



# Анализ регулярности/хаотичности динамики шаровых скоплений в центральной области Млечного Пути

А.Т. Байкова<sup>1\*</sup>, А.А. Смирнов<sup>1</sup>, В.В. Бобылев<sup>1</sup>

<sup>1</sup> ГАО РАН

Поступила в редакцию 10 апреля 2024 / Принята к публикации 22 мая 2024

## Аннотация

Проведен анализ регулярности/хаотичности орбит 45 шаровых скоплений в центральной области Галактики радиусом 3.5 кпк, подверженных наибольшему воздействию со стороны вытянутого вращающегося бара. Используются различные методы анализа, а именно, методы вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова, метод сечений Пуанкаре, частотный метод, основанный на вычислении фундаментальных частот, а также метод визуальной оценки. Обнаружена бимодальность в гистограмме распределения положительных показателей Ляпунова, вычисленных в классическом варианте, без перенормировки орбиты с возмущенными начальными фазовыми точками относительно орбиты с заданными начальными фазовыми точками, позволяющая реализовать вероятностный метод классификации ШС. Для построения орбит шаровых скоплений использована модель гравитационного потенциала с баром в виде трехосного эллипсоида, подробно описанная в работе Байковой и др., Известия ГАО в Пулкове, 2023, 228, 1. Приняты следующие параметры бара: масса  $10^{10} M_{\odot}$ , длина большой полуоси 5 кпк, угол поворота оси бара  $25^{\circ}$ , скорость вращения 40 км/с/кпк. Для формирования 6D-фазового пространства, требуемого для интегрирования орбит, использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia (EDR3) (Vasiliev, Baumgardt, 2021), а также новые уточненные средние расстояния до шаровых скоплений (Baumgardt, Vasiliev, 2021). Произведена классификация шаровых скоплений с регулярной и хаотической динамикой. Как показал анализ, шаровые скопления, обладающие малыми перицентрическими расстояниями и большими эксцентриситетами, в наибольшей степени подвержены влиянию бара и демонстрируют наибольшую хаотичность. Показано, что результаты классификации шаровых скоплений по характеру орбитальной динамики, полученные с использованием рассмотренных в работе различных методов анализа, хорошо коррелируют друг с другом.

**ключевые слова:** Галактика: бар, балдж—шаровые скопления: хаотическая динамика

## Введение

Данная работа является продолжением серии работ авторов (Байкова и Бобылев, 2022; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023a; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023b; Смирнов, Бобылев и Байкова, 2023; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023c; Smirnov, Bajkova и Bobylev, 2024), посвященных исследованию орбитальной динамики шаровых скоплений (ШС). Так, в работе (Байкова и Бобылев, 2022) представлен каталог орбит 152 галактических шаровых скоплений по новейшим астрометрическим данным со спутника Gaia (Gaia EDR3) (Vasiliev и Baumgardt, 2021), а также новым уточненным средним расстояниям (Baumgardt и Vasiliev, 2021). В работе (Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023a) был проведен анализ (по тем же данным) влияния галактического бара на орбитальное движение шаровых скоплений в центральной области Галактики. Для этой задачи было отобрано 45 шаровых скоплений в центральной галактической области радиусом 3.5 кпк, 34 из

\*e-mail: bajkova@gaoran.ru

которых принадлежат балджу и 11 – диску. Список отобранных ШС приводится в таблице 1. Были получены орбиты шаровых скоплений как в осесимметричном потенциале, так и в потенциале, включающем модель бара в виде трехосного эллипсоида. При этом варьировались масса, скорость вращения и размеры бара. Было произведено сравнение таких орбитальных параметров как апоцентрическое и перигалическое расстояния, эксцентриситет и максимальное расстояние от галактической плоскости.

Второй этап исследований, направленных на изучение влияния бара на орбитальное движение шаровых скоплений, был посвящен задаче выявления объектов, захваченных баром, с использованием методов спектральной динамики (Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023b; Смирнов, Бобылев и Байкова, 2023; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023c; Smirnov, Bajkova и Bobylev, 2024). Целью настоящей работы является анализ регулярности/хаотичности орбит всех 45 отобранных ШС в центральной области Галактики с использованием различных методов, а именно, методов вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова (МХПЛ) (в классическом варианте и в варианте с перенормировкой "теневого" орбиты, соответствующей возмущенным начальным фазовым точкам, относительно "опорной" орбиты с заданными начальными фазовыми точками), сечений Пуанкаре, частотного метода, основанного на вычислении фундаментальных частот, а также визуальной оценки по изображениям опорной и теневой орбит. Все 45 ШС перечислены в таблице 1: в первой колонке даны порядковые номера, а во второй – наименования ШС. В качестве модели бара рассмотрена модель вытянутого трехосного эллипсоида с наиболее вероятными параметрами, известными из литературы (например, Palous, Jungwiert и Koresky, 1993; Sanders и др., 2019): массой  $10^{10} M_{\odot}$ , длиной большой полуоси 5 кпк, углом наклона к оси  $X$   $25^{\circ}$ , скоростью вращения 40 км/с/кпк.

Необходимо отметить, что проблема регулярности/хаотичности орбитального движения ШС в центральной области Галактики нами уже рассматривалась в работе (Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023c), но это рассмотрение было очень поверхностным и опиралось только на один метод, а именно на методе вычисления МХПЛ в классическом варианте, т. е. без перенормировки теневой орбиты. Выводы, сделанные в этой работе, не являются корректными для всех ШС выборки. Поэтому в данной работе ставится задача более глубокого анализа с использованием нескольких наиболее эффективных методов оценки хаотичности орбит.

Поскольку ШС в центральной области Галактики подвержены наибольшему воздействию со стороны вытянутого вращающегося бара, то вопрос о характере орбитального движения ШС – регулярного или хаотического – представляет большой интерес. Так, например, в работе (Machado и Manos, 2016) показано, что основная доля хаотических орбит должна быть именно в области бара.

В данной работе мы ограничиваемся рассмотрением задачи выявления ШС с хаотической динамикой на примере гравитационного потенциала, традиционно используемого нами для анализа орбитального движения ШС (Байкова и Бобылев, 2022; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023a; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023b; Смирнов, Бобылев и Байкова, 2023; Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023c). Наиболее подробное описание модели гравитационного потенциала Галактики, включающей в себя трехкомпонентную осесимметричную часть (балдж, диск, гало) и встроенный центральный вытянутый бар, а также астрометрических данных с космического аппарата Gaia, необходимых для формирования 6D-фазового пространства для интегрирования орбит, дается в уже упомянутой работе (Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023a). Там же производится отбор 45 шаровых скоплений. В работе (Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023a) даются также все необходимые литературные ссылки. Поэтому в данной работе мы опускаем все технические детали, связанные с описанием гравитационного потенциала как осесимметричного, так и неосесимметричного, данных, а также отбора шаровых скоплений. Здесь рассматриваются лишь методические вопросы, связанные с анализом регулярности/хаотичности орбитального движения ШС, основанного на перечисленных выше методах, которому посвящен раздел 1. В разделе 2 производится сравнение полученных результатов классификации ШС. В разделе Выводы сформулированы основные результаты работы.



# 1 Методы и результаты анализа регулярности/хаотичности орбитальной динамики ШС

## 1.1 Прямой метод вычисления МХПЛ – вероятностный метод

Максимальные значения ХПЛ (МХПЛ) вычисляем методом "теневого" траектории по следующей формуле (Мельников, 2018):

$$L(n) = \frac{1}{n\delta t} \sum_{i=1}^n \ln \frac{D_i}{D_{i-1}}, \quad (1)$$

где  $D_i$  – расстояние в трехмерном пространстве между опорной и теневой фазовыми точками на  $i$ -ом шаге интегрирования,  $D_0$  – длина вектора смещения в начальный момент времени,  $\delta t$  – фиксированная величина шага интегрирования по времени. Истинное значение МХПЛ равно пределу  $L(n)$  при  $n \rightarrow \infty$ , т.е. при стремлении времени интегрирования к бесконечности, и  $D_0 \rightarrow 0$ . На практике в качестве значения МХПЛ принимают  $L(n)$ , полученное при большом значении  $n$ . При этом ненулевые положительные значения МХПЛ указывают на хаотический, а нулевые и отрицательные значения – на регулярный характер движения.

В классическом варианте, т.е. при отсутствии перенормировки теневой орбиты формула (1) преобразуется в более простую:

$$L(n) = \frac{1}{n\delta t} \ln \frac{D_n}{D_0}. \quad (2)$$

Зависимости  $L(n)$ , полученные для орбит всех 45 шаровых скоплений при следующем возмущении фазовой начальной точки:  $x_1 = x_0 + x_0 \times 0.00001$ ,  $y_1 = y_0 + y_0 \times 0.00001$ ,  $z_1 = z_0 + z_0 \times 0.00001$ , изображены на рис. 1. В верхнем ряду функции  $L(n)$  представлены на интервале времени 1200 млрд лет, в нижнем ряду – 20 млрд лет; на левых панелях функции  $L(n)$  даются в линейном масштабе, на правых – в логарифмическом. Из графиков видно, что приближения показателей Ляпунова положительны и стремятся с увеличением  $n$  к нулю. Кроме того, множество из 45 функций  $L(n)$  делится на два семейства, особенно хорошо это видно для графиков на более коротком интервале времени 20 млрд лет. Это указывает на бимодальность в распределении приближений МХПЛ.

Гистограмма распределения приближений МХПЛ для  $t = 12$  млрд лет приведена на рис. 2, где эта бимодальность отчетливо видна. Аппроксимируя гистограмму двумя гауссовыми распределениями методом наименьших квадратов и вычисляя для каждого ШС вероятность принадлежности тому или другому распределению, получаем вероятностный метод разделения всего множества ШС на два подмножества с относительно малыми (левая гауссиана) и большими значениями МХПЛ (правая гауссиана), указывающими на разную степень расхождения опорной и теневой орбит. В результате применения вероятностного метода мы получили два списка: первый список из 26 ШС с минимальными расхождениями между опорной и теневой орбитами (NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380, Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9, NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637, NGC 6717, NGC 6723, Terzan 3, NGC 6304, Pismis 26, NGC 6569, E456-78, NGC 6540, Djorg 2, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6388, NGC 6539, NGC 6553) и второй список из 19 ШС с заметными расхождениями между опорной и теневой орбитами на длительных интервалах времени (NGC 6144, E452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6325, NGC 6652). Мы предполагаем, что в первый список входят ШС с регулярными орбитами, во второй – с хаотическими.

С целью объяснения полученной бимодальности приближений МХПЛ мы построили зависимости  $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$  от  $n$  для каждого ШС и получили два вида графиков, типичных для ШС из первого и второго списков, показанные на левой и правой верхних панелях рис. 3 соответственно. Мы видим различный характер полученных зависимостей  $f(n)$ . В первом случае кривая

$f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$  имеет более гладкую (с минимальным разбросом) и пологую форму, чем во втором случае, при этом при стремлении  $n$  к бесконечности кривая продолжает расти, хотя и с сильным замедлением. Во втором случае значения функции  $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$  уже при сравнительно небольших значениях  $n$  довольно резко достигают больших величин, правда с большим разбросом, и с дальнейшим увеличением  $n$  выходят в насыщение. При этом размах кривой в первом случае на рассматриваемом интервале времени 1200 млрд. лет несколько ниже, чем во втором случае. Графическая иллюстрация для всех 45 ШС дана на рис. 10 в шестом сверху горизонтальном ряду панелей. Теперь ясен и характер "гиперболической" зависимости  $L(n)$  (рис. 2), вычисляемой по формуле (1) и асимптотически стремящейся к нулю с увеличением  $n$  не только для предположительно регулярных, но и хаотических орбит, а также понятна причина бимодальности распределений приближений МХПЛ ШС нашей выборки.

Отметим, что нами здесь рассмотрен случай вычисления приближений МХПЛ без перенормировки теневой орбиты (формула (2)). Естественно, что этот алгоритм в силу полученных зависимостей  $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$ , когда наблюдается очень большое отклонение опорных и теневых фазовых точек, не может служить для корректного вычисления МХПЛ. При вычислениях по формуле (1) должна производиться периодическая перенормировка положения теневой фазовой точки относительно опорной по расстоянию  $D$  между ними, с тем, чтобы это расстояние было всегда относительно малым. Однако, алгоритм без перенормировки вполне годится для разделения регулярных и хаотических орбит в силу различия зависимостей  $f(n) = \ln \frac{D_n}{D_0}$ . Этот алгоритм в дальнейшем будем называть просто вероятностным, поскольку он разделяет ШС по принципу максимума вероятности принадлежности множеству ШС с регулярным или хаотическим движением.

Обозначения классификации ШС с регулярными (Regular) (R) и хаотическими (Chaotic) (C) движением, полученной вероятностным методом, занесены в третью колонку таблицы 1.

