела в данном исследовании берутся из работы (Archinal et al., 2018); индекс суммирования <math>j$ определяет количество суммируемых периодических членов и его значение изменяется для каждого исследуемого тела; t – время в Юлианских днях; M = 1.

Аналитическим интегрированием «Каскад» методом (Пашкевич, 2016) периодических и смешанных членов скорости геодезической нутации вычисляются периодические и смешанные члены геодезического вращения (геодезической нутации) тела:

$$\Delta x_{SjM} = \frac{\Delta \dot{x}_{CjM}}{\nu_{j1}}, \qquad \Delta x_{CjM} = \frac{-\Delta \dot{x}_{SjM}}{\nu_{j1}}, \Delta x_{SjM-1} = \frac{\Delta \dot{x}_{CjM-1} - m\Delta x_{CjM}}{\nu_{j1}}, \qquad \Delta x_{CjM-1} = \frac{m\Delta x_{SjM} - \Delta \dot{x}_{SjM-1}}{\nu_{j1}}, \dots \Delta x_{Sj1} = \frac{\Delta \dot{x}_{Cj1} - 2\Delta x_{Cj2}}{\nu_{j1}}, \qquad \Delta x_{Cj1} = \frac{2\Delta x_{Sj2} - \Delta \dot{x}_{Sj1}}{\nu_{j1}}, \Delta x_{Sj0} = \frac{\Delta \dot{x}_{Cj0} - \Delta x_{Cj1}}{\nu_{j1}}, \qquad \Delta x_{Cj0} = \frac{\Delta x_{Sj1} - \Delta \dot{x}_{Sj0}}{\nu_{j1}}.$$
(5)

В результате, вычисляется периодические члены геодезической нутации исследуемого тела:

$$\Delta x = \sum_{j} \sum_{k=0}^{M} (\Delta x_{Cjk} \cos(\nu_{j0} + \nu_{j1}t) + \Delta x_{Sjk} \sin(\nu_{j0} + \nu_{j1}t))t^{k},$$
(6)

где Δx_{Sjk} , Δx_{Cjk^-} коэффициенты периодических и смешанных членов при синусах и косинусах, соответственно; $\Delta x = x_{\text{релятивистское}^-} x_{\text{ньютоновое}}$; $\Delta x = \Delta \psi$, $\Delta \theta$, $\Delta \varphi$, $\Delta \tau$, $\Delta \rho$, $\Delta \mathrm{I}\sigma$, $\left|\vec{\Lambda}\right|$; M = 1.

Способ II (Вершков и Пашкевич, 2023): Вычисление наиболее существенных систематических (вековых) и периодических членов геодезического вращения методами численного интегрирования, наименьших квадратов и спектрального анализа. Численно интегрируя методом «Гаусса–Лежандра по 10 точкам» (Press et al., 1986), полученные численные временные ряды скоростей геодезического вращения исследуемого тела в рассматриваемых параметрах его вращения (углах Эйлера, его возмущающих членах физической либрации и абсолютной величине вектора угловой скорости вращения). В результате, вычисляются численные временные ряды величин геодезического вращения исследуемого тела (Вершков и Пашкевич, 2023) в рассматриваемых углах и абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения тела $|\vec{\Lambda}| = |\int \vec{\sigma} dt|$.

Сначала методом наименьших квадратов в рассматриваемых параметрах вращения для каждого исследуемого тела из полученных для него численных временных рядов геодезического вращения вычисляются систематические члены геодезической прецессии, и их величины вычитаются из исходных временных рядов (Вершков и Пашкевич, 2023). Таким образом, исключив вековые члены из исходных временных рядов геодезического вращения, результирующие ряды содержат только периодические члены.



Рис. 5.: Спектр мощности Юпитера вычисленные Способом II для абсолютной величины вектора его углового поворота геодезического вращения $\left|\vec{\Lambda}_{\rm SSB}\right|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.



Рис. 6: Спектры мощности галилеевых спутников Юпитера вычисленные Способом II для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения $\left|\vec{\Lambda}_{\rm SSB}\right|$ относительно SSB и средней орбиты Юпитера.



Рис. 7: Спектры мощности галилеевых спутников Юпитера вычисленные Способом II для абсолютной величины вектора их углового поворота геодезического вращения $\left|\vec{\Lambda}_{\rm JSB}\right|$ относительно JSB и средней орбиты спутника.

Далее, используя результирующие временные ряды геодезического вращения и набор периодических гармоник, взятых из работы (Archinal et al., 2018), во всех исследуемых углах для каждого исследуемого тела методом спектрального анализа (Jenkins, Watts, 1969), с той же целью что и в Способе I, строятся спектры мощности (некоторые из них приведены на рис. 5 – 7). В результате, для каждого исследуемого тела методом наименьших квадратов вычисляются периодические члены (6) геодезической нутации Δx .

2 Результаты

Для Юпитера и его галилеевых спутников в углах Эйлера⁷, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота геодезического вращения вышеописанными двумя способами вычислены их периодические члены их геодезического вращения (табл. 1 – 4). Их значения используются в выражениях (6) для вычисления величины эффекта геодезической нутации небесного тела.

Таблица 1: Периодические и смешанные члены геодезического вращения Юпитера и его галилеевых спутников, вычисленные Способом I для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота относительно SSB и средней орбиты Юпитера (начало 1/5).

				Юпитер (В5)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(a p r y ment),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \psi$	11.862	лет	λ_5	$21.2532 {+} 4.2898t$	-82.8028 - 0.2926t
	559.876	лет	Je	6.6264- $70.1213t$	$13.4658 {+} 75.6401t$
	5.931	лет	Jd	$2.9855{+}0.2406t$	-0.8457 + 0.5223t
	137.118	лет	Jc	-0.1626 - 1.7558t	$0.7923 {+} 2.9746t$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Je	-2.5432 + 21.8208t	-3.1636-18.2423t
	137.118	лет	Jc	0.1016 - 0.1043t	-0.1740-0.0593t
	30.202	лет	Jb	0.0007 - 0.0037t	0.0022 - 0.0651t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Je	-14.6490 + 68.2128t	-7.6954-77.9794t
	137.118	лет	Jc	0.3551 - 0.2578t	-0.6280 - 0.1899t
	30.202	лет	Jb	-0.0356-0.0419t	0.0341- $0.3381t$
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$21.2563 {+} 4.2510t$	-82.8164-0.0681 <i>t</i>
	559.876	лет	Je	-8.1016 - 2.5573t	5.7788 - 2.9934t
	5.931	лет	Jd	$2.9862 {+} 0.2276t$	-0.8471 + 0.5231t
$\Delta(I\sigma)$	11.862	лет	λ_5	$1.1567 {+} 0.2335t$	-4.5065 - 0.0161t
	559.876	лет	Je	0.0755 - 3.9743t	$1.0354{+}4.0964t$
	5.931	лет	Jd	$0.1624 {+} 0.0131t$	-0.0461 + 0.0284t
	137.118	лет	Jc	-0.0589 - 0.0890t	$0.0967 {+} 0.1435t$
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-21.2563 - 4.2510t	$82.8164{+}0.0685t$
	559.876	лет	Je	$8.0803 {+} 2.6598t$	-5.7905 + 2.8791t
	5.931	лет	Jd	-2.9862 - 0.2277t	0.8471- $0.5231t$

⁷Вековые и периодические члены геодезическое вращение галилеевых спутников Юпитера относительно барицентра Юпитерианской системы (JSB) из-за особенности в синусе наклона $(\sin \theta)^{-1}$ (2) вычисляются только возмущающих членах физической либрации и абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения тела относительно средней орбиты исследуемого спутника.

Таблица 1: продолжение (2/5).

