



Исследование корреляции между углом наклона и эксцентриситетом в задаче определения орбит двойных звезд по наблюдениям, охватывающим короткую дугу видимой орбиты

О.В. Кияева^{1*}, И.С. Измайлов¹, Л.Г. Романенко¹

¹ ГАО РАН

Поступила в редакцию 20 июня 2024 / Принята к публикации 10 сентября 2024

Аннотация

В работе сравниваются два метода определения орбит широких двойных звезд: динамический метод параметров видимого (ПВД) и часто применяемый метод Тиле-Иннеса. Метод ПВД применим к ограниченному числу звезд, так как он требует использование не только позиционных наблюдений звезд в картинной плоскости, но и дополнительные данные о лучевых скоростях, параллаксах и массах звезд. Метод Тиле-Иннеса дает надежный результат, если дуга достаточно большая, чтобы наблюдения охватывали разные фазы относительных положений компонентов двойной звезды на орбите. Мы рассматриваем 96 орбит, вычисленных методом ПВД, и 825 орбит, вычисленных методом Тиле-Иннеса. В результате получено, что для звезд с периодом обращения более 2000 лет методом Тиле-Иннеса, имеем корреляцию между углом наклона и эксцентриситетом, что не должно быть. Используя метод ПВД, мы получаем независимые элементы орбиты. Также в работе рассмотрен вопрос о существовании преимущественного направления в наклоне орбиты относительно плоскости Галактики. На данном наблюдательном материале преимущественного направления не выявлено.

ключевые слова: двойные звезды, орбиты, статистика

Введение

Исторически определение орбит двойных звезд позволяло вычислить массы звезд согласно третьему закону Кеплера. Но для получения периода обращения необходимо, чтобы наблюдения охватывали хотя бы половину видимой орбиты. Поэтому широкие пары, для которых с момента их открытия наблюдения охватывают дугу менее 10-20 градусов, оказались мало изученными. В настоящее время возрос интерес к таким парам, так как они часто бывают внешними по отношению к более сложным системам кратных звезд, а это важно для изучения эволюции звездных систем.

Существует много разных методов определения орбит, которые можно свести к двум основным подходам: динамические методы, когда орбита определяется по положению и скорости в один момент времени, и геометрические методы, когда главным критерием является минимальное расхождение эфемерид с имеющимся рядом наблюдений.

В данной работе мы сравниваем динамический метод параметров видимого движения (ПВД), который был разработан в Пулковской обсерватории и успешно применяется в течение последних 40 лет для определения орбит по очень коротким дугам, см. (А. А. Kiselev и Kiyeva, 1980; А. А. Kiselev и Romanenko, 1996; А. Kiselev и др., 2009) и метод Тиле-Иннеса, который хорошо

* e-mail:kiyeva@list.ru

работает, если наблюдения охватывают всю видимую орбиту в картинной плоскости, но не предназначен для определения орбит по коротким дугам. Этот метод используется с 1927 года, когда Иннес применил идеи Тиле (1883г) к определению орбит двойных звезд. Тогда массово определяли орбиты с периодами не более 100–200 лет. Подробно алгоритм метода Тиле-Иннеса изложен в монографии М.Ф.Субботина (Subbotin, 1968). Однако его применяют к разным дугам, а возможности современной вычислительной техники позволяют всегда получить удовлетворительное на данный момент решение.

Метод ПВД можно использовать, когда из наблюдений короткой дуги в картинной плоскости мы можем получить в средний момент времени T_0 относительное положение (расстояние между компонентами ρ в секундах дуги и позиционный угол θ в градусах) и аналогично видимую относительную угловую скорость μ и ее позиционный угол ψ , а иногда и пятый параметр — радиус кривизны этой наблюдаемой дуги на момент T_0 , но нет возможности определить ускорение. Поэтому, чтобы определить 7 независимых элементов орбиты, приходится использовать дополнительные независимые наблюдения — лучевые скорости компонентов, оценку масс звезд в зависимости от спектра и светимости, а также параллакс для связи угловых и линейных величин. Качество орбиты напрямую зависит от точности исходных данных, поэтому желательно параметры видимого движения получать из однородных наблюдений, выполненных на одном телескопе. Кроме того, надо иметь в виду, что если система кратная, то внутренние подсистемы могут исказить ПВД, и это необходимо учитывать. Недостатком данного метода является то, что определить все исходные данные не всегда удается, поэтому в настоящее время он применим к ограниченному числу звезд.