## 1.2 Вычисление МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты

Для корректного вычисления МХПЛ была проведена перенормировка вектора смещения теневой фазовой точки от опорной на каждом небольшом интервале времени  $\Delta t$  таким образом, чтобы фазовая точка теневой орбиты сдвигалась по вектору, разделяющему фазовые точки опорной и теневой орбит, обратно к первоначальному значению модуля смещения  $D_0$  (см., например, рис.9.9 в (Мюррей и Дермотт, 2009)). Если сделано  $n_t$  шагов, то оценка МХПЛ дается модифицированной формулой ((Мюррей и Дермотт, 2009; Морбиделли, 2014))

$$L(t) = \frac{1}{n_t \Delta t} \sum_{i=1}^{n_t} \ln \frac{D_i}{D_0}, \quad (3)$$

где  $t = n_t \Delta t$  – суммарный интервал интегрирования.

Для ШС нашей выборки мы опытным путем установили, что оптимальным размером интервала перенормировки  $\Delta t$  является величина, равная  $(30 - 50)\delta t$ , где  $\delta t$  – шаг интегрирования орбиты по времени (см. также формулу (1)). В нашем случае  $\delta t = 0.0001$  млрд лет для всех ШС. Величина интервала перенормировки  $\Delta t$  для каждого ШС подбиралась индивидуально из приведенного интервала. Мы вычислили расстояния между опорной и теневой орбитами как функции от времени в единицах  $\ln(\frac{D_t}{D_0})$  в каждой дискретной точке  $t_n = n * \delta t$  на интервале времени 120 млрд лет в случае перенормировки теневой орбиты, которые приводятся в нижнем ряду панелей рис. 3 для NGC 6266 слева и для NGC 6355 справа. Сравнение с аналогичными зависимостями, полученными без перенормировки теневой орбиты (верхний ряд панелей рис. 3), показывает, что перенормировка теневой орбиты привела к существенному уменьшению расстояния между фазовыми точками опорной и теневой орбит. Это позволило корректно вычислять приближения МХПЛ. Единицей измерения МХПЛ в нашем случае является величина, обратно пропорциональная времени в 1 млрд лет, т.е  $1/(\text{млрд лет})$ . Значения приближений МХПЛ, вычисленные по формуле (3) с перенормировкой теневой орбиты относительно опорной на интервале  $\Delta t$  на протяжении суммарного времени интегрирования 120 млрд лет, составили  $-0.017/(\text{млрд лет})$  ( $<0$ )

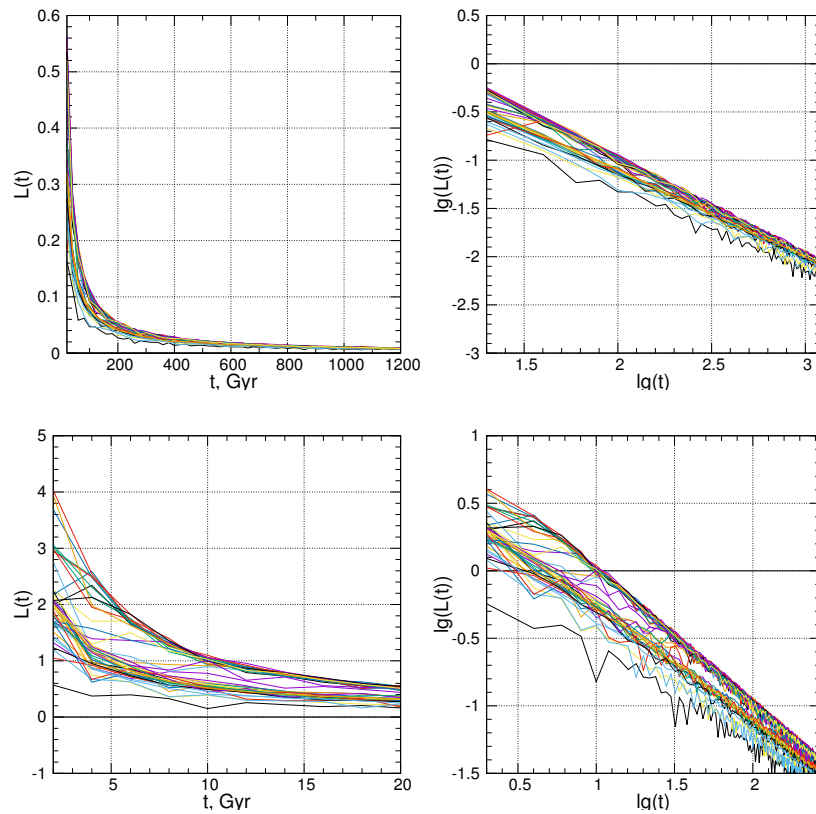


Рис. 1: Вычисление приближений МХПЛ без перенормировки теневой орбиты как функции времени для 45 ШС. Верхний ряд – максимальный интервал времени 1200 млрд лет, нижний ряд – 20 млрд лет; на левых панелях функции представлены в линейном масштабе, на правых – в логарифмическом.

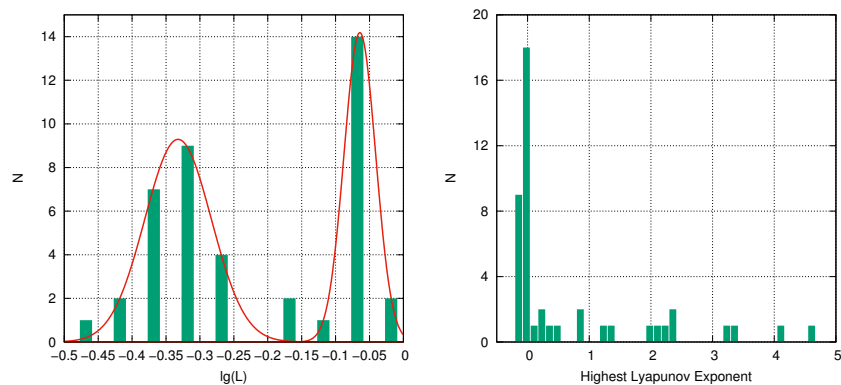


Рис. 2: Слева: гистограмма распределения приближений МХПЛ без перенормировки теневой орбиты для 45 ШС при  $t = 12$  млрд лет. Аппроксимация гистограммы двумя гауссианами (красная линия) позволяет реализовать вероятностный метод разделения ШС с регулярными (левая гауссиана) и хаотическими орбитами (правая гауссиана). Справа: гистограмма распределения приближений МХПЛ, полученных на интервале 120 млрд лет с перенормировкой теневой орбиты.

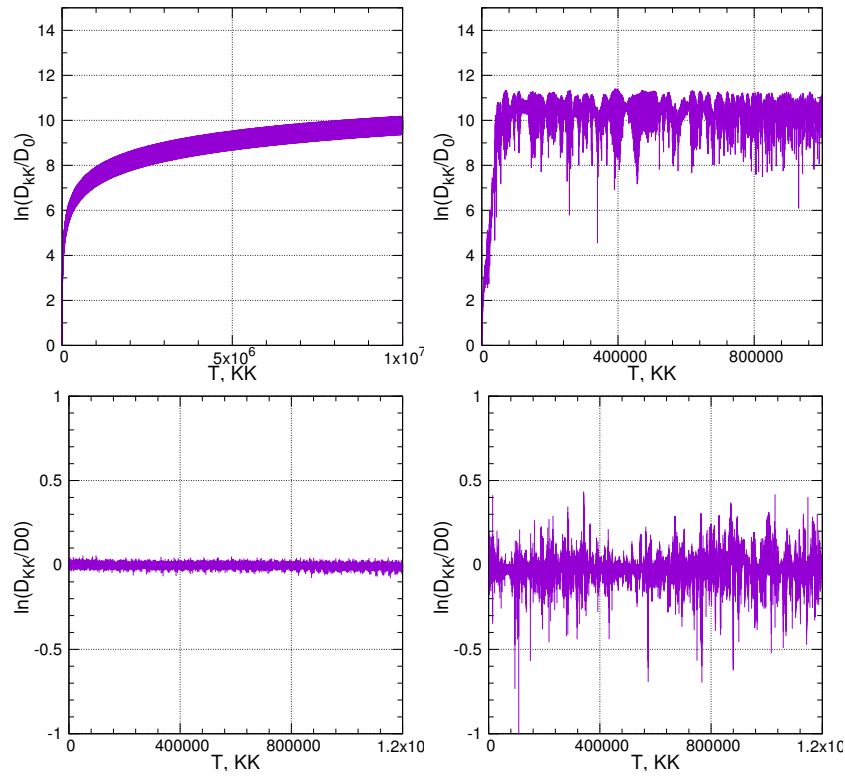


Рис. 3: Типичные примеры зависимости  $\ln(\frac{D_t}{D_0})$  для предположительно регулярных (левая верхняя панель) и хаотических орбит (правая верхняя панель) в случае вычисления МХПЛ без перенормировки теневой орбиты. Здесь в качестве времени  $t$  выступают дискретные отсчеты  $KK$ , величина шага по времени  $0.1$  млн лет, т.е.  $t = 0.1 \times KK$  млн лет. Приведены примеры для NGC 6266 (регулярная орбита) и NGC 6355 (хаотическая орбита). Зависимости  $\ln(\frac{D_t}{D_0})$  в случае перенормировки теневой орбиты приводятся на левой нижней панели для NGC 6266 и на правой нижней панели для NGC 6355. Верхний ряд зависимостей приведен на интервале времени  $100$  млрд лет, нижний ряд –  $120$  млрд лет.

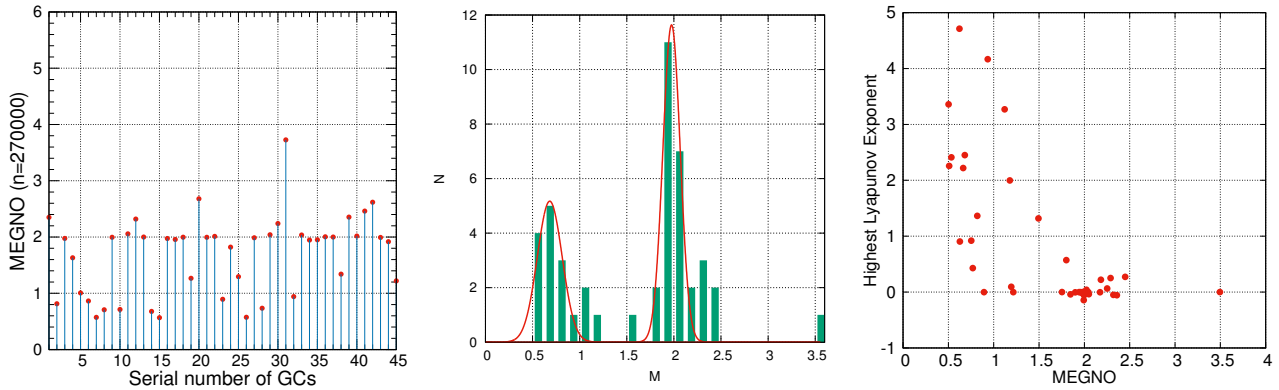


Рис. 4: Приближения MEGNO для 45 ШС на интервале времени 270 млрд лет (левая панель). Гистограмма распределения приближений MEGNO и ее аппроксимация двумя гауссианами (красная линия), позволяющая реализовать вероятностный метод разделения ШС с регулярными и хаотическими орбитами (средняя панель). Диаграмма "MEGNO - МХПЛ" (правая панель)

для NGC 6266 и 2.257/(млрд лет) ( $>0$ ) для NGC 6355, что указывает на регулярность орбиты в первом случае и хаотичность во втором.

Мы вычислили приближения МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты для всех 45 ШС нашей выборки. Соответствующая гистограмма распределения значений МХПЛ изображена на правой панели рис. 2. В список ШС с регулярными орбитами вошли объекты с значениями приближений МХПЛ  $<0$ , в список ШС с хаотическими орбитами – ШС с значениями МХПЛ  $>0$ . Значения приближений МХПЛ вместе с обозначениями орбит – регулярных (R) или хаотических (C) приведены в пятой колонке таблицы 1. Отметим, что настоящая классификация несколько отличается от предыдущей, полученной вероятностным методом (см. также третью колонку таблицы 1). Коэффициент корреляции между результатами классификации орбит этими двумя методами составляет  $K_c=0.60$  (таблица 3). Подробное сравнение результатов анализа регулярности орбит ШС, полученных различными методами, будет дано ниже в разделе 2.

### 1.3 MEGNO

Описание MEGNO (Mean Exponential Growth factor of Nearby Orbits) можно найти в работах (Мельников, 2018; Морбиделли, 2014). MEGNO является одним из наиболее широко распространенных методов для выявления хаоса в различных задачах небесной механики, причем на существенно меньших временах по сравнению с МХПЛ. При анализе регулярности орбит мы используем то свойство MEGNO, что в случае регулярной траектории  $M(t) \rightarrow 2$  при  $t \rightarrow \infty$ .