				Ио (J1)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	$(($ угл. с $) \times 10^{-6})$
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-19990.5505{+}105115.7613t$	-6161.4569 - 91169.6160t
	137.352	лет	Ω_{L53}	8276.5754 - 3425.6151t	-10050.4068 - 1637.3696t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-542.9189{+}12.4776t$	$2572.4019{+}13.2989t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-662.8857 - 2017.4317t	1682.8867- $2220.4624t$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	-3249.5238 + 23629.8643t	-3757.0871 - 19725.9534t
	137.352	лет	Ω_{L53}	598.9965-716.5335 t	256.9925 - 451.0389t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-150.6051 + 1.4111t	-19.0060 + 4.7073t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-36.5942 + 87.5032t	-83.3970-196.1924t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	19946.1233-105087.1779t	$6170.2140 {+} 90848.2826t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	$-8269.5010{+}3413.1883t$	$10031.6571{+}1666.4987t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	541.8136- $12.5478t$	-2568.4441 - 12.1939t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$662.2342{+}1998.2839t$	-1680.4572 + 2220.9764t
$\Delta \tau$	1.770	сут.	D_{51}	$-9.2089{+}11.6164t$	$258.7829 {+} 0.3443t$
	11.862	лет	λ_5	$21.0633 {+} 3.9524t$	$-83.0144 {+} 0.0694t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	-27.0591 + 194.8593t	-1.8528 - 135.9367t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$13.3942 {+} 7.7236t$	$-16.1209 {+} 6.0914t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	-0.7834 - 0.5670t	$3.8854{+}0.2027t$
	5.931	лет	J8	3.0629- $0.4339t$	$-0.7262 {+} 0.1293t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.4326-2.4678t	2.4455 - 3.1567t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-1087.1993 + 5719.8307t	-335.5769 - 4958.1547t
	137.352	лет	Ω_{L53}	450.1428- $186.0952t$	-546.6619-89.8393t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-29.7354 - 0.1636t	$140.1500 {+} 1.7234t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-36.1751-110.6017t	$91.7890 ext{-} 120.3592t$
$ \vec{\Lambda} $	1.770	сут.	D_{51}	9.2013-11.6080 <i>t</i>	-258.5789 - 0.3446t
	11.862	лет	λ_5	-23.8612 - 4.9450t	94.5341- $0.1427t$
	5.931	лет	J8	36.6787 - 2.9155t	$46.7810 {+} 2.8147t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	$1.2091{+}0.7210t$	-1.3034 + 0.1774t
	559.876	лет	Ω_{L54}	1.2682 - 55.0518t	-1.0135 + 43.1864t
	30.219	лет	Ω_{L52}	0.7424- $0.0434t$	$-1.4244 {+} 0.0802t$

Таблица 1: продолжение (3/5).

				Европа (J2)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	-10429.5670 + 35673.9214t	6349.9909-28371.8289t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-1851.0829-781.0947t	$1584.7825 ext{-} 1265.0307t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-1896.3576-28997.7218t	1030.9282 - 26065.3143t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-147.2743-25.6905t	$129.9265 {+} 56.8414t$
	15.110	лет	J7	-114.2199-320.4205t	-48.3141-2936.6366t
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	-914.7485 + 4827.3565t	-1205.9288-3518.0277t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-60.1281 - 11.9762t	-158.1571 - 11.6580t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$-49.0808{+}1365.0699t$	-104.8990 - 1533.0846t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-7.0782 + 3.3468t	-6.9812 - 0.4292t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	10406.3551-35828.3063t	-6339.7829 + 28101.7324t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$1839.4523 {+} 769.2567t$	-1586.4932 + 1263.7071t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$1893.4319 {+} 28937.2819t$	-1029.5271 + 26032.6086t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$146.8307 {+} 26.5746t$	-129.6683-55.6915t
	15.110	лет	J7	$113.3617 {+} 321.1492t$	$46.0256 {+} 2934.5331t$
$\Delta \tau$	3.5541	сут.	D_{52}	$-11.6679 {+} 4.3859t$	$204.8111 {+} 0.2186t$
	11.862	лет	λ_5	$21.3009{+}4.6251t$	$-82.5642 {+} 0.0245t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	-5.4612 + 19.7559t	0.0707- $65.0899t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-3.7153-6.0516t	2.1868 - 8.7175t
	5.931	лет	J8	$3.0882 {+} 0.4947t$	$-0.7534 {+} 0.3137t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-2.7567 - 43.9375t	1.3516 - 36.3800t
$\Delta(\mathrm{I}\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-553.2565 + 1920.1482t	340.6721 - 1498.0374t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-100.9258 - 39.3295t	89.1034 - 63.1921t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-107.1820 - 1570.9394t	61.9844-1389.4852 t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-7.5835 - 0.9448t	$7.0577{+}1.6898t$
$ \vec{\Lambda} $	3.5541	сут.	D_{52}	11.6582 - 4.3823t	-204.6420 - 0.2194t
	11.862	лет	λ_5	-22.8524-5.8588t	$88.6650 {+} 0.1915t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	30.1332- $2.7641t$	-34.6998 - 4.6738t
	5.931	лет	J8	16.8263- $1.9058t$	$23.8736{+}1.0880t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	8.7028 - 0.0809t	-7.5965 + 5.0847t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-4.3592 + 21.2495t	$6.2586{+}54.2105t$

Таблица 1: продолжение (4/5).

				Ганимед (J3)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(a p ryment),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta\psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	-3656.0137 + 13600.7261t	222.8680- $8950.8200t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-554.9166 - 1442.6053t	-1030.9000-1840.4304t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	81.6997- $616.8846t$	$184.3256 {+} 915.7601t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-70.2133 + 313.3326t	$90.4238 {+} 263.0108t$
	7.143	сут.	$\lambda_{53}{+}\lambda_5$	$-80.3944 {+} 0.2080t$	-11.7951 + 1.2779t
	7.166	сут.	D_{53}	-5.7303 + 2.5894t	$80.9161 {+} 0.3785t$
	11.862	лет	λ_5	$13.2625 {+} 0.1947t$	-78.8084 + 3.4240t
	5.931	лет	J8	50.8328-1.4580 t	$54.3873 {+} 2.5907t$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-377.7048 {+} 2122.1589t$	-412.5148-1706.9171t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$88.3637{+}2.4860t$	-70.6726-79.3717t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	$6.3565 ext{-} 180.3610t$	$7.5895{+}143.7863t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-5.5522 - 16.2293t	-2.8976 + 7.9380t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$3653.4840 extrm{-}13584.6415t$	-220.7850+8954.7810t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$549.0501{+}1424.1954t$	$1025.1885 {+} 1863.3365t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-85.3208 + 593.2678t	-191.3301-926.7430t
	30.219	лет	Ω_{L52}	70.2262 - 314.4126t	-90.3967 - 262.9800t
	7.143	сут.	$\lambda_{53}{+}\lambda_5$	$80.4957 {+} 0.5326t$	$11.7982 {+} 1.2648t$
	7.166	сут.	D_{53}	-5.8544 - 0.6800t	80.8382- $0.2972t$
	5.931	лет	J8	$-47.9533 {+} 1.6555t$	-55.1529-2.2474t
$\Delta \tau$	7.166	сут.	D_{53}	-11.5849 + 1.9047t	$161.7567 {+} 0.0814t$
	11.862	лет	λ_5	$21.1582{+}4.1559t$	$-82.6577 {+} 0.0103t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-4.7982 - 14.4192t	-6.6563 + 9.1925t
	5.931	лет	J8	$3.0343 {+} 0.0218t$	-0.7935 + 0.3173t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$-1.7601{+}27.0760t$	0.8001 - 5.7329t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.5860 + 3.7912t	-1.4190 + 1.2754t
	15.110	лет	J7	$0.1762 {+} 0.6688t$	0.1896 - 0.3695t
	7.155	сут.	λ_{53}	-0.0370 + 0.1670t	-0.1834 - 0.5955t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$0.0748 {+} 0.6762t$	$0.0890 {+} 0.7093t$
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-202.5504 + 709.3553t	25.1685 - 465.7741t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-42.5235-82.0561t	-37.7412-88.5565t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	3.8241- $33.6661t$	$8.1263 {+} 48.3040t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-3.4574 + 16.6005t	$4.4040 {+} 13.3782t$
	7.143	сут.	$\lambda_{53}{+}\lambda_5$	-4.2333 + 0.0982t	-0.6212 + 0.0829t
	7.166	сут.	D_{53}	-0.3018 + 0.1420t	4.2607- $0.0683t$
	11.862	лет	λ_5	0.6987 - 0.0085t	-4.1479 + 0.2848t
	5.931	лет	J8	2.6770 - 0.1322t	$2.8617 {+} 0.0700t$
$ ec{\Lambda} $	7.166	сут.	D_{53}	11.5754-1.9030 t	-161.6244 - 0.0877t
	11.862	лет	λ_5	-21.9191 - 4.5899t	85.5880- $0.2617t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	25.4114-1.6418 t	-29.7090 + 0.5387t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$18.1044 {+} 0.0573t$	-24.2484 - 2.8037t
	5.931	лет	J8	$6.6588 ext{-} 1.0839t$	12.0348 - 0.1332t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	$4.6051 {+} 9.5107t$	7.0177- $7.3681t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.6800 - 0.1747t	0.6470 - 0.1524t

Таблица 1: окончание (5/5).