Если нет возможности определить из наблюдений радиус кривизны, мы получаем множество орбит, и расстояние между компонентами ограничено с одной стороны условием проекции, а с другой — интегралом энергии для эллиптической орбиты.

$$\frac{\rho}{p_t} \leq r < \frac{2k^2}{v^2}. \quad (1)$$

Здесь k^2 — динамическая постоянная. Если измерять расстояние в а.е., время в годах, массу звезд в $M_\odot$, то $k^2 = 4\pi^2(M_1 + M_2)$, где M_1 и M_2 — массы компонентов, r — расстояние между компонентами в пространстве в астрономических единицах (ае), ρ — расстояние между компонентами в картинной плоскости в секундах дуги, p_t — параллакс в секундах дуги, v — пространственная относительная скорость, выраженная в ае/год.

И даже если есть все необходимые исходные данные, только из наблюдений короткой дуги мы можем получить 2 решения с одинаковым периодом и большой полуосью, но с разными значениями остальных элементов орбиты, так как невозможно определить, с какой стороны относительно картинной плоскости спутник находится в момент T_0 . В этом случае расстояние между компонентами вычисляется по формуле:

$$r^3 = k^2 \frac{\rho \rho_c}{\mu^2} |\sin(\theta - \psi)| \quad (2)$$

Здесь ρ, θ, μ, ψ — параметры видимого относительного положения и движения в картинной плоскости в момент T_0 , ρ_c — радиус кривизны наблюдаемой короткой дуги, в секундах дуги.

Достоинством метода ПВД является то, что разнородные наблюдения, накопленные за 200 лет, не используются для определения орбиты, но служат для контроля согласованности всех используемых исходных данных, являются критерием качества полученной орбиты и иногда позволяют получить единственное решение.

Для успешного применения метода Тиле-Иннеса, надо иметь возможность заранее определить три динамических элемента орбиты — период, эксцентриситет и момент прохождения через периастр (P, e, T). Это легко сделать, если наблюдения охватывают достаточную часть эллиптической орбиты в картинной плоскости. Тогда элементы Тиле-Иннеса A, B, F, G представляют из себя направляющие косинусы, связывающие систему координат в плоскости орбиты и в картин-

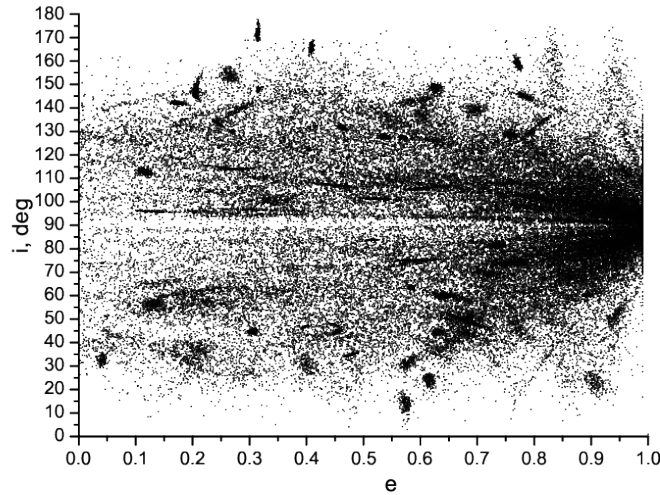


Рис. 1: Зависимость $i(e)$ для множества орбит из статьи (I. S. Izmailov, 2019).