В настоящей работе мы используем метод, хорошо описанный в (Мельников, 2018) и предложенный Breiter и др. в работе (Breiter и др., 2005) для случая численного интегрирования с постоянным шагом, который заключается в следующем: величина параметра MEGNO на  $n$ -м шаге интегрирования определяется по формуле:

$$m(n) = \frac{n-1}{n}m(n-1) + 2 \ln \frac{D_n}{D_{n-1}}. \quad (4)$$

Для усредненной по времени величины MEGNO имеем:

$$M(n) = \frac{1}{n}((n-1)M(n-1) + m(n)), \quad (5)$$

полагая  $m(0) = 0$  и  $M(0) = 0$ .

Для корректного вычисления значений MEGNO так же, как для корректного вычисления значений МХПЛ требуется перенормировка положения теневой фазовой точки относительно опорной по расстоянию  $D$  между ними. Но поскольку оценки величины МХПЛ с помощью MEGNO



характеризуются меньшей надежностью, чем непосредственное вычисление МХПЛ (см. (Мельников, 2018) и ссылки там), то мы ограничились вычислением MEGNO без перенормировки теневой орбиты с целью получения лишь качественного результата, пригодного для разделения регулярных и хаотических орбит аналогично вероятностному методу, основанному на вычислении МХПЛ без перенормировки (см. раздел 1.1).

Результат применения формул (4)-(5) к нашей выборке на интервале времени 270 млрд лет ( $n=270000$ ,  $\delta t = 0.001$  млрд лет) изображен на рис. 4. Значения приближений MEGNO для 45 ШС показаны на левой панели (по оси абсцисс отложены порядковые номера ШС в соответствии с таблицей 1). Гистограмма распределения приближений MEGNO и ее аппроксимация двумя гауссианами (красная линия), позволяющая реализовать вероятностный метод разделения ШС с регулярными (правая гауссиана с центром в точке  $M \approx 2$ ) и хаотическими орбитами (левая гауссиана), приведены на средней панели.

Списки ШС с регулярными и хаотическими орбитами, полученные на основе MEGNO и МХПЛ без нормировки теневой орбиты, практически совпадают (за исключением NGC 6144) (см. четвертую колонку таблицы 1, где указаны значения приближений MEGNO для каждого ШС и обозначения классификации орбит – (R) или (C)). Коэффициент корреляции между этими результатами классификации составляет  $K_c = 0.95$  (см. таблицу 3).

Диаграмма "MEGNO - МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты" изображена на правой панели рис. 4. Коэффициент корреляции между вычисленными значениями приближений MEGNO и МХПЛ составляет  $K_c = 0.70$  (см. таблицу 2).

#### 1.4 Сечения Пуанкаре

Одним из методов определения характера движения (регулярного или хаотического) является анализ сечений Пуанкаре (Мюррей и Дермотт, 2009). Алгоритм, использованный нами для построения отображений, заключается в следующем:

1. Рассматриваем фазовое пространство  $(X, Y, V_x, V_y)$ .
2. Исключаем  $V_y$  используя закон сохранения интеграла Якоби и переходим в пространство  $(X, Y, V_x)$ .
3. Определяем плоскость  $Y = 0$ , точки пересечения с орбитой обозначим на плоскости  $(X, V_x)$ . Берем только те точки, в которых  $V_y > 0$ .

Аналогично может быть рассмотрено фазовое пространство  $(Y, Z, V_y, V_z)$  или  $(R, Z, V_R, V_z)$ . Тогда сечения Пуанкаре будут отражены на плоскости  $(Y, V_y)$  или  $(R, V_R)$  соответственно.

Если точки пересечения плоскости складываются в непрерывную гладкую линию (или несколько разделенных линий), то движение считается регулярным. В случае хаотического движения вместо того, чтобы располагаться на гладкой кривой, точки заполняют двумерную область фазового пространства, причем иногда возникает эффект прилипания точек к границам островов, соответствующих упорядоченному движению (Мюррей и Дермотт, 2009).

Надо отметить, что для осесимметричных моделей потенциала, к каким относится и рассматриваемый в данной работе потенциал, включающий вращающийся центральный бар, сечения Пуанкаре имеют более сложную структуру, чем в случае осесимметричной модели. Если в случае осесимметричных моделей для регулярных орбит сечения Пуанкаре как правило представляют собой ровную линию, то в случае неосимметричных моделей для многих орбит получаются более сложные рисунки. Такие орбиты неверно было бы назвать хаотическими, так как в расположении точек наблюдаются очевидные закономерности, однако одиночную линию они уже могут не образовывать. Таким образом, задача разделения орбит на регулярные и хаотические на основе сечений Пуанкаре заметно усложняется и не лишена черт субъективности. Поэтому приобретает большое значение привлечение наряду с сечениями Пуанкаре и других методов анализа и вынесение решения о характере движения объектов по результатам использования нескольких независимых подходов.

На рис. 5 приведен пример сечений Пуанкаре для регулярного (NGC 6266) и хаотического (NGC 6355) движения.

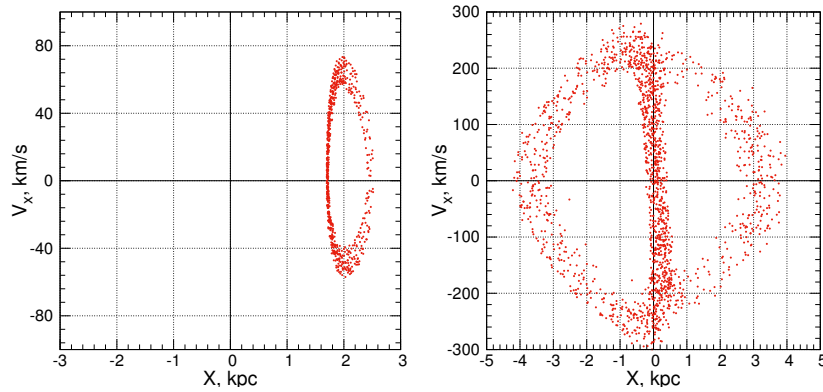


Рис. 5: Сечения Пуанкаре. Слева: для NGC 6266 (регулярная орбита), справа: NGC 6355 (хаотическая орбита).

Мы вычислили сечения Пуанкаре  $(X, V_x)$  для всех 45 ШС и путем их визуального анализа попытались определить характер движения ШС – (R) или (C) с максимально возможной объективностью, иногда (в сложных случаях) привлекая на помощь результаты более объективного (на наш взгляд) метода, основанного на частотном анализе, который рассматривается в следующем разделе. Результаты классификации отражены в шестой колонке таблицы 1, а графическое представление сечений – на рис. 10 в пятом (сверху) горизонтальном ряду панелей.

### 1.5 Частотный метод

Другой способ изучения регулярности/хаотичности орбит связан с использованием орбитальных частот (Nieuwmunster и др., 2024; Valluri и др., 2010) (см. раздел 3.1 в последней работе) показали, что можно измерить стохастичность орбиты на основе сдвига фундаментальных частот, определенных в течение двух последовательных интервалов времени. Для каждой частотной компоненты  $f_i$  вычисляется параметр, который называется дрейфом частоты:

$$\lg(\Delta f_i) = \lg \left| \frac{\Omega_i(t_1) - \Omega_i(t_2)}{\Omega_i(t_1)} \right| \quad (6)$$

где  $i$  определяет частотную составляющую в декартовых координатах (т.е.  $\lg(\Delta f_x), \lg(\Delta f_y)$  и  $\lg(\Delta f_z)$ ). Затем наибольшее значение этих трех параметров дрейфа частоты  $\lg(\Delta f_x)$  приписывается параметру дрейфа частоты  $\lg(\Delta f)$ . Чем выше значение  $\lg(\Delta f)$ , тем хаотичнее орбита. Однако, как показано в (Valluri и др., 2010), точность частотного анализа требует не менее 20 периодов колебаний, чтобы избежать ошибок в классификации.

Мы вычислили параметр дрейфа частоты  $\lg(\Delta f)$  для всех 45 ШС, по которому определили характер их движения – (R) или (C). Ряды  $x(t_n), y(t_n), z(t_n)$  были определены на интервале времени  $[0, 120]$  млрд лет. Первый амплитудный спектр каждого ШС был вычислен на интервале времени  $[0, 60]$  млрд лет, второй – на  $[60, 120]$  млрд лет. Затем вычислялись параметры дрейфа частоты для каждого временного ряда  $x(t_n), y(t_n), z(t_n)$  по формуле (6) и наибольшее значение из них было принято в качестве параметра дрейфа частоты  $\lg(\Delta f)$ . В случае совпадения фундаментальных частот  $\Omega_i(t_1) = \Omega_i(t_2)$  мы искусственно полагали параметр дрейфа частоты равным  $-4$ .

Результаты вычисления параметра дрейфа частоты и характер движения ШС – (R) или (C), который был определен из совместного анализа значений параметров дрейфа частоты и визуального анализа амплитудных спектров, отражены в седьмой колонке таблицы 1 (см. также рис. 10). Оказалось, что в нашем случае разделение орбит на регулярные и хаотические может быть произведено с использованием порогового значения параметра  $\lg(\Delta f) = -2.26$ . Меньшей величине соответствуют регулярные орбиты, большей – хаотические, за исключением двух ШС: Terzan 3

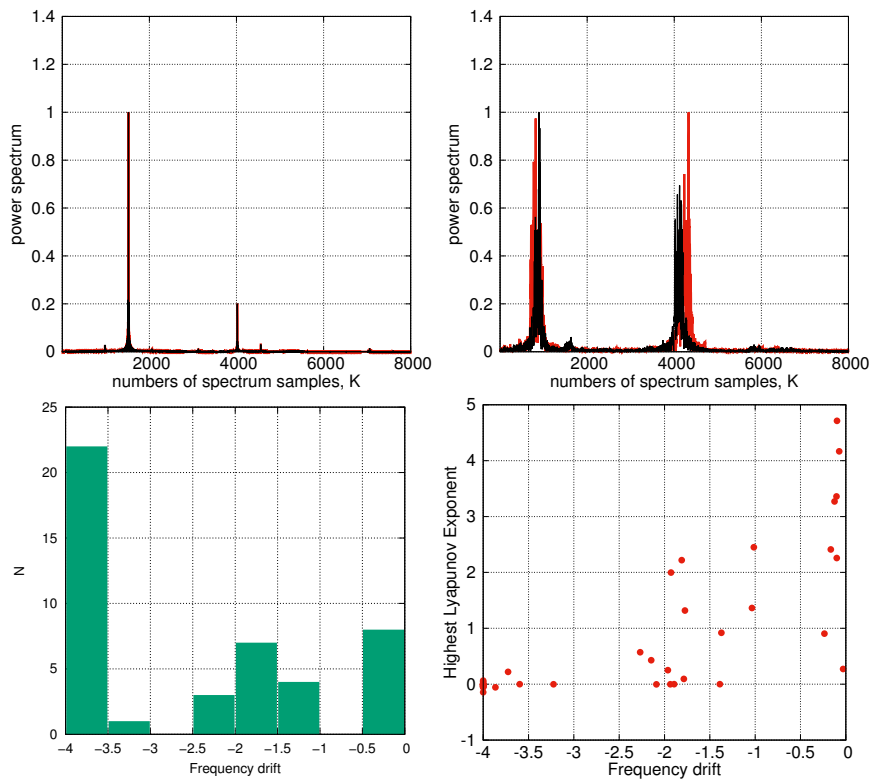


Рис. 6: Верхний ряд: иллюстрация к частотному методу, красным цветом показан амплитудный спектр первой половины временной последовательности, черным – второй половины. Левая панель относится к NGC 6266 с регулярной орбитой, правая – NGC 6355 с хаотической орбитой. Нижний ряд: гистограмма распределения параметра дрейфа частоты  $\lg(\Delta f)$  (левая панель), диаграмма ”дрейф частоты – МХПЛ” (правая панель).

и NGC 6316, у которых  $\lg(\Delta f) \approx -2$ , но мы их отнесли по результатам визуального анализа амплитудных спектров к ШС с регулярными орбитами, хотя они показывают слабую степень хаотичности.

На рис. 6 (верхний ряд) приведен пример спектров для регулярного (NGC 6266) и хаотического (NGC 6355) движения, где красным цветом показан амплитудный спектр первой половины временной последовательности, черным – второй половины. В нижнем ряду рис. 6 на левой панели приводится гистограмма распределения параметра дрейфа частоты  $\lg(\Delta f)$ , на правой панели приводится диаграмма ”дрейф частоты – МХПЛ”, показывающая хорошую корреляцию между значениями параметра дрейфа частоты и МХПЛ, коэффициент корреляции составляет  $K_c = 0.76$  (см. также таблицу 2). Графическая иллюстрация метода для всех 45 ШС представлена на рис. 10 в нижнем горизонтальном ряду панелей. Коэффициенты корреляции результатов классификации с другими методами приводятся в таблице 3. Наименьшая корреляция ( $K_c = 0.64$ ) наблюдается с результатом вычисления МХПЛ с перенормировкой, наибольшая (0.96) – с методом сечений Пуанкаре.