				Каллисто (J4)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. с)×10 ⁻⁶)	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	-3019.0815 + 8291.8271t	-895.4695 - 1369.3720t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-75.8322 + 88.1084t	$289.0641{+}119.0129t$
	11.862	лет	λ_5	$16.6447 {+} 3.7216t$	-81.4254 $-1.1024t$
	16.625	сут.	$\lambda_{54}{+}\lambda_5$	-61.0427 + 0.4130t	$-5.2671{+}0.8296t$
	16.754	сут.	D_{54}	-0.1028 + 2.6464t	$60.8985{+}0.3671t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-21.2500+1.7645t	$24.7404D_{54}.9184t$
	15.110	лет	J7	$0.7885{+}0.9123t$	0.1364 0.0307t
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	$19.9699 {+} 357.9685t$	-244.1487-167.8674t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-11.6529 - 16.4606t	-7.5679 + 16.9408t
	16.625	сут.	$\lambda_{54}{+}\lambda_5$	-0.2423 + 0.0561t	2.8048- $0.0030t$
	16.754	сут.	D_{54}	$2.8011{+}0.0229t$	0.0240- $0.1015t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-1.1270-0.2566t	-0.8642 - 1.6247t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	3024.8427- $8282.1641t$	887.8786 + 1366.5457t
	137.352	лет	Ω_{L53}	75.1885- $86.0717t$	-288.7006 - 121.9452t
	16.625	сут.	$\lambda_{54}{+}\lambda_5$	$61.1207 {+} 0.1405t$	$5.2702{+}0.9395t$
	16.754	сут.	D_{54}	$-0.5195{+}0.0303t$	60.8431- $0.5014t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	21.2424- $1.8683t$	-24.7904 + 15.9447t
$\Delta \tau$	16.754	сут.	D_{54}	-0.6224 + 2.6735t	121.7433 - 0.1341t
	11.862	лет	λ_5	$21.1914{+}4.1495t$	-82.5455 - 0.1333t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$6.3050{+}14.9317t$	-7.8964 + 3.6869t
	5.931	лет	J8	$2.9595{+}0.2186t$	-0.8827 + 0.4249t
	16.689	сут.	λ_{54}	-0.1495 + 1.5443t	-1.0653- $0.1064t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.4216 + 2.4175t	0.5109 - 2.9700t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-208.6533 + 351.9169t	44.8679- $72.0454t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-1.8451 + 6.3429t	10.5851- $0.1110t$
	11.862	лет	λ_5	$0.7668 {+} 0.1131t$	-3.7403 + 0.0135t
	16.625	сут.	$\lambda_{54}{+}\lambda_5$	-2.8049 + 0.0032t	-0.2420 + 0.0561t
	16.754	сут.	D_{54}	-0.0053 + 0.1169t	$2.7986{+}0.0306t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.9773 + 0.0646t	1.0961- $0.7423t$
$ \vec{\Lambda} $	16.754	сут.	D_{54}	0.6217 - 2.6718t	-121.6577 + 0.1346t
	11.862	лет	λ_5	-21.4265 - 4.3599t	83.5785 - 0.0070t
	559.876	лет	Ω_{L54}	42.6176- $1.6846t$	$-55.3064{+}7.3758t$
	5.931	лет	J8	0.3174- $0.4155t$	4.7610 - 0.2007t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.9280 - 4.2956t	$1.9731{+}6.0427t$
	16.689	сут.	λ_{54}	$0.1496 ext{-} 1.5436t$	$1.0641 {+} 0.1073t$

Таблица 2: Периодические и смешанные члены геодезического вращения галилеевых спутников Юпитера, вычисленные Способом I для возмущающих членов физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота относительно JSB и средней орбиты спутника (начало 1/4).

				Ио (J1)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	26.2598 - 2477.5486t	$401.9451{+}441.7399t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	-59.1964-58.3815t	$109.0412{+}163.8672t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-25.2625-6.1792t	$75.6435{+}171.7625t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-23.8930-224.2086t	$56.6758 {+} 490.0625t$
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.1944 {+} 5.6562t$	-110.1932 + 0.0786t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$11.7643 {+} 21.9429t$	-7.2958-16.7875t
	5.931	лет	J8	3.9667 - 0.0192t	-1.1601 + 0.4012t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-382.8336 + 8861.9999t	-1457.5907-4487.7433t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-126.9274-334.3626t	-55.0942 - 49.0947t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$79.4323 {+} 282.1341t$	-41.0526+172.1411t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-64.0820 - 128.7084t	-44.9900-137.6327t
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.1937-5.6502t	110.1934-0.0732t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-11.7870-17.6994t	$6.5785{+}15.2409t$
	5.931	лет	J8	$-3.9677 {+} 0.0112t$	$1.1613 ext{-} 0.4023t$

Таблица 2: продолжение (2/4).

				Европа (J2)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(aprymeht),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	$((угл. c) \times 10^{-6})$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	4147.3070- $36508.4157t$	$4946.9907{+}31065.7208t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-232.4883 + 251.2041t	$322.6482 {+} 164.4224t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-3.8010-183.3138t	$145.6484 {+} 512.0264t$
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.3315 {+} 5.9006t$	-109.9431-0.0760t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$6.9748 ext{-} 10.0430t$	-11.1163 - 3.5324t
	5.931	лет	J8	$3.9643 {+} 0.6185t$	-1.1748 + 0.6095t
$\Delta(I\sigma)$	30.219	лет	Ω_{L52}	-133.2930-182.4256t	-19.0300-149.3936t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$67.2970 {+} 257.7799t$	-115.4478 + 247.6502t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-24.1002-62.2199t	30.0921- $83.3936t$
	15.110	лет	J7	$3.6198{+}7.1479t$	-4.5896 - 1.8078t
	11.862	лет	λ_5	-0.1679 - 1.8236t	-0.7195 + 3.2216t
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.3313-5.8972t	$109.9394 {+} 0.0726t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	-7.4482 + 8.1025t	$11.1841 {+} 1.6770t$
_	5.931	лет	J8	-3.9653-0.6167t	1.1717 - 0.6144t

Таблица 2: продолжение (3/4).

				Ганимед (J3)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(apryment),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \theta$	137.352	лет	Ω_{L53}	$229.0949 extrm{-}178.9829t$	$400.1908 {+} 470.7828t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	213.7569-686.0047t	$271.2763 {+} 924.0165t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-61.3312 + 63.0464t	23.4338- $19.2022t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.6952 + 6.0780t	-3.5055 - 3.2687t
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.2525{+}5.6620t$	-110.0450 - 0.0470t
	559.876	лет	Ω_{L54}	10.8651- $6.3628t$	-7.3290 - 1.8600t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-4.9126 - 4.5071t	$-6.4296{+}10.5810t$
	5.931	лет	J8	$3.9592{+}0.2887t$	-1.1705 + 0.5227t
$\Delta(\mathrm{I}\sigma)$	137.352	лет	Ω_{L53}	-378.1041-478.0913t	299.7579-213.5724t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-107.8586-222.7021t	$128.7843 {+} 151.9438t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-21.3442-58.9029t	-77.2183-88.2721t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$3.8736{+}1.3025t$	-2.6608 - 3.3695t
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.2527-5.6612t	$110.0478 {+} 0.0470t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	-11.3689 + 5.0886t	$7.5448 {+} 2.0708t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	$4.9928 {+} 4.6708t$	6.5316- $10.6609t$
	5.931	лет	J8	-3.9616 - 0.2893t	1.1689- $0.5260t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.6300-3.4173t	$1.1241{+}6.2162t$

Таблица 2: окончание (4/4).