ной плоскости, умноженные на большую полуось. Эти элементы получаем методом наименьших квадратов из следующей системы уравнений:

$$x_i = BX_i + GY_i \quad (3)$$

$$y_i = AX_i + FY_i \quad (4)$$

Здесь $x_i = \rho \sin \theta$, $y_i = \rho \cos \theta$ — наблюдения в картинной плоскости, ориентированные на Восток x и на Север y ; $X_i = \cos E_i - e$, $Y_i = \sqrt{1 - e^2} \sin E_i$ — орбитальные координаты, которые вычисляются по известным значениям P, T и e (E — эксцентрическая аномалия). Зная A, B, F, G , получаем геометрические орбитальные элементы a, i, ω, Ω . Однако в случае короткой дуги P, T и e являются неизвестными, которые приходится определять, опираясь на имеющийся ряд наблюдений, как это сделано, например, в работах (Holl и др., 2023) и (Catanzarite, 2010).

Определяя методом ПВД семейства (множества) орбит очень широких пар с периодами обращения несколько тысяч лет, А.А.Киселев и Л.Г.Романенко (Kisselev и Romanenko, 2004) исследовали ориентировку орбит в галактической системе координат и заметили, что большинство орбит круто наклонены к плоскости Галактики, что трудно объяснить. Однако выборка была небольшая, поэтому сделать уверенные выводы было невозможно. Этот вопрос требует серьезного теоретического исследования, но в данной работе мы просто повторили то, что было сделано в работе (Kisselev и Romanenko, 2004) на новом наблюдательном материале.

В работе (I. S. Izmailov, 2019) модифицированным методом Тиле-Иннеса были определены наборы из 200 орбит для каждой из 451 пары звезд, которые удовлетворяют имеющимся рядам разнородных наблюдений. Так как в случае короткой дуги часть видимого эллипса часто выглядит отрезком прямой линии, причиной может быть большой угол наклона или большой эксцентриситет. На рисунке 1 представлена зависимость угла наклона орбиты к картинной плоскости i от эксцентриситета e для множества орбит, а на рисунке 2 — та же зависимость, соответствующая одной выбранной орбите для каждой звезды. Визуально заметна корреляция между этими величинами. Большинство орбит приближается к значениям с большим эксцентриситетом и углом наклона, близким $|i| \approx 90^\circ$. Отчасти эту корреляцию можно объяснить двумя обстоятельствами: тепловым распределением орбит по эксцентриситетам ($f(e) = 2e$) и тем фактом, что при случайном распределении полюсов орбит по небесной сфере углы наклона орбиты i будут тяготеть к значению $i = 90^\circ$. Проверка этого факта стала стимулом для проведения данного исследования.

Цель данной работы — на большом статистическом материале проверить, являются ли независимыми орбитальные параметры — угол наклона и эксцентриситет — при определении орбиты

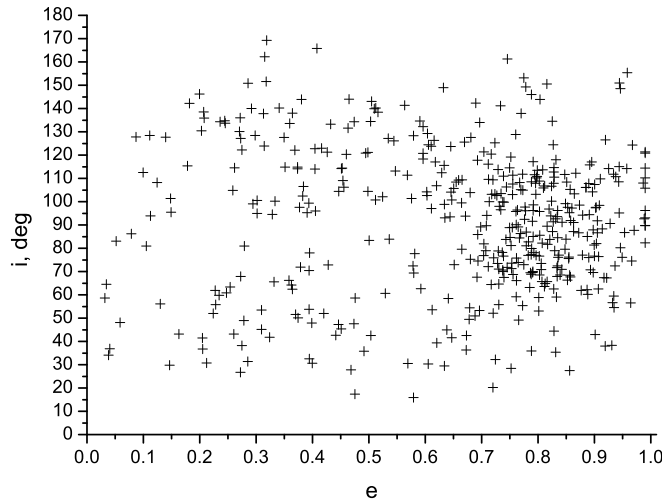


Рис. 2: Зависимость $i(e)$ для средних орбит (451 орбита) из множества орбит, полученных в статье (I. S. Izmailov, 2019).