Для большей формализации процесса разделения ШС с регулярной и хаотической динамикой обратимся к гистограмме распределения параметра дрейфа частоты на рис. 6. В соответствии с гистограммой к ШС с регулярной динамикой отнесем те, у которых параметр дрейфа частоты  $\lg(\Delta f) < -3$ , к ШС со средней и слабой хаотической динамикой, если  $-2.5 < \lg(\Delta f) < -1$ , и к ШС с сильно хаотической динамикой, если  $-0.5 < \lg(\Delta f) < 0$ .

## 1.6 Визуальная оценка регулярности орбит

Наиболее информативной иллюстрацией расхождения между опорными и теневыми фазовыми точками является рис. 10, где приведены опорные и теневые орбиты для каждого ШС в том порядке (слева направо), как они указано в таблице 1. На самых верхних панелях приводятся радиальные значения орбиты в зависимости от времени на интервале  $[0, -12]$  млрд лет, сравнимом как с возрастом ШС, так и Вселенной; ниже по вертикали (со второго по четвертый горизонтальный ряд) приводятся  $X - Y$ ,  $X - Z$ ,  $Z - Y$  проекции орбит соответственно, построенных в системе вращающегося бара на интервале времени  $[-11, -12]$  млрд лет. На всех названных графиках желтым цветом показаны опорные орбиты, фиолетовым – теневые. Можно видеть, что у многих объектов на графиках присутствует только фиолетовый цвет. Это означает, что теневая орбита практически совпадает с опорной (желтые линии покрываются фиолетовыми). К таким объектам относятся ШС с регулярными орбитами. На графиках ШС с хаотическими орбитами видны как фиолетовые, так и желтые линии, что позволяет качественно судить о степени хаотичности орбит. Результаты визуальной оценки – (R) или (C) – приведены в восьмой колонке таблицы 1. На рис. 7 в качестве примера дана иллюстрация для ШС NGC 6266 с регулярной орбитой и NGC 6355 с хаотической орбитой.

## 1.7 Оценка вероятности регулярности орбит методом ”голосования”

Таким образом, выше мы провели анализ регулярности/хаотичности орбит 45 ШС в центральной области Млечного Пути, где наиболее сильно ощущается влияние бара, с использованием шести методов. Результаты классификации ШС с регулярными (R) и хаотичными (C) орбитами, полученные каждым методом, сведены в таблицу 1. Как видно, из таблицы, результаты классификации, полученные различными методами, могут различаться. Для окончательной оценки степени регулярности/хаотичности орбиты мы ввели новую характеристику – вероятность регулярности орбиты  $P(R)$ , которая вычисляется как отношение числа методов, которые характеризуют орбиту как регулярную, к общему числу использованных методов, в данном случае равному шести. Вероятность хаотичности вычисляется как  $P(C) = 1 - P(R)$ . Мы назвали такой метод вычисления вероятности методом ”голосования”. Полученные значения  $P(R)$  вместе с окончательным решением: (R) или (C) приводятся в девятой колонке таблицы 1. Решение (R) принималось в том случае, если  $P(R) > 0.5$ , решение (C), если  $P(R) \leq 0.5$ .

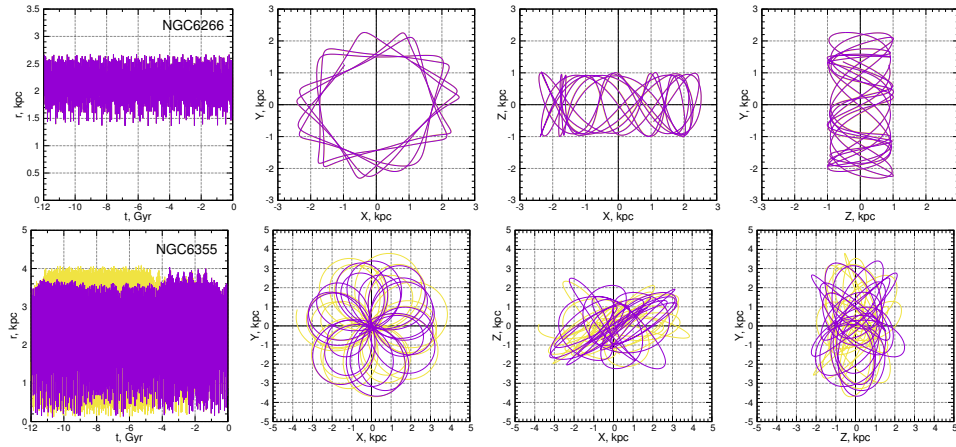


Рис. 7: Орбиты шаровых скоплений NGC 6266 (R) (верхние панели), NGC 6355 (C) (нижние панели). На панелях слева направо: радиальные значения орбиты в зависимости от времени на интервале  $[0, -12]$  млрд лет;  $X - Y$ ,  $X - Z$ ,  $Z - Y$  проекции орбит, построенных в системе вращающегося бара на интервале времени  $[-11, -12]$  млрд лет (желтым цветом показана опорная орбита, фиолетовым – теньевая).

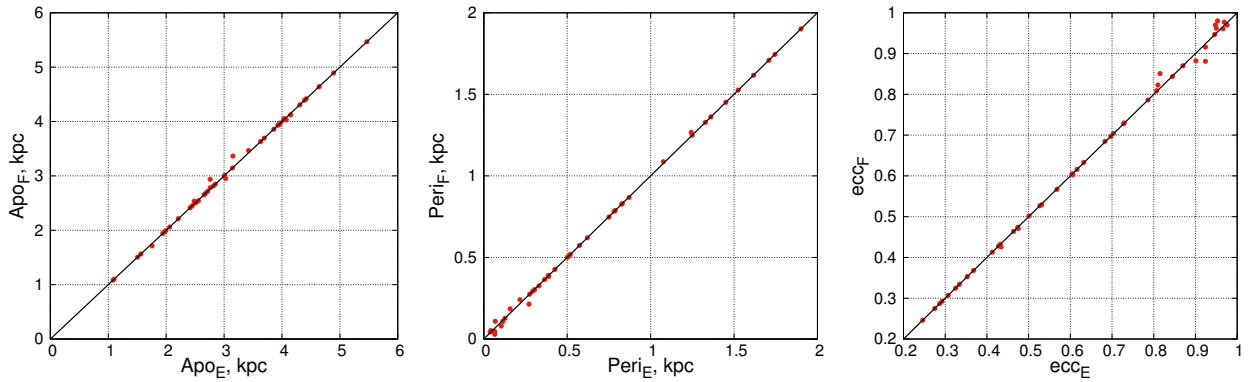


Рис. 8: Сравнение параметров опорной (E) и теньевой (F) орбит для 45 ШС (левая панель – апоцентрического расстояния, средняя панель – перицентрического расстояния, правая панель – эксцентриситета орбит).

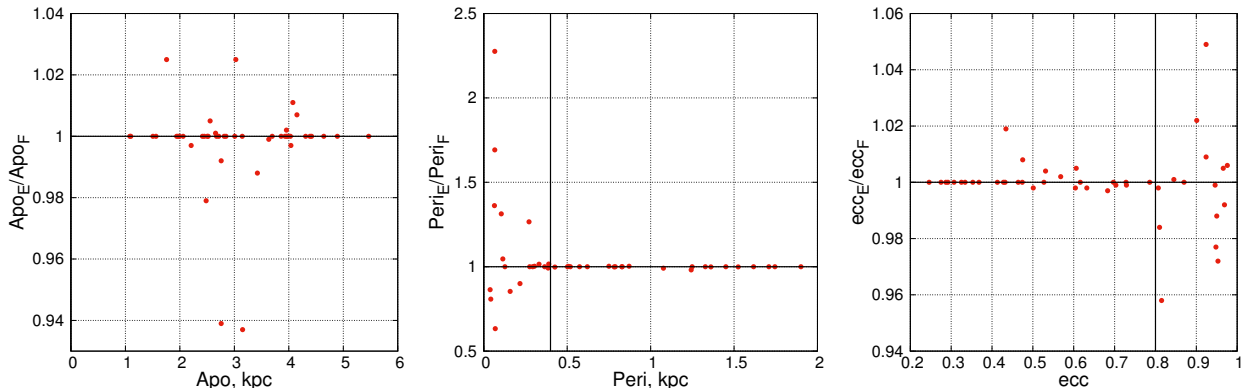


Рис. 9: Относительные отклонения параметров теньевой (F) от опорной (E) орбит 45 ШС (левая панель – апоцентрического расстояния, средняя панель – перицентрического расстояния, правая панель – эксцентриситета орбит).



## 2 Сравнение результатов классификации ШС с регулярной и хаотической динамикой

Результаты классификации 45 ШС по признаку регулярности/хаотичности орбит, полученные в предыдущем разделе семью различными методами, сведены в таблицу 1. Седьмым методом считаем определение вероятности итогового решения  $P(R)$  по методу "голосования". Графическая иллюстрация к методам анализа регулярности орбит применительно к каждому ШС дается на рис. 10.

С целью сравнения результатов классификации ШС на основе данных таблицы 1 были вычислены две корреляционные матрицы. Первая – по числовым результатам трех методов: MEGNO, МХПЛ и частотного метода. Вторая – по результатам классификации, полученным шестью методами, когда решению (R) присваивается число "1", а решению (C) – число "0", а также по значениям вероятностей  $P(R)$  (седьмой метод). Полученные корреляционные матрицы 1 и 2 представлены в виде таблиц 2 и 3 соответственно.

Рассмотрим корреляционную матрицу 1. Наименьшая корреляция наблюдается между MEGNO и частотным методом ( $K_c = 0.65$ ), наибольшая – между МХПЛ и частотным методом ( $K_c = 0.76$ ). Перейдем к корреляционной матрице 2, составленной по результатам классификации: (R) или (C). Видим, что вероятностный метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ( $K_c = 0.60$ ) и наибольшую с MEGNO ( $K_c = 0.95$ ) и визуальным методом ( $K_c = 0.96$ ). MEGNO дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ( $K_c = 0.65$ ) и наибольшую с вероятностным методом ( $K_c = 0.95$ ). МХПЛ дает наименьшую корреляцию с визуальным методом ( $K_c = 0.55$ ) и наибольшую с MEGNO ( $K_c = 0.65$ ). Метод сечений Пуанкаре дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ( $K_c = 0.60$ ) и наибольшую с частотным и визуальным методами ( $K_c = 0.96$ ). Частотный метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ( $K_c = 0.64$ ) и наибольшую с методом сечений Пуанкаре ( $K_c = 0.96$ ). Визуальный метод дает наименьшую корреляцию с МХПЛ ( $K_c = 0.55$ ) и наибольшую с вероятностным методом и методом сечений Пуанкаре ( $K_c = 0.96$ ). Вероятностный метод принятия решения по принципу "голосования" коррелирует с МХПЛ с  $K_c = 0.74$ , а со всеми остальными методами с  $K_c = 0.94 \div 0.96$ . В результате можем заключить, что наименьшая корреляция с другими методами наблюдается у МХПЛ, а наибольшая – у визуального метода. Метод сечений Пуанкаре по принятию решений близок частотному методу, оба эти метода хорошо коррелируют друг с другом и другими методами. Однако необходимо отметить разницу, хотя и не очень большую, между коэффициентами корреляции относительно MEGNO, МХПЛ и частотного метода, полученных по числовым данным (таблица 2) и по результатам принятия решений (таблица 3).

В целом, можем заключить, что все методы хорошо коррелируют друг с другом. В качестве окончательного решения о классификации ШС с регулярной (R) и хаотической (C) динамикой примем результаты классификации на основе вычисления вероятностей  $P(R)$ , поскольку он показал наибольшую корреляцию со всеми остальными методами. В результате, в список ШС с регулярной динамикой вошли 24 объекта (NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380, Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9, NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637, NGC 6717, NGC 6723, Terzan 3, Pismis 26, NGC 6569, E456-78, NGC 6540, Djorg 2, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6539, NGC 6553), а в список ШС с хаотической динамикой – 21 (NGC 6144, E452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6304, NGC 6325, NGC 6388, NGC 6652). Отметим, что окончательные списки отличаются от первоначальных, полученных вероятностным методом (см. раздел 1.1), и отличаются только двумя объектами: NGC 6304 и NGC 6388, которые из первого списка объектов с регулярным движением переключались в список объектов с хаотическим движением.