				Каллисто (J4)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(apryment),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	932.6899-214.8289t	1221.2309 + 303.8719t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$0.6099 {+} 79.8997t$	-53.3247 + 3.2793t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$0.8983 {+} 0.4636t$	$2.1981{+}4.4861t$
	11.862	лет	λ_5	$0.8312{+}0.2364t$	-0.3713 + 0.8305t
	5.931	лет	J8	0.2503- $0.2841t$	-0.2035 - 0.0107t
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.2221 {+} 5.4434t$	-110.0019-0.2038t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$14.2369{+}11.7106t$	-11.0104 + 11.1121t
	5.931	лет	J8	$3.9436{+}0.2146t$	-1.1725 + 0.5362t
	16.754	сут.	D_{54}	$0.0096{+}0.1051t$	-1.4106 - 0.1249t
	16.689	сут.	λ_{54}	-0.1454 + 1.5071t	-1.0969 - 0.1702t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-529.3234-463.7828t	452.9205 - 132.4648t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$43.5322 {+} 3.4793t$	-21.2880 + 15.2001t
	11.862	лет	λ_5	-0.6085 - 0.3789t	3.2895- $0.0118t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.3596 - 0.4107t	-0.2749 + 1.2125t
	5.931	лет	J8	-0.1413 - 0.0241t	-0.0284 - 0.1852t
	15.110	лет	J7	0.0305 - 0.1199t	0.1253- $0.0451t$
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.2249-5.4446t	$110.0173 {+} 0.2036t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	-16.5392 - 14.0823t	13.0173- $11.7660t$
	5.931	лет	J8	-3.9442 - 0.2144t	1.1721 - 0.5372t
	16.754	сут.	D_{54}	-0.0095 - 0.1051t	$1.4107 {+} 0.1249t$
	16.689	сут.	λ_{54}	0.1454- $1.5071t$	$1.0969{+}0.1702t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	0.2558- $4.2220t$	-0.3123 + 2.5092t

Таблица 3: Периодические и смешанные члены геодезического вращения Юпитера и его галилеевых спутников, вычисленные Способом II для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота относительно SSB и средней орбиты Юпитера (начало 1/5).

				Юпитер $(B5)$	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \psi$	11.862	лет	λ_5	$21.6144 {+} 4.4208t$	-82.5517 - 0.8898t
	559.876	лет	Je	13.4688 - 76.0074t	$10.8813 {+} 65.3776t$
	5.931	лет	Jd	$2.9843 {+} 0.4400t$	$-0.8552{+}0.6162t$
	137.118	лет	Jc	-0.4169 + 3.3367t	$0.3496{+}2.1046t$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Je	-2.9523 + 21.2373t	-3.6402 - 18.0637t
	137.118	лет	Jc	0.0638 – 0.9536t	-0.1239-0.5583t
	30.202	лет	Jb	-0.0271 - 0.0162t	0.0040 – 0.0807t
	11.862	лет	λ_5	-0.0094 - 0.0194t	-0.0060 + 0.0637t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Je	$-15.9931{+}74.9080t$	-9.4152-67.1425t
	137.118	лет	Jc	0.5726 - 3.2540t	-0.2499 - 1.8430t
	30.202	лет	Jb	$-0.1311 {+} 0.5056t$	0.0474 – 0.4328t
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$21.2540 {+} 4.5698t$	$-82.8337 {+} 0.1697t$
	5.931	лет	Jd	$3.0064 {+} 0.2687t$	$-0.8390 {+} 0.4810t$
	559.876	лет	Je	-2.5144 - 1.1126t	1.4574 – 1.7675t
$\Delta(I\sigma)$	11.862	лет	λ_5	$1.1776 {+} 0.2670t$	-4.4928 - 0.0320t
	559.876	лет	Je	0.4426 – 4.1923t	$0.9392 {+} 3.6135t$
	5.931	лет	Jd	$0.1625 {+} 0.0259t$	-0.0466 + 0.0346t
	137.118	лет	Jc	-0.0700 + 0.1832t	$0.0750 {+} 0.1141t$
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-21.2545 - 4.5696t	82.8332 - 0.1682t
	5.931	лет	Jd	-3.0064 - 0.2709t	0.8391 – 0.4821t
	559.876	лет	Je	$2.4911 {+} 1.2239t$	$-1.4717 {+} 1.6682t$

Таблица 3: продолжение (2/5).

				Ио (J1)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	$((угл. c) \times 10^{-6})$
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-22950.8220{+}101040.2153t$	-7297.0660 - 86574.4459t
	137.352	лет	Ω_{L53}	8045.0564 - 6713.4553t	-9556.7202 - 3883.9093t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-541.0161\!+\!326.3821t$	$2537.1069{+}125.8945t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-863.5325 - 2052.7101t	1698.5568 - 2130.0943t
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-3726.9530{+}23122.2346t$	-4106.0024 - 19932.8723t
	137.352	лет	Ω_{L53}	559.2590 - 1049.2446t	283.3482 - 547.2629t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-148.5377{+}48.3189t$	-23.0757 + 9.2947t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$-65.7976\!+\!61.1071t$	-81.3023 - 188.5410t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$22917.6868{-}100878.6524t$	$7282.7611 {+} 86438.5192t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	$-8033.5350{+}6703.3373t$	$9542.5533 {+} 3876.9082t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	539.5816 – 325.9930t	-2533.3371 - 122.5827t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$862.2137{+}2047.1093t$	$-1696.2122{+}2129.8247t$
$\Delta \tau$	1.770	сут.	D_{51}	$-9.2087{+}11.6153t$	$258.7824{+}0.3468t$
	11.862	лет	λ_5	$22.1710{+}4.1205t$	-82.2192 - 1.9509t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$-33.2136{+}163.3117t$	-14.1985 - 137.1139t
	137.352	лет	Ω_{L53}	11.7507 – 10.7380t	-14.3487 - 6.5202t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-0.7427{+}0.7112t$	$3.7721 {+} 0.4400t$
	5.931	лет	J8	$3.0899 {+} 0.7191t$	$-0.7681{+}0.6082t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-1.2701 - 3.1745t	2.4906 – 2.7694t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-1248.2306 + 5497.0427t	-397.3204 - 4709.6679t
	137.352	лет	Ω_{L53}	437.5331 - 364.8521t	-519.8317 - 211.8508t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-29.6306\!+\!16.9071t$	$138.2311{+}7.8380t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-47.0880 - 112.6170t	92.6421 - 115.4349t
$ ec{\Lambda} $	1.770	сут.	D_{51}	9.2013–11.6068 <i>t</i>	-258.5789 - 0.3475t
	11.862	лет	λ_5	-24.5096 - 5.1278t	$94.4672 {+} 0.0717t$
	5.931	лет	J8	36.4659 - 4.3212t	$46.8850 {+} 2.1410t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	4.9330 - 46.8809t	$8.8519{+}39.1806t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	1.3223 – 0.0870t	-1.4611 $-0.3814t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	1.1845 – 0.1205t	-1.2179 $-0.0138t$

Таблица 3: продолжение (3/5).

				Европа (J2)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(a pryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	$(($ угл. с $) \times 10^{-6})$
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-11386.5075\!+\!35810.7142t$	6680.5149 - 28130.7476t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$-1915.1708 {-} 1221.5746t$	1644.6876 - 3416.4759t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-1955.0491 - 28746.3828t	1031.6872 - 26083.8840t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-151.5889 + 45.9568t	$120.8322 {+} 110.2081t$
	15.110	лет	J7	$-115.2828 -\! 337.1568t$	-30.6304 - 3128.3614t
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-996.8543 {+} 4490.6495t$	-1268.1163 - 3782.4604t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-63.4078 - 137.7709t	$-154.2259{+}11.4460t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-52.1133 + 1349.2627t	-105.2553 - 1534.8308t
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-6.4976 {+} 8.6305 t$	-7.3277 - 1.1637t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	11372.3049 – 35761.5369t	$-6671.6615{+}28094.2715t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	$1912.0768{+}1220.0505t$	$-1642.0724\!+\!3410.7532t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	$1952.3233 {+} 28701.3131t$	$-1030.4588 {+} 26049.9008t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	150.7371 - 45.9397t	-120.6437 - 107.0323t
	15.110	лет	J7	$114.5751 {+} 338.5026t$	$29.3765 {+} 3126.8202t$
$\Delta \tau$	3.5541	сут.	D_{52}	$-11.6677{+}4.3883t$	$204.8108{+}0.2234t$
	11.862	лет	λ_5	$21.5464 {+} 3.6599t$	-82.3619 1.1366t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$-14.2809\!+\!50.9639t$	8.9606 - 37.6953t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-2.8616 - 2.1539t	2.4280 – 5.2430t
	5.931	лет	J8	$3.0672 {+} 0.8711t$	$-0.7831{+}0.5363t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-2.6789 - 42.6649t	1.3675 – 36.5329t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-\!605.5900\!+\!1917.9708t$	358.5968 - 1497.4646t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-105.1126-66.7916t	92.1160 - 180.5340t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-110.4493 - 1558.3277t	$62.0449 extrm{}1390.4315t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	$-7.7874{+}3.0971t$	$6.5603 {+} 4.4687t$
$ ec{\Lambda} $	3.5541	сут.	D_{52}	11.6577 - 4.3870t	-204.6419 - 0.2253t
	11.862	лет	λ_5	-22.6834 - 2.4703t	$88.6761{+}2.2961t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	30.0868 - 5.5963t	-34.8182 - 4.2374t
	5.931	лет	J8	16.8989 – 1.8543t	$23.8696{+}0.9873t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	$6.8467 {+} 4.1163t$	$-9.1340{+}6.7665t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	$7.1845 extrm{-}14.5624t$	-4.1147 + 9.9082t

Таблица 3: продолжение (4/5).