двумя методами. а также есть ли зависимость в ориентации орбит относительно плоскости Галактики.

1 Материал для исследования

Мы рассматриваем орбиты 69 звездных пар, полученных методом ПВД и представленных в работе (Romanenko и др., 2023), и орбиты 850 звезд, представленных в работе (Igor S. Izmailov, 2022), среди которых 25 орбит получены методом ПВД, а остальные 825 — методом Тиле-Иннеса.

Среди звезд из работы (Romanenko и др., 2023) мы выделяем 52 пары (33 звезды, у которых 1 решение, 16 звезд — 2 решения и 3 звезды — 4 решения, всего 77 орбит) и 17 звездных пар, для которых получены семейства эллиптических орбит, среди которых только у одной звезды WDS 02442-2530 минимальный период 4632 года, у остальных более 5000 лет.

Для семейств в этой работе для каждой звезды приведены несколько орбит, соответствующие точкам перегиба: минимальному периоду, минимальному эксцентриситету и максимальному эксцентриситету по обе стороны от картинной плоскости, при котором эфемериды орбит удовлетворяют ряду наблюдений (всего 79 орбит). При исследовании семейства рассматриваются отдельно.

Если из наблюдений неизвестна лучевая скорость, а потому нельзя отличить восходящий и нисходящий узел, методом ПВД мы получаем 4 решения, и пара орбит отличается от другой пары только ориентацией в галактической системе координат. При исследовании корреляции между углом наклона и эксцентриситетом мы исключаем одинаковые решения и рассматриваем 71 орбиту, а при исследовании ориентации — все 77 орбит.

При определении орбиты методом Тиле-Иннеса лучевая скорость не используется, поэтому при исследовании ориентации орбит из работы (Igor S. Izmailov, 2022) мы рассматриваем оба варианта, когда углы Ω и ω различаются на 180° (1650 орбит).

В таблице 1 представлено распределение орбит по периодам. В статье (Igor S. Izmailov, 2022) каждой звезде соответствует одна орбита, в скобках отмечено, сколько среди них орбит с соответствующим периодом получено методом ПВД. В статье (Romanenko и др., 2023) для одной звезды методом ПВД может быть получено несколько орбит с одним и тем же периодом. Здесь N_o — число орбит, а N_{st} — число звезд, попадающих в данную выборку. Семейства орбит выделены отдельно в нижней части таблицы.

Таблица 1: Характеристика исходных данных. Распределение по периодам орбит, представленных в двух статьях.

Ссылка: ->	(Igor S. Izmailov, 2022)	(Romanenko и др., 2023)
Период P (год)	N	N_o (N_{st})
$P \leq 200$	297 (0)	1 (1)
$200 < P \leq 500$	162 (5)	8 (5)
$500 < P \leq 1000$	115 (9)	24 (14)
$1000 < P \leq 1500$	88 (4)	12 (9)
$1500 < P \leq 2000$	67 (2)	7 (5)
$2000 < P \leq 2500$	38 (2)	1 (1)
$2500 < P \leq 3000$	33 (1)	2 (2)
$P > 3000$	52 (2)	22 (15)
$4000 < P \leq 5000$		1
$5000 < P \leq 20000$		10
$20000 < P \leq 50000$		11
$50000 < P \leq 100000$		15
$P > 100000$		42

Здесь N — число орбит из статьи (Igor S. Izmailov, 2022), где каждой звезде соответствует одна орбита. В скобках отмечено, сколько среди них получены методом ПВД, остальные — методом Тиле-Иннеса; N_o — число ПВД-орбит из статьи (Romanenko и др., 2023), а N_{st} — число звезд, попадающих в данную выборку.

В конце таблицы — число ПВД-орбит из множеств, полученных для 17 звезд.