Чтобы еще раз убедиться в причине хаотизации движения ШС мы провели также сравнение таких параметров как апоцентрическое расстояние, перицентрическое расстояние и эксцентриситет опорной и теневой орбит для всех 45 ШС 12 млрд лет назад (рис. 8). Очевидно, что ШС

с регулярными орбитами должны иметь отклонения от диагональной линии сравнения, близкие нулю (что следует также из визуального анализа орбит). Как видно из рис. 8, ШС с хаотическими орбитами дают уже ощутимые отклонения от линии сравнения, особенно в области малых значений перицентрального расстояния ( $< 0.4$  кпк) и больших значений эксцентриситета ( $> 0.8$ ) вследствие наиболее сильного влияния центрального бара на орбитальное движение ШС именно в области, наиболее близкой к центру Галактики. Апоцентрические расстояния максимально отклоняются от линии сравнения в районе 2.5-3.5 кпк. Особенно четко степень отклонений орбитальных параметров видна на рис. 9, где показаны относительные отклонения параметров теневой от опорной орбит. При этом надо заметить, что относительные отклонения апоцентрических расстояний невелики. Наибольшие относительные отклонения испытывают перецентрические расстояния. Отметим, что корреляция между отклонениями перицентральных расстояний и эксцентриситетов от соответствующих линий сравнения довольно большая и составляет 0.85. Эти два признака могут служить своеобразными индикаторами хаотичности орбит ШС. Так, шаровыми скоплениями с перецентрическими расстояниями  $< 0.4$  кпк и относительными отклонениями перецентрических расстояний  $|Peri_E/Peri_F - 1| > 0.01$ , где индекс  $E$  относится к опорной орбите, а индекс  $F$  – к теневой, являются E452-11, NGC 6273, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6652, а ШС с большими эксцентриситетами ( $> 0.8$ ) – E452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6652. Пересечение этих двух множеств составляет 13 объектов. Все перечисленные ШС входят в установленный нами окончательный список ШС с хаотической динамикой.

Таким образом, можно сделать вывод, что в список ШС с хаотической динамикой вошли, преимущественно, шаровые скопления с вытянутыми радиальными орбитами с малыми перицентрными расстояниями ( $< 0.4$  кпк) и большими эксцентриситетами ( $> 0.8$ ). В целом же полученный нами результат согласуется с выводами работы (Machado и Manos, 2016) о том, что хаотические орбиты занимают область бара.

### 3 Выводы

1. Впервые исследована регулярность/хаотичность орбитальной динамики выборки из 45 шаровых скоплений в центральной области Млечного Пути радиусом 3.5 кпк в неосесимметричном гравитационном потенциале (Байкова и др., Известия ГАО в Пулкове, 2023, 228, 1) (Байкова, Смирнов и Бобылев, 2023a) с вытянутым вращающимся баром. Использована модель бара в виде трехосного эллипсоида с массой  $10^{10} M_{\odot}$ , длиной большой полуоси 5 кпк, углом наклона к галактической оси  $X$   $25^{\circ}$  и скоростью вращения 40 км/с/кпк. Для построения орбит использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia (EDR3) (Vasiliev и Baumgardt, 2021), а также новые уточненные средние расстояния до шаровых скоплений (Baumgardt и Vasiliev, 2021).

2. В результате первоначального вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова прямым способом (т.е. без перенормировки теневой траектории ШС) обнаружена бимодальность в гистограмме распределения приближений показателей Ляпунова. С использованием метода, основанного на аппроксимации гистограммы двумя гауссовыми распределениями вероятностей, произведено разделение выборки ШС на объекты с регулярной и хаотической динамикой. Дано объяснение обнаруженной бимодальности. Предложенный метод назван вероятностным.

3. В дополнение к вероятностному методу для анализа ШС на регулярность/хаотичность были привлечено несколько других хорошо известных методов, а именно, вычисление МХПЛ с перенормировкой теневой орбиты, MEGNO, метод сечений Пуанкаре, частотный метод, основанный на оценке параметра дрейфа фундаментальных частот, а также метод, основанный на визуальной оценке орбит на длительных интервалах времени, сравнимых с возрастом Вселенной. Путем вычисления корреляционных матриц показано, что все использованные методы хорошо коррелируют друг с другом. Итоговое решение по классификации ШС как объектов с регуляр-

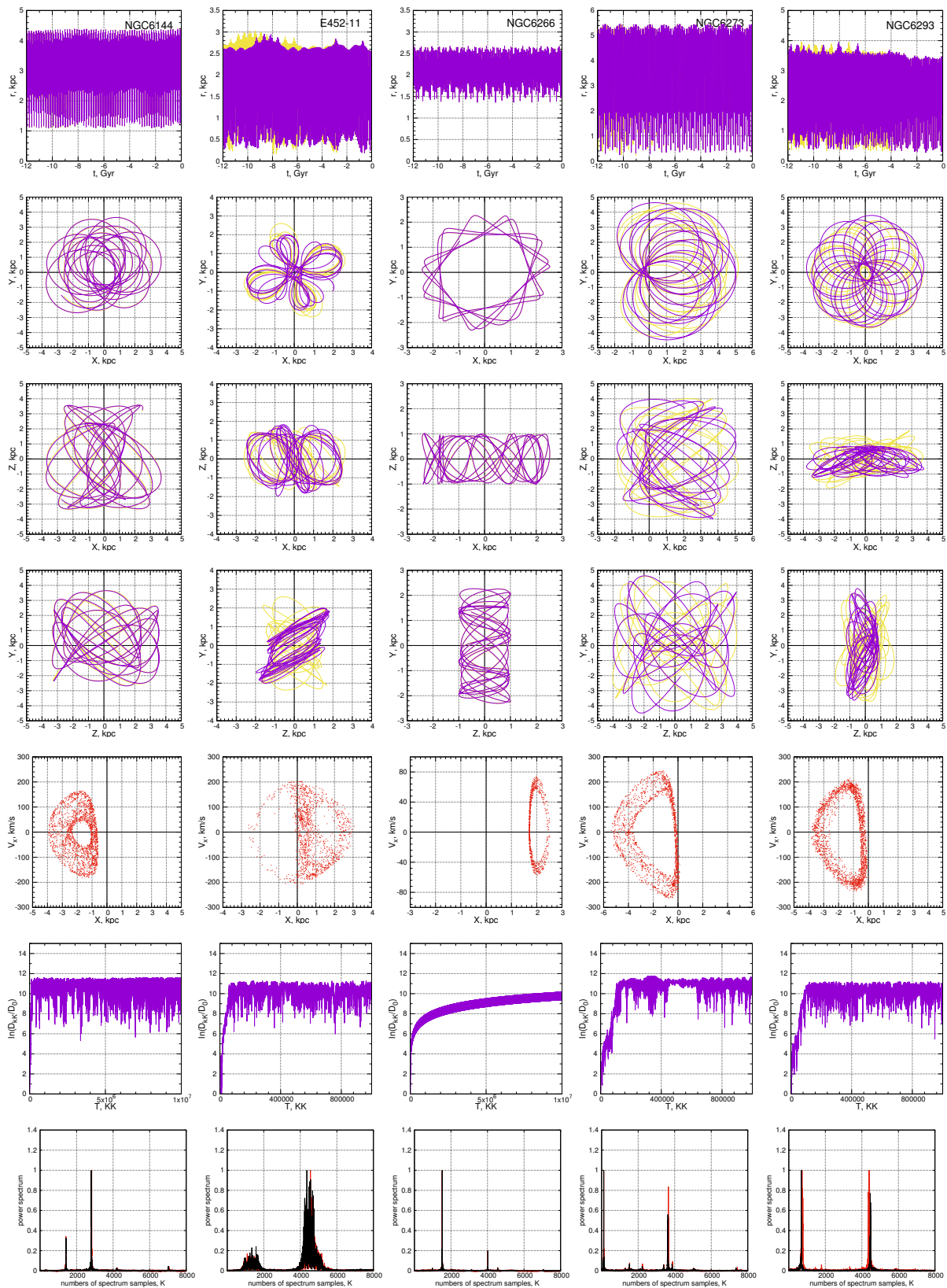


Рис. 10: Орбиты шаровых скоплений. На панелях сверху вниз: радиальные значения орбиты в зависимости от времени,  $X-Y$  проекция орбит,  $X-Z$  проекция,  $Z-Y$  проекция (желтым цветом показана опорная орбита, фиолетовым – теньевая); сечение Пуанкаре  $X-V_x$ ; иллюстрация к вероятностному методу; иллюстрация к частотному методу (красным цветом показан амплитудный спектр первой половины временной последовательности, черным – второй половины). Наименования ШС указаны на панелях верхнего ряда.

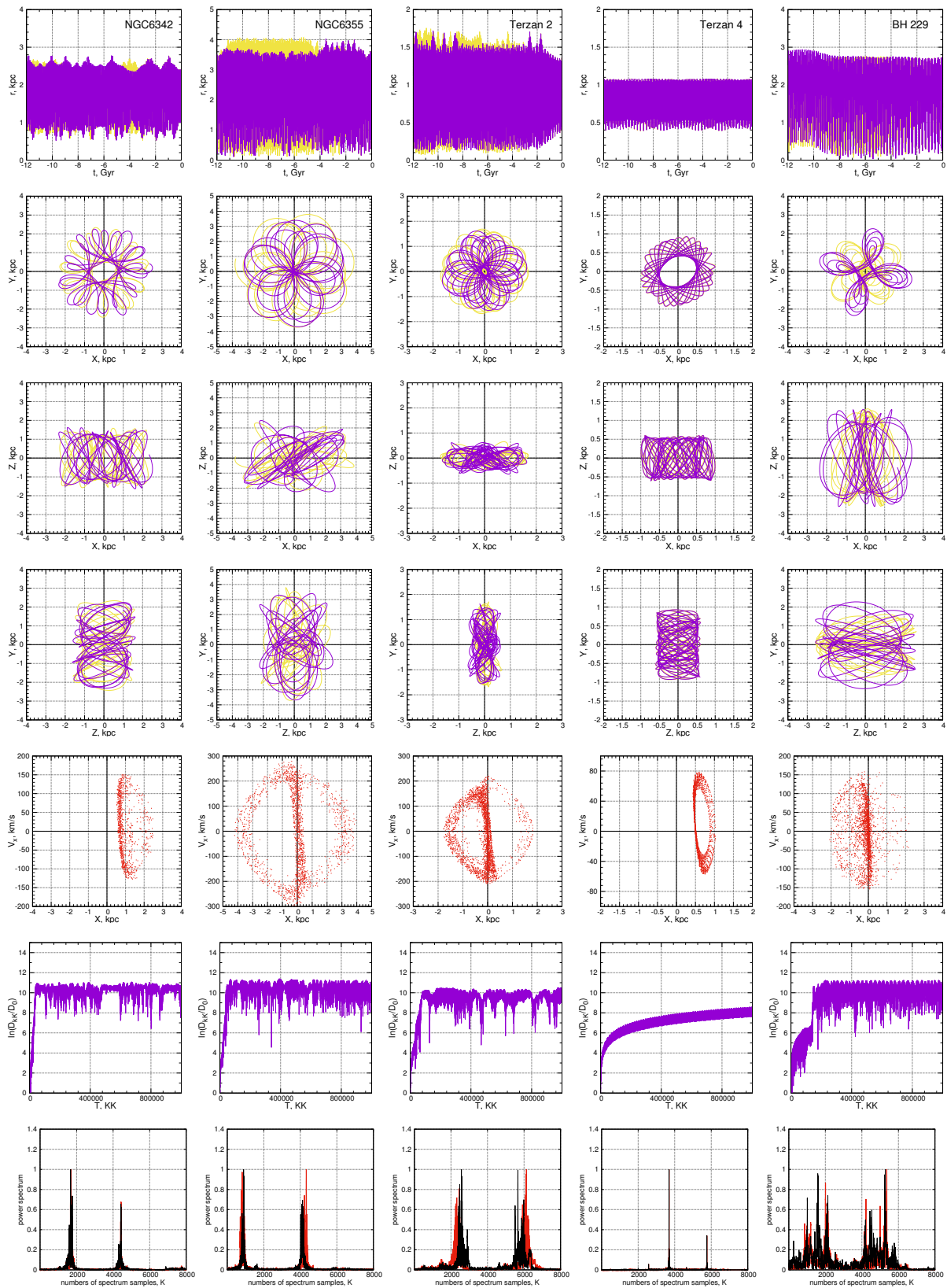


Рис.10: Продолжение.