				Ганимед (J3)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$(($ угл. с $) \times 10^{-6})$	((угл. с)×10 ⁻⁶)
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-3935.6926{+}13179.2577t$	174.0359 - 9918.2231t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-596.7236-1471.8295t	$-1033.5358 {-} 1658.1010t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	112.0732 – 619.5584t	$173.4122{+}1032.2197t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	$-71.6614{+}259.5968t$	$90.0299 {+} 274.3836t$
	7.143	сут.	$\lambda_{53}{+}\lambda_5$	$-80.3923 {+} 0.2283t$	$-11.7982{+}1.2803t$
	7.166	сут.	D_{53}	$-5.7310{+}2.6014t$	$80.9137 {+} 0.3573t$
	11.862	лет	λ_5	$14.1255{+}17.5083t$	-78.6881 + 15.2737t
	5.931	лет	J8	$52.1962{+}2.0014t$	$54.8662 {+} 1.2652t$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	-415.5843 + 2021.3567t	-440.1180 - 1720.0932t
	137.352	лет	Ω_{L53}	85.0853 - 41.2602t	-71.1086 - 92.1141t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	11.4692 - 136.4939t	$11.5067 {+} 132.5710t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-6.7729-20.6378t	-2.8465 + 8.8942t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	3933.0177 – 13173.1621t	-175.2794 + 9916.6693t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$596.4942 {+} 1467.3688t$	$1031.1916 {+} 1653.3046t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-115.6033 + 618.5210t	-179.3926 - 1028.6547t
	30.219	лет	Ω_{L52}	71.4234 - 261.6194t	-90.0708-271.2114t
	7.143	сут.	$\lambda_{53}{+}\lambda_5$	$80.4932{+}0.5104t$	$11.8009 {+} 1.2682t$
	7.166	сут.	D_{53}	-5.8532 - 0.6976t	80.8411 – 0.2710t
	5.931	лет	J8	-49.1848 - 1.7621t	-55.7023 - 0.5567t
$\Delta \tau$	7.166	сут.	D_{53}	$-11.5844{+}1.8990t$	$161.7571{+}0.0864t$
	11.862	лет	λ_5	$21.2575 {+} 4.3492t$	-82.5924 - 0.0430t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-3.6720-5.2205t	-5.4410 + 4.2788t
	5.931	лет	J8	$3.0511{+}0.5340t$	$-0.8150 {+} 0.5269t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	$-2.6573{+}15.0688t$	-0.9262 - 8.4412t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.7421 - 3.5672t	-1.5440 - 3.4257t
	15.110	лет	J7	$0.1595{+}0.5669t$	0.1702 - 1.0126t
	7.155	сут.	λ_{53}	$-0.0369{+}0.1673t$	-0.1834 - 0.5949t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.1110+0.3317t	0.0962 + 0.6189t
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-218.5031 + 694.7377t	22.9134 - 520.1284t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-44.6705 - 81.7997t	-37.9675-77.7141t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	5.3702 - 36.7884t	7.2470 + 55.2751t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$-3.4652{+}13.7983t$	$4.3845 {+} 14.0524t$
	7.143	сут.	$\lambda_{53}{+}\lambda_5$	$-4.2332{+}0.0991t$	-0.6213 + 0.0832t
	7.166	сут.	D_{53}	$-0.3019{+}0.1428t$	4.2606 - 0.0693t
	11.862	лет	λ_5	$0.7224{+}0.8914t$	$-4.1570{+}0.9019t$
→	5.931	лет	J8	2.7463 - 0.0351t	2.8917 - 0.0282t
$ \Lambda $	7.166	сут.	D_{53}	11.5751 - 1.8972t	-161.6255 - 0.0974t
	11.862	лет	λ_5	-21.6122 - 2.5758t	$85.7375{+}0.5961t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	22.9416 - 5.1019t	-31.4256+12.6220t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$21.0774 {+} 1.7051t$	-23.0256 - 6.3236t
	5.931	лет	J8	6.6696 - 1.2914t	12.0481 - 0.2454t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	$4.1358{+}0.0095t$	6.1424 - 8.3474t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.4413 - 1.0873t	0.6224 - 0.0359t

Таблица 3: окончание (5/5).

				Каллисто (J4)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$(($ угл. с $) \times 10^{-6})$	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \psi$	559.876	лет	Ω_{L54}	$-3085.8817{+}6395.6224t$	-410.1365 - 4062.3474t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-155.1210 + 323.7668t	$216.2099{+}495.7919t$
	11.862	лет	λ_5	$14.0717 {+} 59.0226t$	$-\!85.2687 {+} 45.2141t$
	16.625	сут.	$\lambda_{54}{+}\lambda_5$	$-61.0308 {+} 0.1936t$	$-5.2897{+}0.9520t$
	16.754	сут.	D_{54}	$-0.1302{+}2.7188t$	$60.8831 {+} 0.5599t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-9.8776 - 186.9747t	$24.6394 {+} 0.4679t$
	15.110	лет	J7	-0.2015-5.3932t	$-12.3390{+}42.9008t$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	$25.5470 {+} 312.1362t$	-257.5189 - 212.9777t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-13.6879 - 21.9526t	$-7.9178{+}5.6109t$
	16.625	сут.	$\lambda_{54}{+}\lambda_5$	-0.2427 + 0.0536t	2.8047 – 0.0044t
	16.754	сут.	D_{54}	$2.8008 {+} 0.0199t$	0.0242 – 0.1001t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-1.4201 - 1.8654t	-0.9025 - 1.4982t
$\Delta \varphi$	559.876	лет	Ω_{L54}	3086.0317 - 6388.0416t	$408.0648{+}4059.8807t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	154.3291 – 322.3438t	-215.6234 - 495.5752t
	16.625	сут.	$\lambda_{54} + \lambda_5$	$61.1119{+}0.3658t$	$5.2924 {+} 0.8297t$
	16.754	сут.	D_{54}	-0.4920-0.0419t	60.8585 – 0.6946t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$9.8718{+}186.6318t$	-24.3477 - 0.7931t
	15.110	лет	J7	$0.5404 {+} 0.8274t$	12.4537 - 43.6121t
$\Delta \tau$	16.754	сут.	D_{54}	-0.6203 + 2.6763t	121.7436 - 0.1464t
	11.862	лет	λ_5	$21.2087 {+} 4.5376t$	$-82.5517{+}0.1171t$
	5.931	лет	J8	$2.9851{+}0.3374t$	$-0.8764 {+} 0.4015t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	$0.0604 {+} 9.3525t$	-1.9554 - 3.6583t
	16.689	сут.	λ_{54}	$-0.1497{+}1.5449t$	-1.0654 - 0.1068t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$-0.5567{+}0.7436t$	$0.4050 {+} 0.7946t$
$\Delta(\mathrm{I}\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-221.1565+279.7596t	69.9171 – 172.7261t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$-5.0848 {+} 9.7995t$	$7.8576{+}19.4721t$
	11.862	лет	λ_5	$0.6928 {+} 2.6783t$	$-3.8795{+}1.9695t$
	16.625	сут.	$\lambda_{54} + \lambda_5$	-2.8045 - 0.0068t	-0.2430 + 0.0608t
	16.754	сут.	D_{54}	$-0.0065{+}0.1189t$	$2.7980{+}0.0390t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.6034 - 8.4129t	1.1395 - 0.0367t
$ ec{\Lambda} $	16.754	сут.	D_{54}	0.6171 – 2.6772t	$-121.6584{+}0.1620t$
	11.862	лет	λ_5	$-21.3578 {+} 0.2723t$	$83.4700 {+} 3.1915t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	56.1117 - 4.5482t	$-63.7233 {+} 0.9259t$
	5.931	лет	J8	0.3056 – 0.6196t	4.7659 – 0.1959t
	137.352	лет	Ω_{L53}	$-1.2171{+}1.6775t$	$1.6186{+}1.1381t$
	16.689	сут.	λ_{54}	0.1496 - 1.5431t	$1.0642 {+} 0.1079t$

Таблица 4: Периодические и смешанные члены геодезического вращения галилеевых спутников Юпитера, вычисленные Способом II для возмущающих членов физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота относительно JSB и средней орбиты спутника (начало 1/4).