Мы понимаем, что деление орбит по периодам — вынужденная мера. Характеристикой короткой дуги является параметр, определяющий часть видимой орбиты по отношению ко всему видимому эллипсу. Это можно сделать на искусственных моделях, но в данной работе мы рассматриваем уже полученные орбиты, и естественно считать, что чем больше период, тем меньше дуга, охваченная наблюдениями.

Кроме того, существуют дополнительные эффекты, которые невозможно учитывать при исследовании реальных звезд. В результате наблюдательной селекции часто не исследуют звезды, у которых видимый эллипс вырождается в прямую ($i \approx 90^\circ$).

Как видно из таблицы 1, большинство орбит из нашей выборки имеют периоды $P < 500$ лет, а звезды с большими орбитальными периодами обделены вниманием наблюдателей.

2 Результаты

Чтобы сравнивать методы, надо, чтобы выборки были примерно одинаковы, поэтому мы разбили весь материал из статьи (Igor S. Izmailov, 2022) в зависимости от периода на выборки, состоящие примерно по 100 орбит каждая, исключив 25 орбит, полученных методом ПВД. Их мы рассматриваем в одной выборке с остальными орбитами из статьи (Romanenko и др., 2023).

Сначала выясним, есть ли корреляция между эксцентриситетом e и углом наклона i . Линейный коэффициент корреляции R_{xy} между независимыми величинами x и y вычисляется по формуле:

$$R_{xy} = \frac{\sum[(x - \bar{x})(y - \bar{y})]}{\sqrt{\sum(x - \bar{x})^2 \sum(y - \bar{y})^2}} \quad (5)$$

Так как нас интересует только угол наклона независимо от направления движения в системе двойной звезды, мы вычисляем коэффициент корреляции R_{ei} между e и $|\cos(i)|$. Результаты для разных выборок представлены в таблице 2. Заметна корреляция для выборки с периодом более 2000 лет, $|R_{ei}| > 0.4$.

Теперь рассмотрим вопрос о наклоне орбиты широких пар к плоскости Галактики. На рисунке 3 показана зависимость галактической широты полюса орбиты от периода для трех выборок. Так как нас интересует только величина наклона орбиты по обе стороны от плоскости Галактики, а

Таблица 2: Коэффициент корреляции R_{ei} и частота F орбит с наклоном к плоскости Галактики больше 60° для разных выборок согласно методу и периоду.

Метод	Орбитальный период P , год	N_{ei}	R_{ei}	N_B	F
Тиле-Иннес	≤ 200	297	-0.186	594	0.468
Тиле-Иннес	$200 < P \leq 500$	157	-0.274	314	0.472
Тиле-Иннес	$500 < P \leq 1000$	106	-0.203	212	0.535
Тиле-Иннес	$1000 < P \leq 2000$	149	-0.149	298	0.532
Тиле-Иннес	$P > 2000$	116	-0.444	232	0.525
Тиле-Иннес	$P > 0$	825	-0.338	1650	0.498
ПВД	$150 < P \leq 20000$	71	-0.095	77	0.428
ПВД	$150 < P \leq 20000$	96	-0.137	102	0.441
ПВД Семейства	$P \geq 4632$	79	-0.152	79	0.595

Здесь N_{ei} — число орбит при исследовании корреляции между углом наклона i и эксцентриситетом e , N_B — число орбит при исследовании ориентации.

В методе Тиле-Иннеса восходящий узел орбиты определен с точностью до 180° , поэтому для каждой звезды получаем 2 значения F и число орбит удваивается. В методе ПВД при вычислении F $N_B = 77$ для орбит из работы (Romanenko и др., 2023) и $N_B = 102$ с добавлением орбит из работы (Igor S. Izmailov, 2022).