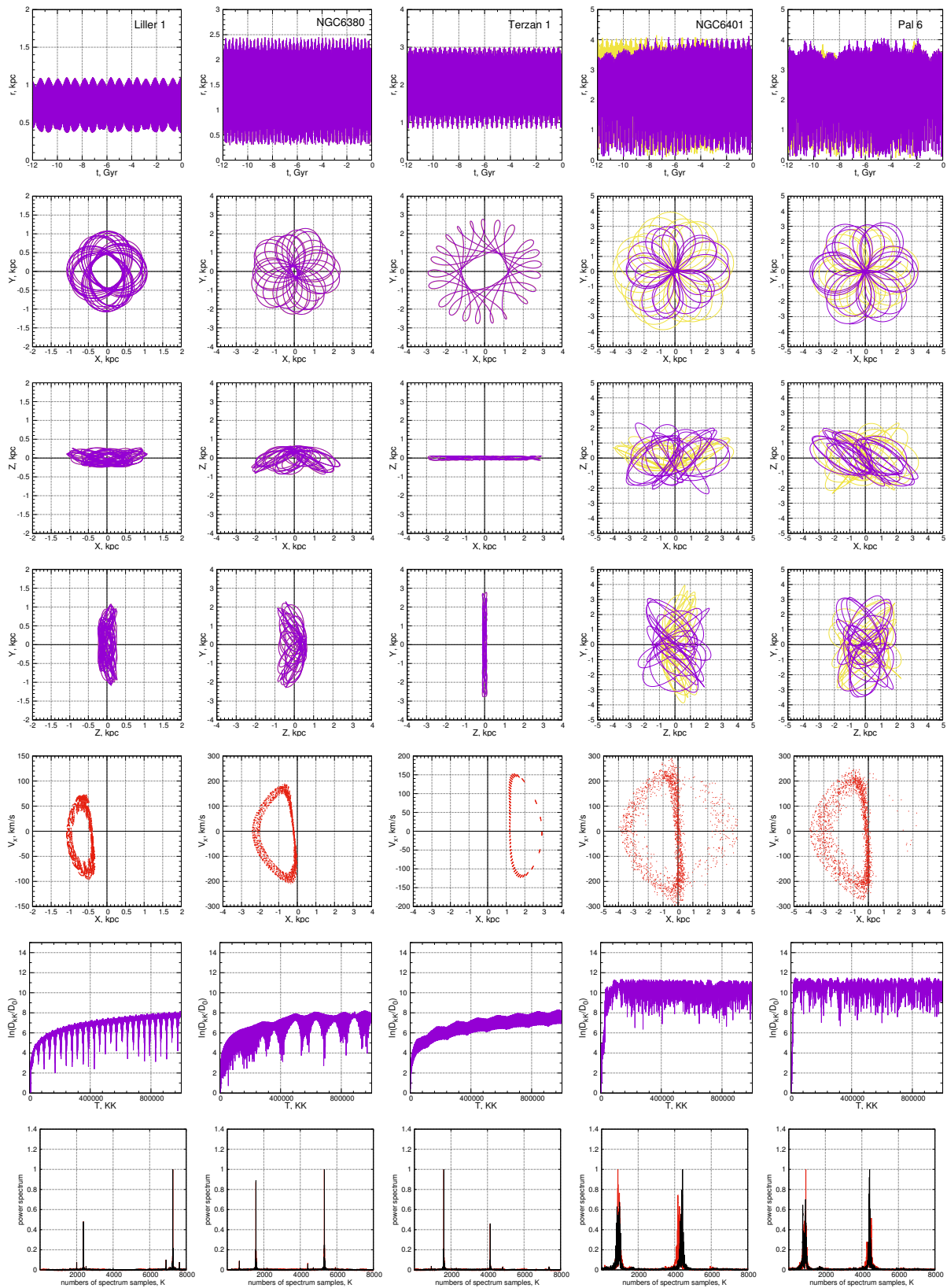


Рис.10: Продолжение.



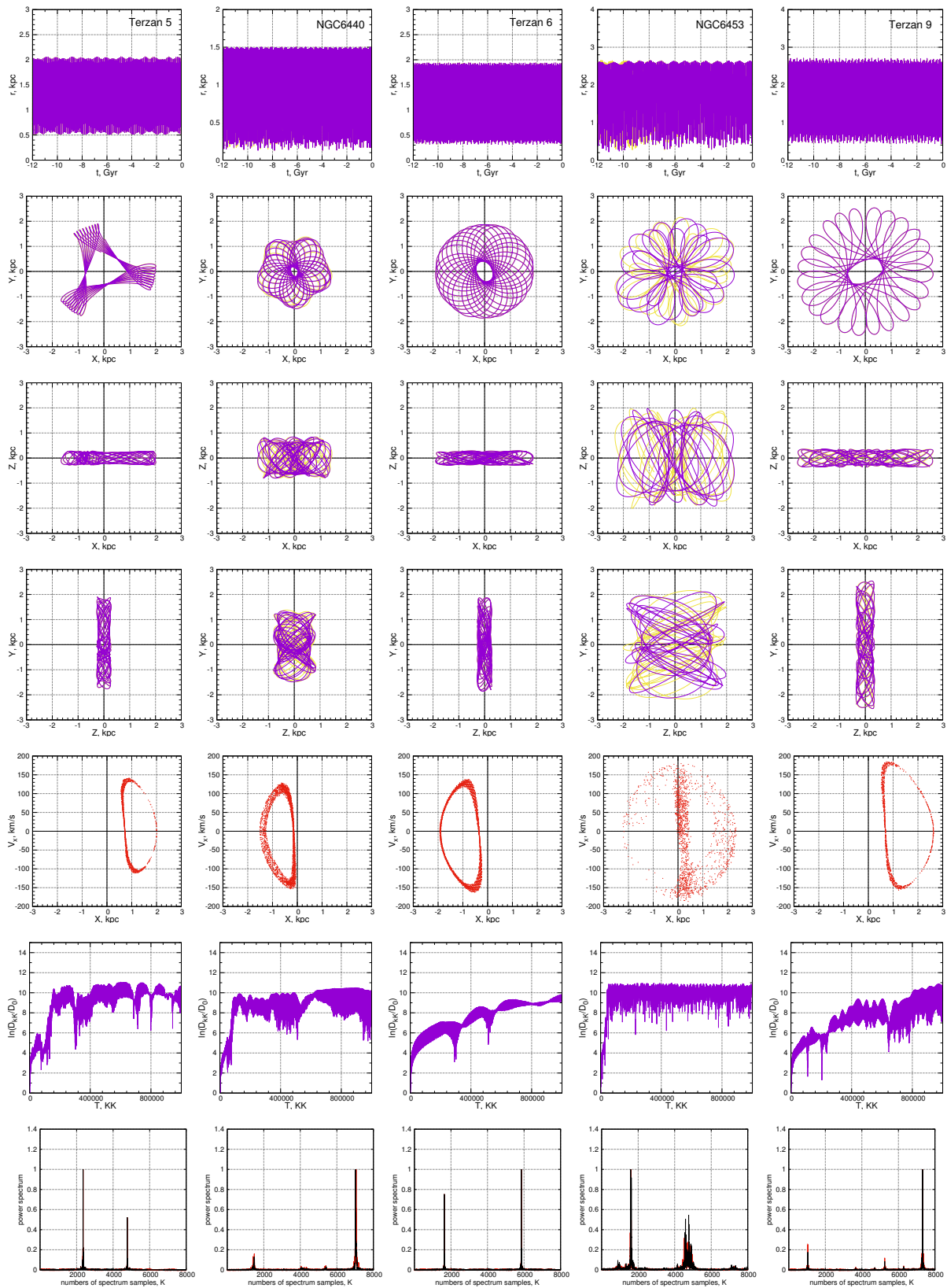


Рис.10: Продолжение.

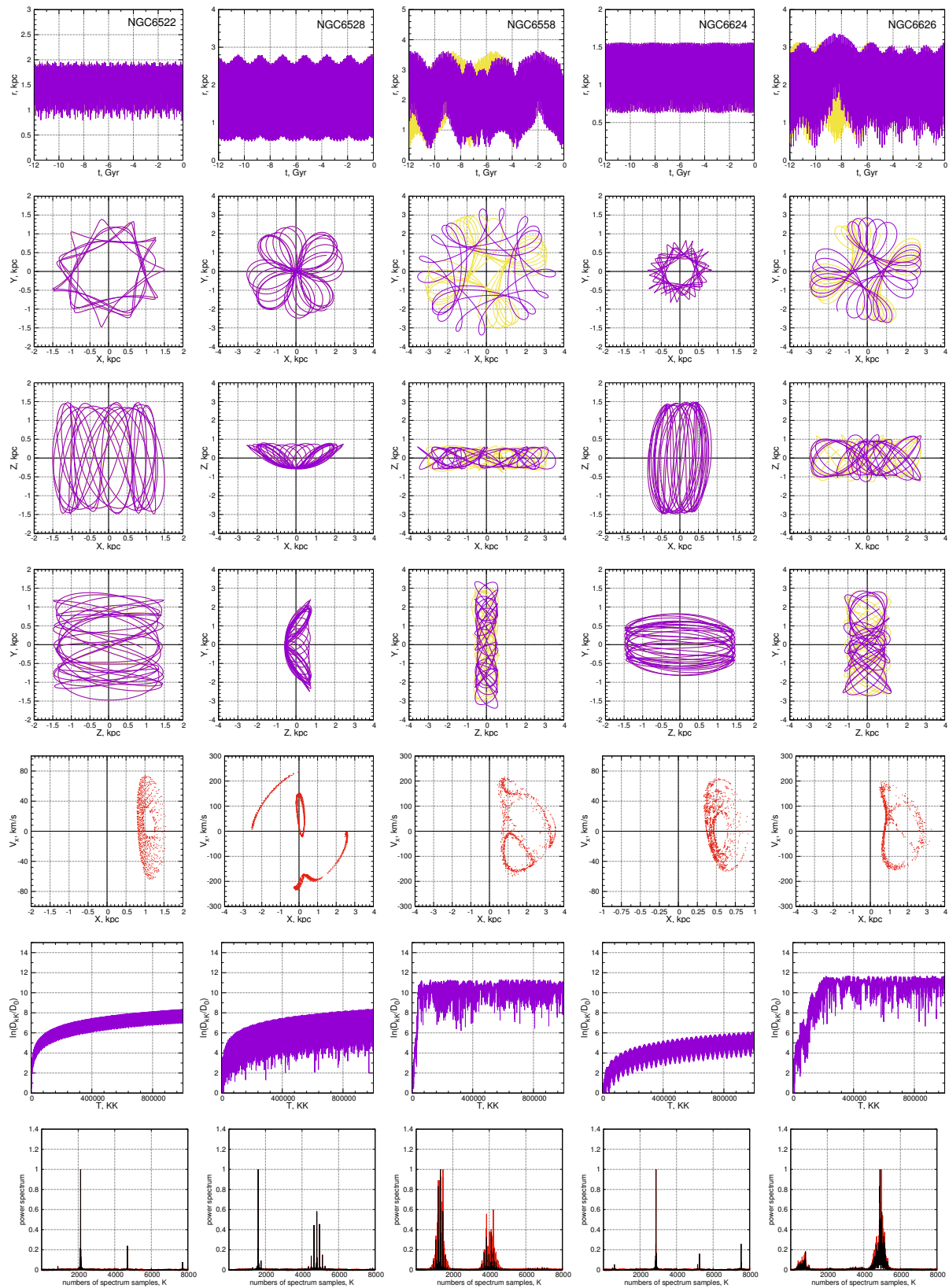


Рис.10: Продолжение.

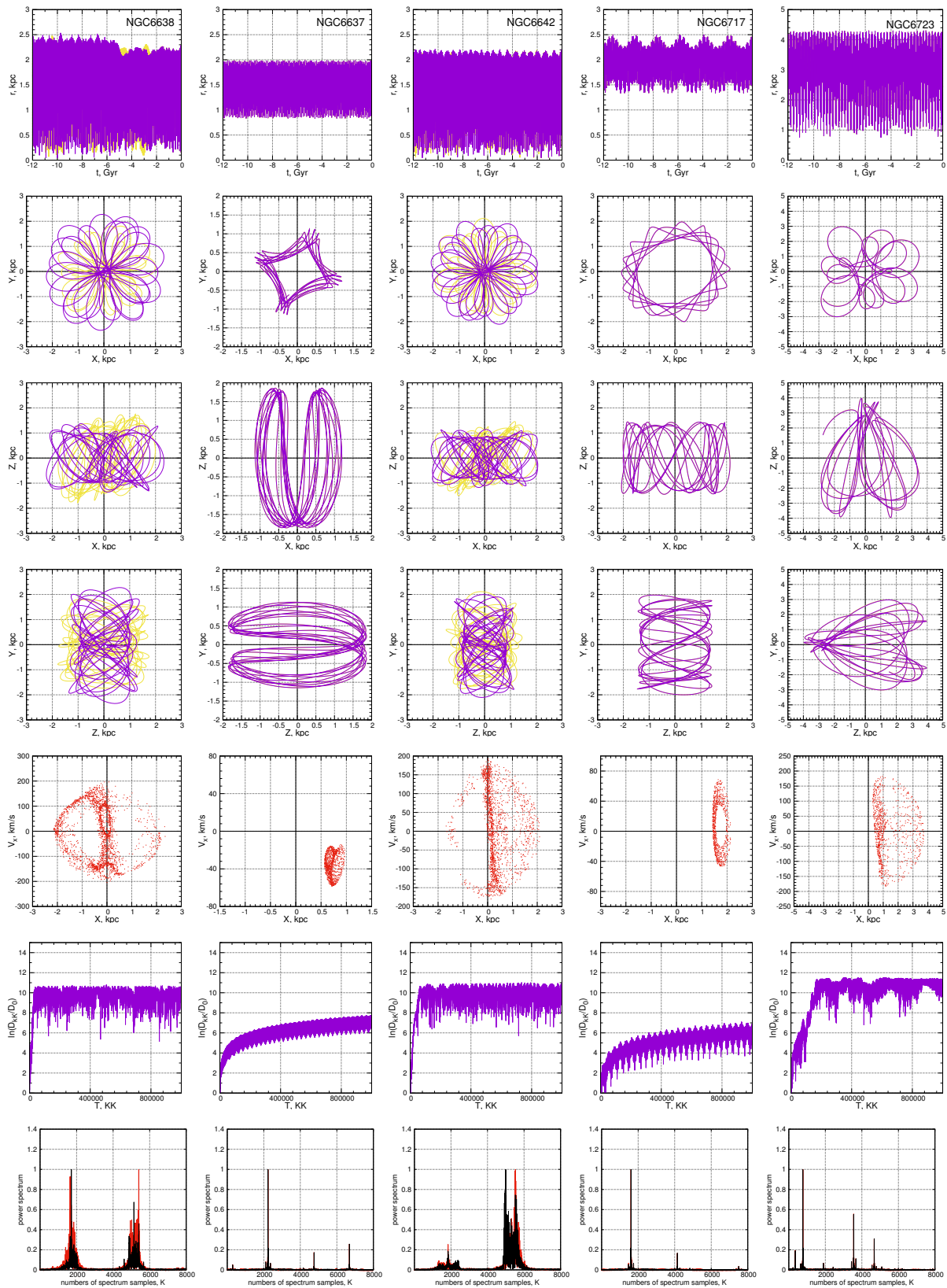


Рис.10 Продолжение.