				Ио (J1)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			Meht	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. с)×10 ⁻⁶)	((угл. с)×10 ⁻⁶)
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	71.6643 - 1760.4335t	$420.8237{+}1215.5157t$
	7.422	лет	Ω_{L51}	-62.0073-70.4047t	$109.2117{+}176.1223t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	-21.1573+81.5540t	$74.1960 {+} 162.7571t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	$2.2924 ext{-} 128.1429t$	$66.0597 {+} 396.8310t$
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.3544{+}6.1854t$	$-110.1027 {+} 0.1561t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	$1.2349 {+} 19.5576t$	-5.0722 - 12.6009t
	5.931	лет	J8	$3.9820 {+} 0.3774t$	$-1.1741 {+} 0.5465t$
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-561.6401 + 7454.5725t	-1598.2399-5855.8741t
	7.422	лет	Ω_{L51}	-123.7501 - 309.7438t	-56.4984 - 58.5010t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-76.7396 - 221.4011t	-42.7792 - 122.1287t
	137.352	лет	Ω_{L53}	12.5728 - 76.4321t	-46.7733 + 6.0371t
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.3378-6.1238t	110.1125 - 0.1415t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-1.3395 - 16.2165t	$4.3021{+}10.1177t$
	5.931	лет	J8	-3.9815 - 0.3767t	1.1756 – 0.5475t

Таблица 4: продолжение (2/4).

				Европа (J2)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				((угл. c)×10 ⁻⁶)	$((угл. c) \times 10^{-6})$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	4867.5125 - 35818.5568t	5833.3005 + 30298.4603t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-177.4351 + 1760.2904t	$218.1829{+}1022.6355t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	45.2896 - 187.6553t	$141.9686 {+} 497.9494t$
	11.862	лет	λ_5	-17.0173 - 1.1246t	-11.5898 - 1.1681t
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.2292{+}6.0622t$	-110.0283 + 0.2431t
	5.931	лет	J8	$3.9710{+}0.2726t$	$-1.1522{+}0.4080t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	$3.1863 {+} 0.5510t$	$-2.0200{+}2.7260t$
$\Delta(\mathrm{I}\sigma)$	30.219	лет	Ω_{L52}	-132.4355 - 219.9600t	-18.6669 - 147.1523t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$83.1354{+}135.7838t$	-100.0919 – 0.4094t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-26.7294 - 34.8096t	23.1235 – 29.7624t
	15.110	лет	J7	$3.6628 {+} 7.7595t$	$-5.5513 {+} 3.9283t$
	11.862	лет	λ_5	-0.6708 + 2.6845t	$-1.0768{+}6.6508t$
$ ec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.2307 - 6.1035t	110.0250 - 0.2755t
	5.931	лет	J8	-3.9752 - 0.2779t	1.1479 - 0.4072t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-3.4793 - 0.7823t	2.1251 – 2.9115t

Таблица 4: продолжение (3/4).

				Ганимед (J3)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			Meht	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	((угл. c)×10 ⁻⁶)
$\Delta \theta$	137.352	лет	Ω_{L53}	$241.5157{+}110.6352t$	$369.6714 {+} 682.1298t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	172.5134 – 825.2496t	$316.0139 {+} 541.3554t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-51.4174 - 83.0091t	$32.2591{+}159.6262t$
	30.219	лет	Ω_{L52}	0.8979 – 4.4519t	$-3.7098{+}4.0979t$
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.2221 {+} 5.9792t$	-110.0840 + 0.2456t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-4.0014-5.0996t	$-7.3172{+}10.8256t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	3.8344 – 0.9787t	$-1.9191{+}4.6488t$
	5.931	лет	J8	$3.9654 {+} 0.3140t$	$-1.1706 {+} 0.5154t$
$\Delta(I\sigma)$	137.352	лет	Ω_{L53}	-351.9278 - 323.2815t	302.0418 - 240.1284t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-112.0286-203.3264t	$138.3680 {+} 224.7149t$
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	-18.4503 – 81.7625t	-68.8950 + 8.7477t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$4.3644{+}13.4906t$	-2.5943 - 2.1542t
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.2311 - 6.0250t	110.0820 - 0.2619t
	186.625	лет	$3\Omega_{L54}$	$3.9518 {+} 4.2716t$	7.3633 - 10.8681t
	559.876	лет	Ω_{L54}	$-4.1272{+}0.5552t$	2.3418 – 4.3162t
	5.931	лет	J8	-3.9690-0.3464t	1.1702 – 0.5321t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.7927 - 1.4991t	$1.0441 {+} 3.6693t$

Таблица 4: окончание (4/4).

				Каллисто (J4)	
Пара-	Период		Аргу-	Коэффициент при	Коэффициент при
метр,			мент	$\cos(\text{аргумент}),$	$\sin(apryment),$
(угл. с)				$((угл. c) \times 10^{-6})$	$((угл. c) \times 10^{-6})$
$\Delta \theta$	559.876	лет	Ω_{L54}	903.5307 - 318.3073t	$1208.7536 {+} 220.5568t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	-1.6881 + 53.2247t	-52.3382 - 16.8704t
	30.219	лет	Ω_{L52}	-0.0909-1.6142t	$2.2410 {+} 4.3751t$
	11.862	лет	λ_5	$1.1511{+}1.1354t$	-0.1613 + 1.0402t
	5.931	лет	J8	$0.3239{+}1.0349t$	-0.2345 + 0.4500t
$\Delta \tau$	11.862	лет	λ_5	$28.2358{+}6.3105t$	$-110.0283 {+} 0.3991t$
	559.876	лет	Ω_{L54}	$6.5603 {+} 2.4524t$	$-5.3943{+}1.0145t$
	5.931	лет	J8	$3.9688 {+} 0.2907t$	$-1.1641{+}0.4971t$
	16.754	сут.	D_{54}	$0.0094{+}0.1045t$	-1.4106 - 0.1240t
	16.689	сут.	λ_{54}	-0.1455 + 1.5076t	-1.0971-0.1713t
	137.352	лет	Ω_{L53}	-0.4401 + 0.7576t	$0.1985{+}0.3278t$
$\Delta(I\sigma)$	559.876	лет	Ω_{L54}	-555.9966 - 196.5872t	$494.8124{+}163.3462t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	$54.2386 {+} 27.2710t$	$-19.5596{+}69.7886t$
	11.862	лет	λ_5	-1.1051 - 4.2078t	2.9924 – 1.9101t
	30.219	лет	Ω_{L52}	$1.1234{+}10.2639t$	$-0.1216 {+} 0.4778t$
	15.110	лет	J7	$0.2219{+}0.7103t$	$0.8228 {+} 5.3319t$
	5.931	лет	J8	-0.4233 - 2.1163t	-0.0614 - 0.5769t
$ \vec{\Lambda} $	11.862	лет	λ_5	-28.2460 - 6.5182t	110.0456 - 0.5336t
	559.876	лет	Ω_{L54}	-9.0263 - 3.7558t	7.5280 – 0.3924t
	5.931	лет	J8	-3.9711 – 0.2908t	1.1631 – 0.4959t
	16.754	сут.	D_{54}	-0.0094 - 0.1045t	$1.4107 {+} 0.1239t$
	16.689	сут.	λ_{54}	0.1455 - 1.5077t	$1.0971 {+} 0.1713t$
	137.352	лет	Ω_{L53}	0.5745 – 0.6407t	-0.2758 - 0.3607t

В табл. 1 – 4 *t* – динамическое барицентрическое время (TDB) измеряется в юлианских тысячелетиях (tjy) (365250 юлианских дней) от эпохи J2000.0; Ω_{L51} , Ω_{L52} , Ω_{L53} , Ω_{L54} – долготы восходящих узлов орбит галилеевых спутников Юпитера на плоскости Лапласа (средней орбиты этих спутников эпохи J2000.0) от их пересечения с неподвижным экватором Земли ICRF эпохи J2000.0; λ_5 – средняя долгота Юпитера; λ_{51} , λ_{52} , λ_{53} , λ_{54} – средние юпитероцентрические долготы Ио (J1), Европы (J2), Ганимеда (J3), и Каллисто (J4), соответственно; $D_{51} = \lambda_{51} - \lambda_5 + 180^{\circ}$, $D_{52} = \lambda_{52} - \lambda_5 + 180^{\circ}$, $D_{53} = \lambda_{53} - \lambda_5 + 180^{\circ}$, $D_{54} = \lambda_{54} - \lambda_5 + 180^{\circ}$ –средние элонгации от Солнца Ио (J1), Европы (J2), Ганимеда (J3), и Каллисто (J4), соответственно. Средняя долгота Юпитера взята из работы (Brumberg, Bretagnon, 2000), средние долготы и долготы восходящих узлов галилеевых спутников Юпитера взяты из статьи (Archinal et al., 2018): Ja = 99°.360714+4850°.4046T, Jb = 175°.895369+1191°.9605T, Jc = 300°.323162+262°.5475T,