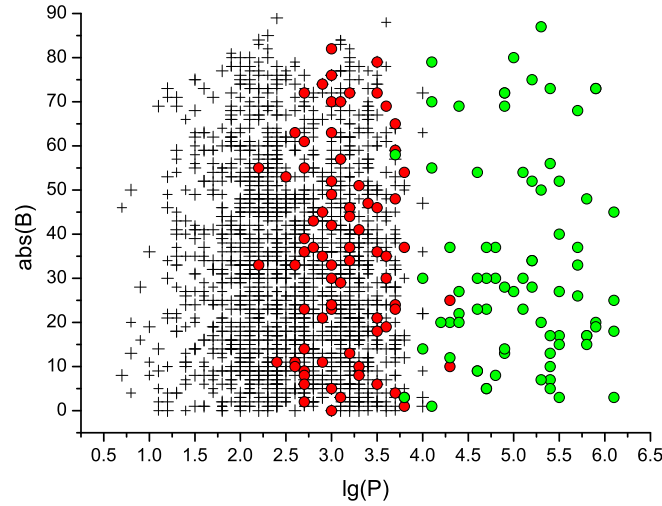


Рис. 3: Зависимость модуля галактической широты полюса орбиты $|B|$ от периода P для трех вариантов. Обозначения: крестики — орбиты получены методом Тиле-Иннеса (Igor S. Izmailov, 2022), красные кружки — орбиты, полученные методом ПВД (Romanenko и др., 2023; Igor S. Izmailov, 2022), зеленые кружки — 79 орбит, полученных методом ПВД, для 17 звезд (семейства) (Romanenko и др., 2023).

орбитальные периоды сильно различаются, мы представляем зависимость модуля галактической широты вектора полюса орбиты $|B|$ от орбитального периода P в логарифмической шкале.

Поверхность сферы делится пополам по широте $\pm 30^\circ$. В последнем столбце таблицы 2 представлена величина $F = N_{B30}/N_B$, где N_B — число орбит в выборке, N_{B30} — число орбит, для которых $|B| \leq 30^\circ$. Видно, что явное преимущественное направление не наблюдается, и это не противоречит случайному распределению полюсов орбит по небесной сфере. Для семейств орбит с огромными периодами получено значение $F \approx 0.6$, что не доказывает преимущественное направление, но объясняет сделанное ранее предположение на основе малой выборки (Kisselev и Romanenko, 2004).

3 Заключение

В данной работе мы попытались ответить на вопросы, возникшие в результате многолетнего опыта определения орбит визуально-двойных звезд в Пулковской обсерватории.

Широкие пары двойных звезд в течение многих лет были обделены вниманием наблюдателей, но в настоящее время, когда интерес сместился в сторону кратных звезд, стало ясно, что многие из них являются внешними парами и имеют внутренние подсистемы. Для динамического исследования кратных систем необходимо знание основных параметров орбит как внутренних, так и внешних пар.

Используя метод ПВД, мы получаем независимые значения эксцентриситета и угла наклона при определении орбиты даже с очень большими периодами в десятки и сотни тысяч лет.

Используя метод Тиле-Иннеса, наблюдается заметная корреляция, если орбитальный период $P > 2000$ лет. Так как по смыслу все орбитальные элементы независимы друг от друга, следует с осторожностью применять метод Тиле-Иннеса при определении орбит по короткой дуге, когда получаем плохо обусловленные системы уравнений (3) и (4), так как все наблюдения соответствуют близким фазам положения на орбите. При этом следует отметить, что в каталоге Gaia DR3 I/357 представлены орбиты с периодами менее 3000 дней (примерно 8 лет). Это говорит о том, что наблюдениями за период 2013–2022 охвачена достаточно большая дуга, и авторы грамотно отнеслись к данному вопросу.

Мы не выявили зависимость от периода в ориентации полюса орбиты двойной звезды относительно плоскости Галактики на данном наблюдательном материале. Однако это не является основанием для закрытия вопроса об ориентации широких пар в Галактике.