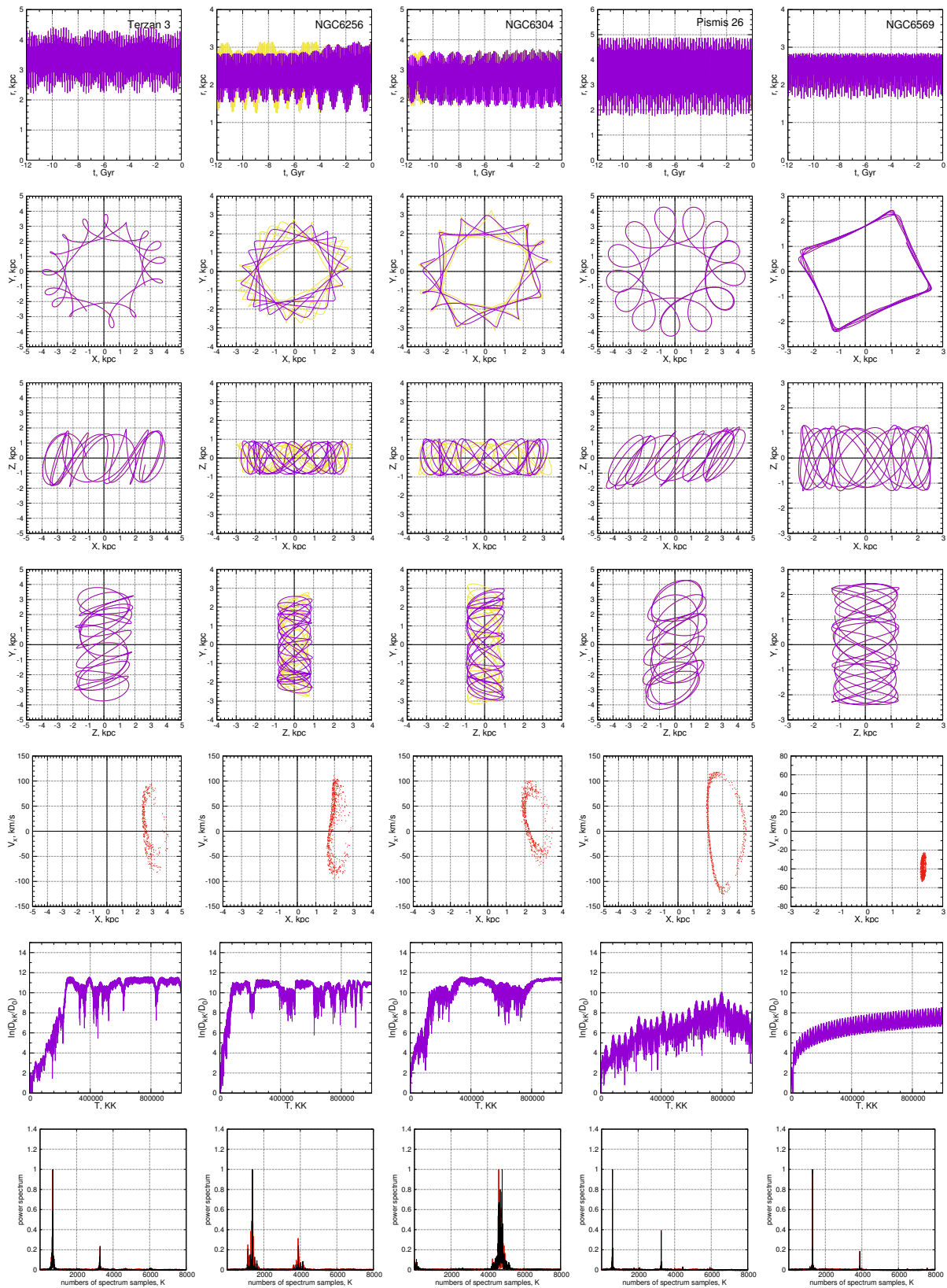


Рис.10: Продолжение.



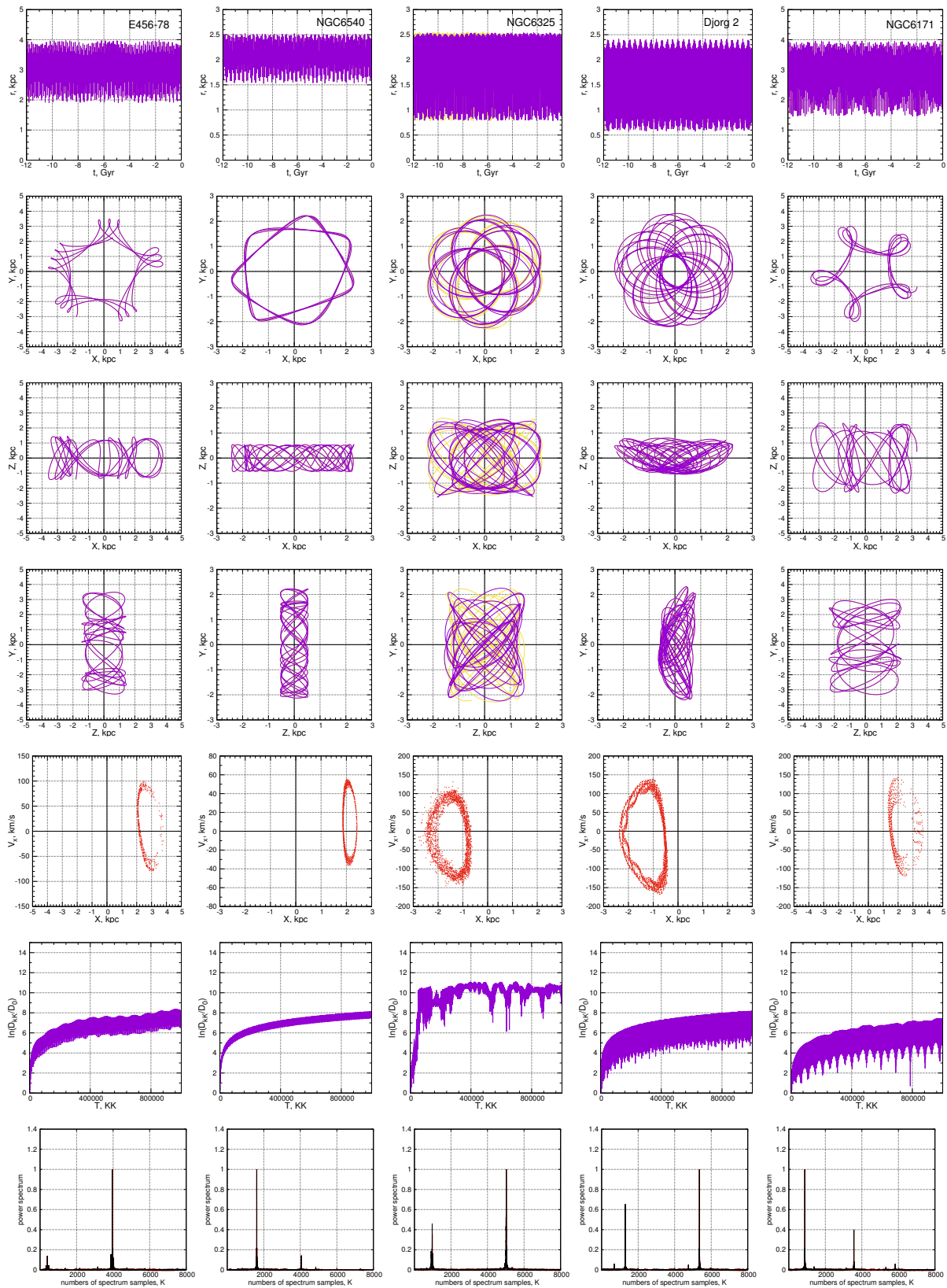


Рис.10: Продолжение.



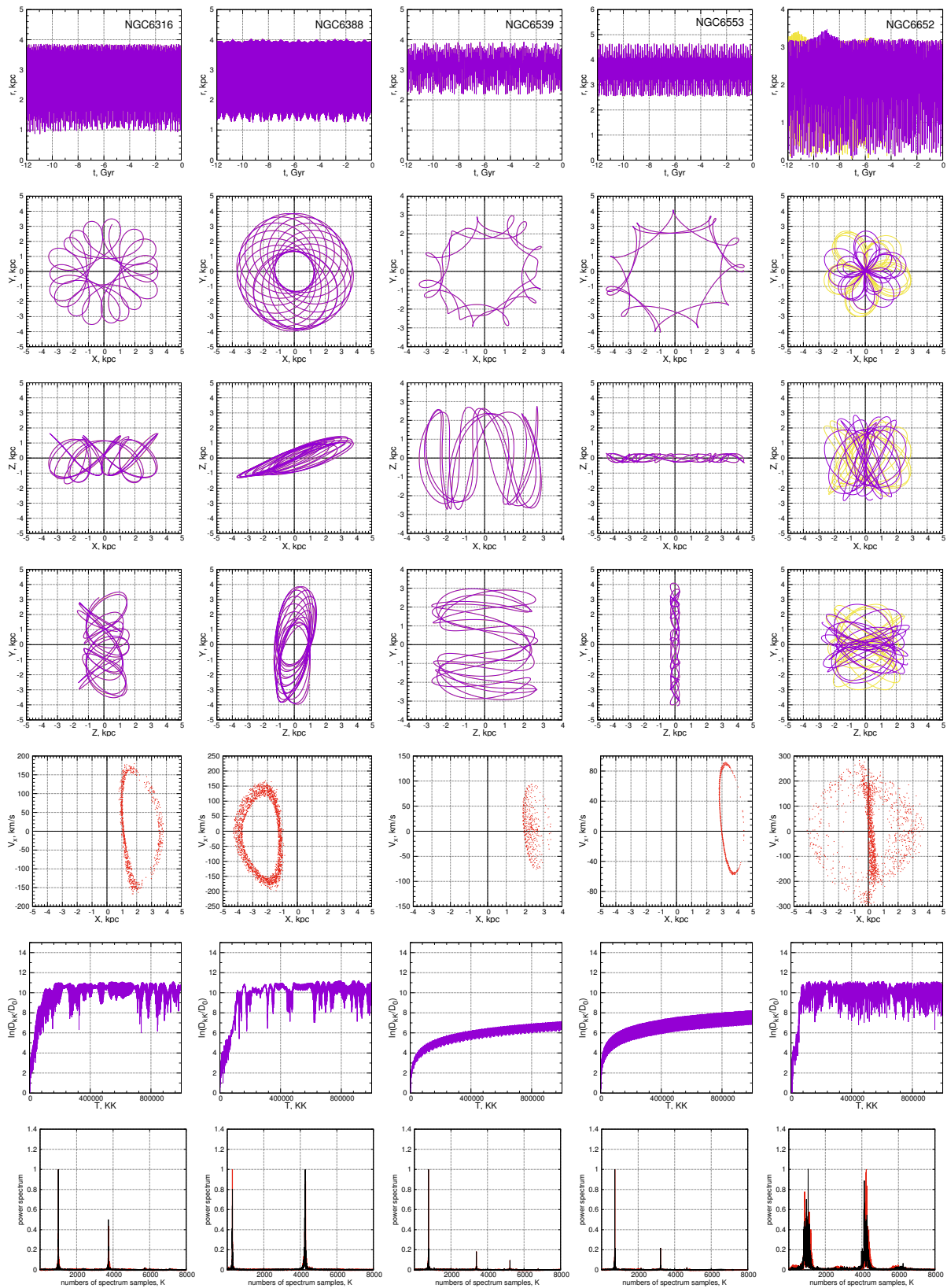


Рис.10: Продолжение.

ной или хаотической динамикой было принято по принципу "голосования" с учетом результатов анализа всех использованных методов. В результате были сформированы два списка шаровых скоплений.