 $Jd = 114^{\circ}.012305 + 6070^{\circ}.2476T, Je = 49^{\circ}.511251 + 64^{\circ}.3000T, \lambda_5 = 34^{\circ}.35 + 3034^{\circ}.91T,$

 $J8 = 113^{\circ}.35 + 6070^{\circ}.0T, \ \lambda_{51} = W1 = 200^{\circ}.39 + 7432434^{\circ}.04T, \ \Omega_{L51} = J3 = 283^{\circ}.90 + 4850^{\circ}.7T,$

 $\lambda_{52} = \mathrm{W2} = 36^{\circ}.02 + 3702711^{\circ}.78T, \ \Omega_{L52} = \mathrm{J4} = 355^{\circ}.80 + 1191^{\circ}.3T, \ \ \mathrm{J7} = 352^{\circ}.25 + 2382^{\circ}.6T,$

 $\lambda_{53} = W3 = 44^{\circ}.06 + 1837850^{\circ}.64T, \ \Omega_{L53} = J5 = 119^{\circ}.90 + 262^{\circ}.1T,$

 $\lambda_{54} = W4 = 259^{\circ}.51 + 787883^{\circ}.39T, \ \Omega_{L54} = J6 = 229^{\circ}.80 + 64^{\circ}.3T,$

где *T* – динамическое барицентрическое время (TDB) измеряется в юлианских столетиях (cjy) (36525 юлианских дней) от эпохи J2000.0.

Способ I является более быстрым в нём используются только аналитические методы вычислений. Способ II более медленный так как в нём помимо аналитических методов используется метод

численного интегрирования. Его основное отличие от Способа I проявляется в более точном построении для рассматриваемых параметров вращения методом спектрального анализа спектров мощности (рис. 5-7), которые определяют порядок вычисления периодических членов геодезического вращения исследуемого тела, так как спектры строятся уже после численного интегрирования временных рядов скоростей геодезического вращения. После чего методом наименьших квадратов вычисляются периодические величины геодезического вращения исследуемого тела (табл. 3 и 4). В нашей предыдущей статье (Вершков и Пашкевич, 2023) подчёркивалось, использование Способа II даёт меньшие среднеквадратичные ошибки для вычисляемых вековых членов геодезического вращения исследуемых тел, а, следовательно, и более точные значения вычисляемых для них величин геодезической прецессии. Особенностью Способа II является то, что на точность конечного результата может влиять ошибка метода численного интегрирования. Выбор для решения данной задачи 10 узловых точек в численном методе «Гаусса-Лежандра» и шага численного интегрирования, равного 1/10 периода обращения исследуемого спутника вокруг Юпитера, позволяет обеспечить необходимую точность. Так же, для контроля получаемых результатов производилось сравнение с величинами, полученными Способом I (табл. 1 и 2). Тестирование двух методов с известными величинами вековых и периодических членов показало, что с заданными параметрами метода численного интегрирования Способ II является более точным для решения поставленной авторами задачи.

В Способе I для скоростей рассматриваемых параметров вращения спектры мощности строятся методом спектрального анализа используя временные ряды скоростей геодезического вращения. После чего методом наименьших квадратов вычисляются периодические величины скоростей геодезического вращения исследуемого тела. Потом в результате их аналитического интегрирования получаются периодические величины геодезического вращения исследуемого тела (табл. 1 и 2). В отличие от Способа II здесь нет накопления опшобок численного интегрирования (поскольку не применяется метод численного интегрирования), но построенные спектры мощности (рис. 2 – 4) относятся к временному ряду скоростей и поэтому вклады их мощностей могут отличаться от тех, которые относились непосредственно к самим углам (рис. 5 – 7)⁸. Следовательно, изменится порядок вычисления периодических членов геодезического вращения исследуемого тела и как следствие конечный результат. А именно, этот порядок будет вычислен для рассматриваемых параметров вращения по временным рядам их скоростей. Таким образом, использование Способа II является более предпочтительным, а значения членов геодезической нутации полученные этим способом (табл. 3 и 4) более точными.

Юпитер и его спутники находятся в среднем на одном расстоянии от Солнца, чья масса является доминирующей в Солнечной системе, и движутся относительно него в среднем с одной скоростью. Таким образом, одна из частей вектора угловой скорости геодезического вращения относительно барицентра Солнечной системы $\vec{\sigma}_{\rm SSB}$ для планет, имеющих спутники, и их спутников является результатом их орбитального движения вокруг SSB, а величины их геодезического вращения, вызванного влиянием Солнца, подобно величинам геодезического вращения Земли и Луны (Пашкевич, 2016), должны быть достаточно близки между собой. Подтверждения этого можно увидеть в значениях коэффициентов периодических членов с аргументом λ_5 геодезической нутации в $|\vec{\Lambda}|$ и $\Delta \tau$ (табл. 1 и 3), которые в соответствующих коэффициентах исследуемых небесных тел тоже достаточно близки друг другу.

На геодезическое вращение Юпитера его спутники оказывают малое влияние, поэтому основным для него является влияние от Солнца. Действительно, как видно из таблиц 1 и 3, в параметрах $|\vec{\Lambda}|$, $\Delta \psi$ и $\Delta \tau$ преобладающей по величине – основной гармоникой геодезической нутации Юпитера является гармоника с аргументом средней долготы Юпитера (λ_5), а величины её коэффициентов при периодических членах данной гармоники с аргументом λ_5 в $\Delta \psi$ и $\Delta \tau$, соответственно, близки друг к другу.

Как было показано в нашей предыдущей статье (Вершков и Пашкевич, 2023) геодезическое

⁸При интегрировании в знаменателе коэффициентов периодических членов появляется частота ν_{j1} аргумента см. (5), влияющая на вычисление вклада гармоник в спектре мощности.

вращение спутников Юпитера определяется не только Солнцем, но и Юпитером. Таким образом, другая часть вектора угловой скорости геодезического вращения относительно SSB $\vec{\sigma}_{\rm SSB}$ для планет, имеющих спутники, и их спутников является результатом их орбитального движения вокруг барицентра спутниковой системы планеты. Обращение галилеевых спутников вокруг двух барицентров JSB и SSB отражается в появлении для каждого спутника двух доминирующих гармоник с аргументом D_{5i} (j=1, 2, 3, 4 – номер спутника) и следующей за ней по величине гармоники с аргументом λ_5 в их параметрах геодезической нутации $\Delta \tau$ и $|\vec{\Lambda}|$ (табл. 1 и 3), соответственно. Из-за близости галиеевых спутников к Юпитеру, для вектора угловой скорости геодезического вращения исследуемого спутника относительно SSB $\vec{\sigma}_{SSB}$ вклад гармоник с аргументом D_{5j} в их параметрах геодезической нутации $\Delta \tau$ и $|\vec{\Lambda}|$ является наибольшим (табл. 1 и 3). Таким образом, величины геодезической нутации галиеевых спутников в параметрах $\Delta \tau$ и А значительно превосходят аналогичную величину геодезической нутации Юпитера (табл. 1 и 3). Это связано с тем, что из-за близкого к ним расстояния Юпитер оказывает большее влияние на их геодезическое вращение, чем Солнце на Юпитер. У Юпитера в этих параметрах ($\Delta \tau$ и $|\Lambda|$) доминирует гармоника с аргументом λ_5 , отражающая его обращение вокруг SSB, поскольку, как уже было сказано, его спутники оказывают малое влияние. Для вектора угловой скорости геодезического вращения исследуемого спутника относительно JSB $\vec{\sigma}_{\rm JSB}$ гармоника с аргументом D_{5i} в этих параметрах ($\Delta \tau$ и $|\vec{\Lambda}|$) на два порядка меньше (табл. 2 и 4). В них доминирует гармоника с аргументом λ_5 . Это указывает на то, что в периодических членах геодезического вращения исследуемых тел всегда преобладают внешние возмущения. Таким в периодических членах геодезического вращения исследуемого тела относительно плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 и JSB является возмущение от Солнца, а в периодических членах геодезического вращения исследуемого тела относительно плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 и SSB для галилеевых спутников на первом месте становится возмущение от Юпитера, а затем от Солнца.