В данной работе мы рассмотрели 2 метода на примере конкретных опубликованных орбит и выявили те моменты, на которые следует обратить особое внимание. В дальнейшем планируется продолжить исследование с накоплением нового статистического материала, с учетом особенностей физических свойств звезд и результатов математического моделирования.

Благодарности

Авторы благодарны анонимному рецензенту за ценные замечания, всем наблюдателям двойных звезд, чей труд использовался нами в течение 40 лет, а также создателями каталогов WDS и Gaia, которыми мы пользовались.

Список литературы

- Kiselev, A. A. и O. V. Kiyayeva (1980). The method of apparent motion parameters, used to determine the orbit elements of a visual double star on the basis of short arc observations. *AZh* 57, с. 1227—1241.
- Kiselev, A. A. и L. G. Romanenko (1996). Dynamical studies of nine wide visual binaries in the solar neighborhood. *Astronomy Reports* 40.6, с. 795—801.
- Kiselev, A.A. и др. (2009). Dynamic study of wide pairs of binary stars in the vicinity of the Sun. *Izvestiya GAO v Pulkove. Proceedings of the All-Russian Astrometric Conference "Pulkovo-2009"* 219 (4), с. 135—478.
- Subbotin, M. F. (1968). *Introduction to theoretical astronomy*. Moscow: Nauka, с. 800—800.
- Holl, B. и др. (2023). Gaia Data Release 3. Astrometric orbit determination with Markov chain Monte Carlo and genetic algorithms: Systems with stellar, sub-stellar, and planetary mass companions. *A&A* 674, A10.
- Catanzarite, Joseph H. (2010). A new algorithm for fitting orbits of multiple-planet systems to combined RV and astrometric data. *arXiv e-prints*, arXiv:1008.3416.
- Kisselev, A. A. и L. G. Romanenko (2004). Orientation of AMP-Orbits of Pulkovo Programme Binary Stars in the Galaxy Coordinate Frame. B: *Order and Chaos in Stellar and Planetary Systems*. Под ред. Gene G. Byrd, Konstantin V. Kholshevnikov, Aleksandr A. Myllri, Igor I. Nikiforov и Victor V. Orlov. T. 316. Astronomical Society of the Pacific Conference Series, с. 250.
- Izmailov, I. S. (2019). The Orbits of 451 Wide Visual Double Stars. *Astronomy Letters* 45.1, с. 30—38.
- Romanenko, L. G., O. V. Kiyayeva, I. S. Izmailov, N. A. Shakht и D. L. Gorshanov (2023). The orbits of visual binary and multiple stars obtained by the Apparent Motion Parameters method during the last 40 years. *arXiv e-prints*, arXiv:2301.07602.
- Izmailov, Igor S. (2022). Orbits of 850 wide visual double stars. <http://izmaccd.puldb.ru/vds.htm>.

Investigation of the correlation between the angle of inclination and eccentricity in the problem of determining the orbits of binary stars from observations covering short arc of visible orbit

O.V. Kiyayeva¹, I.S. Izmailov¹, L.G. Romanenko¹

¹ The Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo

Received 20 June 2024 / Accepted 10 September 2024

Abstract

Two methods of determining the orbit of a wide binary star are compared. The Apparent Motion Parameters (AMP) method is applicable to limited number of stars, since it requires the use of not only positional observations of stars in the sky plane, but also additional data on radial velocities, parallaxes and masses of stars. The Thiele-Innes method gives a reliable result if the arc is large enough for the observations to cover different phases of relative positions components of a binary star in orbit. We considered 96 orbits calculated by the AMP method and 825 orbits calculated by the Thiele-Innes method. As a result, it is obtained that for stars with an orbital period over 2000 years by the Thiele-Innes method, we have a correlation between the angle of inclination and eccentricity, which should not be. Using the AMP method, we obtain independent elements of the orbit. Also in the work, the question of the existence of a predominant direction in the inclination of the orbit relative to the plane of the Galaxy is considered. No preferential direction was revealed on this observational material.

key words: double stars, orbits, statistics