4. В список ШС с регулярной динамикой вошло 24 объекта: NGC 6266, Terzan 4, Liller 1, NGC 6380, Terzan 1, Terzan 5, Terzan 6, Terzan 9, NGC 6522, NGC 6528, NGC 6624, NGC 6637, NGC 6717, NGC 6723, Terzan 3, Pismis 26, NGC 6569, E456-78, NGC 6540, Djorg 2, NGC 6171, NGC 6316, NGC 6539, NGC 6553.

5. В список ШС с хаотической динамикой вошел 21 объект: NGC 6144, E452-11, NGC 6273, NGC 6293, NGC 6342, NGC 6355, Terzan 2, BH 229, NGC 6401, Pal 6, NGC 6440, NGC 6453, NGC 6558, NGC 6626, NGC 6638, NGC 6642, NGC 6256, NGC 6304, NGC 6325, NGC 6388, NGC 6652.

6. Как показал анализ параметров опорных и теневых орбит на интервалах времени, сравнимых с возрастом Вселенной, в список ШС с хаотической динамикой вошли преимущественно шаровые скопления с вытянутыми радиальными орбитами с апоцентрическими расстояниями в районе  $2.5 \div 3.5$  кпк, с малыми перицентрическими расстояниями ( $< 0.4$  кпк) и большими эксцентриситетами ( $> 0.8$ ) (корреляция между последними орбитальными параметрами составила 0.85), что объясняется влиянием на динамику таких ШС вращающегося бара в наибольшей степени, приводящим в итоге к хаотическому движению.

Авторы благодарны рецензенту за ряд полезных замечаний, позволивших улучшить статью. Особая благодарность А.В.Мельникову за обсуждение вопросов, связанных с корректным вычислением МХПЛ.

## Список литературы

- Байкова, А. Т. и В. В. Бобылев (2022). Новый каталог орбит 152 галактических шаровых скоплений по данным Gaia EDR3. *Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове* 227, с. 15.
- Байкова, А. Т., А. А. Смирнов и В. В. Бобылев (2023а). Шаровые скопления в центральной области Млечного Пути I. Влияние бара на параметры орбит по данным Gaia EDR3. *Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове* 228, с. 1.
- (2023b). Шаровые скопления в центральной области Млечного Пути. II. Частотный анализ орбит, построенных по данным Gaia EDR3. *Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове* 229, с. 1.
- Смирнов, А. А., В. В. Бобылев и А. Т. Байкова (2023). Шаровые скопления в центральной области Млечного Пути. II. Частотный анализ орбит, построенных по данным Gaia EDR3. *Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове* 228, с. 157.
- Байкова, А. Т., А. А. Смирнов и В. В. Бобылев (2023с). Влияние бара на динамику шаровых скоплений в центральной области Млечного Пути. *Астрофизический бюллетень* 78, с. 525.
- Smirnov, Anton A., Anisa T. Bajkova и Vadim V. Bobylev (2024). Globular clusters and bar: captured or not captured? *MNRAS* 528.2, с. 1422—1437.
- Vasiliev, E. и H. Baumgardt (2021). Gaia EDR3 view on galactic globular clusters. *MNRAS* 505.4, с. 5978—6002.
- Baumgardt, H. и E. Vasiliev (2021). Accurate distances to Galactic globular clusters through a combination of Gaia EDR3, HST, and literature data. *MNRAS* 505.4, с. 5957—5977.
- Palous, J., B. Jungwiert и J. Kopecky (1993). Formation of rings in weak bars : inelastic collisions and star formation. *A&A* 274, с. 189—202.
- Sanders, Jason L., Leigh Smith, N. Wyn Evans и Philip Lucas (2019). Transverse kinematics of the Galactic bar-bulge from VVV and Gaia. *MNRAS* 487.4, с. 5188—5208.
- Machado, R. E. G. и T. Manos (2016). Chaotic motion and the evolution of morphological components in a time-dependent model of a barred galaxy within a dark matter halo. *MNRAS* 458.4, с. 3578—3591.
- Мельников, А. В. (2018). Численные инструменты для анализа вековой динамики экзопланетных систем. *Астрономический вестник* 52, с. 427.
- Мюррей, К. и С. Дермотт (2009). *Динамика Солнечной системы*. ФИЗМАТЛИТ, с. 588.
- Морбиделли, А. (2014). *Современная небесная механика. Аспекты динамики Солнечной системы*. Ижевск: Ин-т компьютерных исслед., с. 432.
- Breiter, S., B. Melendo, P. Bartczak и I. Wytrzyszczak (2005). Synchronous motion in the Kinoshita problem. Application to satellites and binary asteroids. *A&A* 437.2, с. 753—764.
- Nieuwmunster, N. и др. (2024). Orbital analysis of stars in the nuclear stellar disc of the Milky Way. *arXiv e-prints*, arXiv:2403.00761.
- Valluri, Monica, Victor P. Debattista, Thomas Quinn и Ben Moore (2010). The orbital evolution induced by baryonic condensation in triaxial haloes. *MNRAS* 403.1, с. 525—544.

# Analysis of regularity/chaoticity of the Globular clusters dynamics in the central region of the Milky Way

A.T. Bajkova<sup>1</sup>, A.A. Smirnov<sup>1</sup>, V.V. Bobylev<sup>1</sup>

<sup>1</sup> The Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo

Received 10 April 2024 / Accepted 22 May 2024

## Abstract

We analyzed the regularity/chaoticity of the orbits of 45 globular clusters in the central region of the Galaxy with a radius of 3.5 kpc, which are subject to the greatest influence from an elongated rotating bar. Various analysis methods were used, namely, methods for calculating the maximum characteristic Lyapunov exponents, the method of Poincaré sections, the frequency method based on the calculation of fundamental frequencies, as well as the visual assessment method. Bimodality was discovered in the histogram of the distribution of positive Lyapunov exponents, calculated in the classical version, without renormalization of the shadow orbit, which makes it possible to implement a probabilistic method of GC classification. To construct the orbits of globular clusters, we used a gravitational potential model with a bar in the form of a triaxial ellipsoid, described in detail in the work of Bajkova et al., *Izvestiya GAO in Pulkovo*, 2023, 228, 1. The following bar parameters were adopted: mass  $10^{10}M_{\odot}$ , semimajor axis length 5 kpc, bar viewing angle  $25^{\circ}$ , rotation speed  $40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ . To form the 6D-phase space required for orbit integration, the most accurate astrometric data to date from the Gaia satellite (EDR3) (Vasiliev, Baumgardt, 2021), as well as new refined average distances to globular clusters (Baumgardt, Vasiliev, 2021) were used. A classification is made of globular clusters with regular and chaotic dynamics. As the analysis showed, globular clusters with small pericentric distances and large eccentricities are most susceptible to the influence of the bar and demonstrate the greatest chaos. It is shown that the results of classifying globular clusters by the nature of their orbital dynamics, obtained using the various methods of analysis considered in the work, correlate well with each other.

**key words:** Galaxy: bar, bulge—globular clusters: chaotic dynamics

Таблица 1: Сводная таблица признаков регулярности (R) и хаотичности (C) орбит 45 ШС.

№	Название ШС	Вероятностный метод (1)	MEGNO t=270 млрд лет (2)	МХПЛ (1/млрд лет) t=120 млрд лет (3)	Сечения Пуанкаре (4)	Дрейф частоты $\lg(\Delta f)$ (5)	Визуальная оценка (6)	Вероятность P(R) по методу "голосования" (7)
1	NGC6144	(C)	2.173 (R)	-0.002 (R)	(C)	-2.08 (C)	(C)	1/3 (C)
2	E452-11	(C)	0.752 (C)	0.919 (C)	(C)	-1.37 (C)	(C)	0 (C)
3	NGC6266	(R)	1.976 (R)	-0.017 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
4	NGC6273	(C)	1.494 (C)	1.318 (C)	(C)	-1.77 (C)	(C)	0 (C)
5	NGC6293	(C)	0.934 (C)	4.167 (C)	(C)	-0.07 (C)	(C)	0 (C)
6	NGC6342	(C)	0.769 (C)	0.428 (C)	(C)	-2.14 (C)	(C)	0 (C)
7	NGC6355	(C)	0.509 (C)	2.257 (C)	(C)	-0.10 (C)	(C)	0 (C)
8	Terzan2	(C)	0.627 (C)	0.905 (C)	(C)	-0.23 (C)	(C)	0 (C)
9	Terzan4	(R)	1.993 (R)	-0.144 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
10	BH229	(C)	0.663 C	2.220 (C)	(C)	-1.81 (C)	(C)	0 (C)
11	Liller1	(R)	2.049 (R)	-0.037 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
12	NGC6380	(R)	2.182 (R)	0.220 (C)	(R)	-3.72 (R)	(R)	5/6 (R)
13	Terzan1	(R)	2.000 (R)	-0.029 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
14	NGC6401	(C)	0.622 (C)	4.712 (C)	(C)	-0.09 (C)	(C)	0 (C)
15	Pal6	(C)	0.502 (C)	3.359 (C)	(C)	-0.10 (C)	(C)	0 (C)
16	Terzan5	(R)	2.023 (R)	0.041 (C)	(R)	-4.00 (R)	(R)	5/6 (R)
17	NGC6440	(C)	1.901 (R)	0.572 (C)	(R)	-2.26 (C)	(C)	1/3 (C)
18	Terzan6	(R)	1.996 (R)	-0.055 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
19	NGC6453	(C)	1.178 (C)	1.998 (C)	(C)	-1.92 (C)	(C)	0 (C)
20	Terzan9	(R)	2.358 (R)	-0.056 (R)	(R)	-3.86 (R)	(R)	1 (R)
21	NGC6522	(R)	1.996 (R)	-0.020 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
22	NGC6528	(R)	2.008 (R)	-0.036 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
23	NGC6558	(C)	0.819 (C)	1.364 (C)	(C)	-1.03 (C)	(C)	0 (C)
24	NGC6624	(R)	1.847 (R)	-0.040 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
25	NGC6626	(C)	1.194 (C)	0.093 (C)	(C)	-1.78 (C)	(C)	0 (C)
26	NGC6638	(C)	0.533 (C)	2.411 (C)	(C)	-0.16 (C)	(C)	0 (C)
27	NGC6637	(R)	1.988 (R)	-0.012 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
28	NGC6642	(C)	0.681 (C)	2.451 (C)	(C)	-1.01 (C)	(C)	0 (C)
29	NGC6717	(R)	2.044 (R)	-0.001 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
30	NGC6723	(R)	2.252 (R)	0.064 (C)	(R)	-4.00 (R)	(R)	5/6 (R)
31	Terzan3	(R)	3.495 (R)	-0.000 (R)	(R)	-1.89 (R)	(R)	1 (R)
32	NGC6256	(C)	0.893 (C)	-0.000 (R)	(C)	-1.93 (C)	(C)	1/6 (C)
33	NGC6304	(R)	1.753 (R)	-0.000 (R)	(C)	-1.38 (C)	(C)	1/2 (C)
34	Pismi26	(R)	1.941 (R)	-0.000 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
35	NGC6569	(R)	1.957 (R)	-0.000 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
36	E456-78	(R)	1.983 (R)	-0.000 (R)	(R)	-3.59 (R)	(R)	1 (R)
37	NGC6540	(R)	1.999 (R)	-0.000 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
38	NGC6325	(C)	1.216 (C)	-0.000 (R)	(C)	-3.22 (R)	(C)	1/3 (C)
39	Djorg2	(R)	2.320 (R)	-0.050 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
40	NGC6171	(R)	2.015 (R)	-0.000 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
41	NGC6316	(R)	2.289 (R)	0.251 (C)	(R)	-1.96 (R)	(R)	5/6 (R)
42	NGC6388	(R)	2.450 (R)	0.271 (C)	(C)	-0.03 (C)	(R)	1/2 (C)
43	NGC6539	(R)	1.993 (R)	-0.000 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
44	NGC6553	(R)	1.899 (R)	-0.000 (R)	(R)	-4.00 (R)	(R)	1 (R)
45	NGC6652	(C)	1.121 (C)	3.269 (C)	(C)	-0.12 (C)	(C)	0 (C)

Таблица 2: Корреляционная матрица 1

Метод	(2)	(3)	(5)
(2)	1.00	0.70	0.65
(3)	0.70	1.00	0.76
(5)	0.65	0.76	1.00

Таблица 3: Корреляционная матрица 2

Метод	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
(1)	1.00	0.95	0.60	0.91	0.86	0.96	0.96
(2)	0.95	1.00	0.65	0.87	0.82	0.91	0.95
(3)	0.60	0.65	1.00	0.60	0.64	0.55	0.74
(4)	0.91	0.87	0.60	1.00	0.96	0.96	0.96
(5)	0.86	0.82	0.64	0.96	1.00	0.91	0.94
(6)	0.96	0.91	0.55	0.96	0.91	1.00	0.96
(7)	0.96	0.95	0.74	0.96	0.94	0.96	1.00