Как было показано в нашей предыдущей статье (Вершков и Пашкевич, 2023), для всех исследуемых спутников абсолютная величина вектора угловой скорости геодезического вращения $|\vec{\sigma}_{\rm SSB}|$ больше абсолютной величины вектора угловой скорости геодезического вращения $|\vec{\sigma}_{\rm SSB}|$, а величина геодезического вращения спутников Юпитера убывает с увеличением их расстояния от Юпитера.

3 Заключение

В данной работе двумя способами на 800-летнем интервале времени исследовался релятивистский эффект геодезической нутации во вращении Юпитера и его галилеевых спутников (Ио, Европы, Ганимеда и Каллисто). Для этого был использован модифицированный метод (Вершков и Пашкевич, 2023), разработанный в статье (Пашкевич, 2016), который применим для вычисления величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, имеющих долгосрочные эфемериды. В результате впервые определены наиболее существенные периодические члены геодезического вращения (геодезической нутации):

- Юпитера и его галилеевых спутников в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела относительно барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0;
- галилеевых спутников Юпитера в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела относительно барицентра системы спутников Юпитера и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0.

Данное исследование показало, что из двух способов, используемых в данной работе для вычисления вековых и периодических величин геодезического вращения исследуемого тела, Способ II является более предпочтительным для решения поставленной авторами задачи, а значения членов геодезической нутации полученные этим способом (табл. 3 и 4) более точными. Уровень точности вычисления параметров (полученных Способом II) величин геодезической нутации исследуемых небесных тел составил 0.1 микросекунд дуги.

Полученные аналитические величины геодезической нутации исследуемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования вращения этих тел в релятивистском приближении, а также при изучении влияния внутренних физических процессов этих тел на их вращения. Заметим, что для спутников Юпитера внутренние физические явления, оказывающие влияние на их вращение, например, связанные с приливами от Юпитера и наличием жидкого вещества в недрах спутников, могут оказаться близкими по величине с эффектом геодезической нутации. Таким образом, один эффект будет накладываться на другой и на практике выделить их из наблюдений будет непросто. Поэтому вычисления эффектов геодезической нутации может позволить отделить одно явление от другого.

Список литературы

Абалакин В.К. (1979) Основы эфемеридной астрономии. М.: Наука, 448 с.

- Вулард Э. (1963) Теория вращения Земли вокруг центра масс. М.: Физматгиз, 144 с.
- Вершков А.Н., Пашкевич В.В. (2023) Зависимость геодезической прецессии от выбора системы координат на примере галилеевых спутников Юпитера. Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове. № 230. с. 29–44. (https://doi.org/10.31725/0367-7966-2023-230-4).
- Пашкевич В.В. (2016) Геодезическое (релятивистское) вращение тел Солнечной системы. Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Том 3. Вып. 3. с. 506–516.
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н., Мельников А.В. (2021) Динамика вращения внутренних спутников Юпитера. Астрон. вестн. Т. 55. № 1. С. 50–64. (https://doi.org/10.31857/S0320930X20330038).
- Суслов Г.К. (1946) Теоретическая механика. ОГИЗ. Москва-Ленинград. 655 с.
- Archinal B.A., Acton C.H., A'Hearn M.F., Conrad A., Consolmagno G.J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J. L., Kirk R. L., Klioner S. A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P. K., Tholen D. J., Thomas P. C., Williams I. P. (2018) Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015. Celest. Mech. Dyn. Astr. Vol. 130. № 22. P. 21–46. (https://doi.org/10.1007/s10569-017-9805-5).
- Bretagnon P., Francou G., Rocher P., and Simon J.L. (1998) SMART97: a new solution for the rotation of the rigid Earth. A&A. Vol. 329. P. 329–338.
- Brumberg V.A., Bretagnon P. (2000) SKinematical relativistic corrections for Earth's rotation parameters. Proc. IAU Colloq. 180. U.S. Naval Observatory. P. 293–302.
- De Sitter W. (1916) On Einstein's Theory of Gravitation and its Astronomical Consequences. Mon. Not. R. Astron. Soc. № 77. P. 155–184. (https://doi.org/10.1093/mnras/77.2.155).
- Eroshkin G.I., Pashkevich V.V. (2007) Geodetic rotation of the Solar system bodies. Artificial Satellites. Vol. 42. № 1. P. 59–70. (https://doi.org/10.2478/v10018-007-0017-1).
- Fukushima T. (1991) Geodesic Nutation. Astronomy and Astrophysics. Vol. 244. № 1. P. L11–L12.
- Giorgini J.D., Chodas P.W., Yeomans D.K. (2001) Orbit Uncertainty and Close-Approach Analysis Capabilities of the Horizons On-Line Ephemeris System. 33rd AAS/DPS meeting in New Orleans. LA. Nov 26. – Dec 01. 2001.

- Jenkins G.M., Watts D.G. (1969) Spectral analysis and its applications. San Francisko, Cambridge, London, Amsterdam: Holden-day. 525 P.
- Kopeikin S., Efroimsky M. and Kaplan G. (2011) Relativistic Celestial Mechanics in the Solar System. CityplaceHoboken, StateNJ : John Wiley & Sons. P. 1–894. (DOI: 10.1002/9783527634569).
- Lense J. and Thirring H. (1918) Uber den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie. Physikalische Zeitschrift. V. 19, P. 156–163 (Bibcode 1918PhyZ ... 19..156L (https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1918PhyZ...19..156L)).
- Pashkevich V.V., Vershkov A.N., Mel'nikov A.V. (2021) Rotational dynamics of the inner satellites of Jupiter. Sol. Syst. Res. V. 55. № 1. P. 47–60. (https://doi.org/10.1134/S0038094620330035).
- Pashkevich V.V., Vershkov A.N. (2022) Geodetic precession of the Sun, Solar system planets, and their satellites. Artificial Satellites. Vol. 57. № 1. P. 77–109. (DOI: 10.2478/arsa-2022-0005).
- Park R.S., Folkner W.M, Williams J.G., Boggs D.H. (2021) The JPL Planetary and Lunar Ephemerides DE440 and DE441. The Astronomical Journal, 161:105. 2021. P. 1–15. (DOI: 10.3847/1538-3881/abd414).
- Press William H., Flannery Brian P., Teukolsky Saul A., Vetterling William T. (1986) Numerical recipes: The art of scientific computing. Cambridge University Press. Cambridge. New York. New Rochelle. Melbourne. Sydney. 20+818 pp.
- Soffel, M., Klioner, S. A., Petit, G., Wolf P., Kopeikin S. M., Bretagnon P., Brumberg V. A., Capitaine N., Damour T., Fukushima T., Guinot B., Huang T.-Y., Lindegren L., Ma C., Nordtvedt K., Ries J. C., Seidelmann P. K., Vokrouhlicky ´ D., Will C. M., and Xu C. (2003) The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: explanatory supplement. The Astronomical Journal, 126, P. 2687–2706.

Thomas L. H. (1926) Motion of the spinning electron. Nature. Vol. 117. P. 514.

Geodetic nutation of Jupiter and its Galilean moons

V.V. Pashkevich¹, A.N. Vershkov¹

¹ The Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo

Abstract

In the article, the relativistic effect of geodetic nutation in the rotation of Jupiter and its Galilean moons (Io, Europa, Ganymede and Callisto) was investigated in two ways over an 800-year time interval. As a result, for the first time, the most significant periodic terms of the geodetic rotation of these celestial bodies relative to: a) the barycenter of the Solar system and the plane of the mean orbit of Jupiter of the epoch J2000.0 in the Euler angles, in the disturbing terms of the physical libration and in the absolute magnitude of the angular rotation vector of the geodetic rotation of the studied satellite of the epoch J2000.0 in the disturbing terms of the physical libration and in the absolute magnitude of the angular rotation vector of the geodetic rotation and in the absolute magnitude of the studied satellite of the epoch J2000.0 in the disturbing terms of the physical libration and in the absolute magnitude of the geodetic rotation of the body under study; b) (with the exception of Jupiter) the barycenter of the Jupiter satellite system and the mean orbit of the studied satellite of the epoch J2000.0 in the disturbing terms of the physical libration and in the absolute magnitude of the angular rotation vector of the geodetic rotation of the body under study. It is shown that the use of Way II in this study, which uses the numerical integration procedure, is more preferable, and the values of the geodetic nutation terms obtained by this way are more accurate. The accuracy level of calculating the parameters (obtained by Way II) for the geodetic nutation values of the studied celestial bodies was 0.1 microarcseconds. The obtained analytical values of geodetic nutation of the studied celestial bodies can be used for numerical investigation of the rotation of these bodies in the relativistic approximation.