



Вековое геодезическое вращение небесных тел в системе спутников Юпитера

В.В. Пашкевич^{1*}, А.Н. Вершков¹

¹ Главная (Пулковская) астрономическая обсерватория РАН

Аннотация

В данной статье исследуется релятивистский эффект геодезической прецессии во вращении вокруг своих осей Юпитера и 94 его спутников для которых известны эфемериды. В результате впервые определены наиболее существенные вековые члены геодезического вращения этих небесных тел:

1. для Юпитера относительно барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
2. для 8 регулярных (4 внутренних (Метиды (Metis J16), Адрастеи (Adrastea J15), Амальтеи (Amalthea J5) и Фивы (Thebe J14)) и 4 галилеевых (Ио (Io J1), Европы (Europa J2), Ганимеда (Ganymede J3) и Каллисто (Callisto J4))) спутников Юпитера относительно: а) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты барицентра Юпитерианской системы эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; в) барицентра системы спутников Юпитера и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
3. для 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера относительно: а) барицентра Солнечной системы в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) барицентра системы спутников Юпитера в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела.

На эпоху J2000.0 вычислены средние орбиты изучаемых небесных тел и средняя орбита барицентра Юпитерианской системы. Для регулярных спутников определены значения углов наклона их экватора к их собственным орбитам.

Полученные аналитические величины геодезической прецессии изучаемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования вращения этих тел в релятивистском приближении.

Ключевые слова: вековое геодезическое вращение небесных тел, геодезическая прецессия, релятивистское вращение, Юпитер, спутники Юпитера.

Введение

Современное развитие космонавтики позволяет производить высокоточные исследования тел Солнечной системы. С учетом увеличения числа космических миссий и возрастания роли космической навигации растет востребованность релятивистских моделей вращения небесных тел. Помимо этого, наблюдательная верификация этих моделей - один из возможных тестов фундаментальных физических теорий. Особенно реализация космических проектов подобных проекту

*e-mail: pashvladvit@yandex.ru

«Gravity Probe B» (Everitt et al. 2011) для планет-гигантов и их спутников, позволит уже в течение нескольких лет получить из наблюдений величину геодезической прецессии их внутренних спутников. Для этого необходимо запустить аналогичный искусственный спутник (с гироскопами на борту) на орбиту исследуемого небесного тела и провести необходимые измерения. Затем искусственный спутник можно перевести на близлежащую орбиту следующего исследуемого небесного тела и повторить эксперимент.

В настоящее время ведётся активная реализация космических миссий Juno (Bolton et al., 2017; Durante et al., 2024) и Juice¹ для исследования Юпитера и его спутников. Эксперименты, запланированные этими миссиями, позволят уточнить параметры вращения Юпитера и его некоторых спутников. Таким образом, более детальное изучение релятивистских эффектов во вращении Юпитера и его спутников в Солнечной системе становится весьма актуальным и интересным.

Данная статья является продолжением наших исследований релятивистского вращения небесных тел Юпитерианской системы. По сути она является обзором векового геодезического вращения небесных тел в спутниковой системе Юпитера. В ней собраны результаты для всех исследуемых небесных тел имеющих вычисленную эфемериду. В предыдущих наших статьях (Вершков и Пашкевич, 2023) и (Пашкевич и Вершков, 2023, 2024) проводились исследования релятивистского вращения вокруг своих осей Юпитера и его галилеевых спутников, в которых рассматривались два наиболее существенных² из релятивистских эффектов – систематического (или векового) эффекта - геодезической прецессии (De Sitter W., 1916) и периодического эффекта - геодезической нутации (Fukushima, 1991). Оба эти эффекта имеют формальное сходство с известными в классической механике явлениями прецессии и нутации. Основное отличие геодезических эффектов от классических состоит в том, что появление первых не связано с действием на тело каких-либо сил, а обусловлено изменением направления его оси вращения в результате параллельного переноса вектора углового момента тела вдоль его орбиты в искривленном пространстве-времени.

В данной статье на всём интервале времени существования эфемерид (для Юпитера и его 8 регулярных спутников (табл.1 и 2) (с синхронным вращением) на 800-летнем интервале времени (26.12.1599 – 13.01.2400), для 86 (из них 13 – с прямым движением по орбите и 73 – с обратным движением по орбите) иррегулярных спутников Юпитера (табл.6) на 400-летнем интервале времени (27.12.1799 – 05.01.2200)) исследуется релятивистский эффект геодезической прецессии во вращении вокруг своих осей Юпитера и 94 его спутников для которых имеются эфемериды.

В различной литературе по небесной механике используются разные названия одного и того же понятия, поэтому чтобы не было путаницы и разночтений дадим определения некоторых из них:

«Средняя орбита тела эпохи» или «неподвижная орбита тела эпохи» – это усреднённая относительно выбранной эпохи возмущённая орбита исследуемого тела, учитывающая только вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, т.е. орбита без периодических (нутационных) возмущений.

«Мгновенная орбита тела» или «истинная орбита даты тела» или просто «орбита даты тела» – это возмущённая орбита тела на текущий момент времени (даты), учитывающая как вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, так и периодические (нутационные) возмущения от возмущающих тел.

¹ESA Juice

²Другие эффекты ОТО и СТО – изменение шкалы координатного времени (Soffel et al. 2003; Petit et al. 2010) (переход к шкале собственного времени исследуемых небесных тел, эффект зависящий от величины периода обращения исследуемого тела вокруг своей оси), прецессия Ленса-Тирринга (Lense and Thirring, 1918) (эффект зависящий от вращения центрального тела изменяющего геометрию пространства-времени) и прецессия Томаса (Thomas, 1926, 1927) (эффект прецессии координатных осей при ускоренном движении) значительно (на несколько порядков) меньше влияют на релятивистское вращение небесных тел вокруг своей оси. Заметим, что следующим по значимости является эффект Ленса-Тирринга, который наиболее существенен у небесных тел, вращающихся вокруг центральных тел с быстрым вращением вокруг своей оси, и чьи орбиты близко расположены к вращающемуся центральному телу. Отметим, что дальнейшее изучение этих релятивистских эффектов является предметом отдельных исследований и может быть полезным при изучении влияния внутренних физических процессов изучаемых тел на их вращения, которые могут быть сравнимыми с ними по величине. А именно, чтобы отделить их друг от друга.

«Средний экватор тела эпохи» или «неподвижный экватор тела эпохи» – это усреднённый относительно выбранной эпохи экватор исследуемого тела, на положение которого влияют только вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел.

«Мгновенный экватор тела» или «истинный экватор даты тела» или просто «экватор даты тела» – определяет истинное положение экватора тела на текущий момент времени (даты), учитывает, как вековые (прецессионные) возмущения от возмущающих тел, так и периодические (нутационные) возмущения от возмущающих тел.

Далее для краткости в статье, для средних или неподвижных орбит тела эпохи, экватора Земли и эклиптики всегда будет подразумеваться эпоха J2000.0, а выражение «эпохи J2000.0» в некоторых местах будет опущено.

В настоящем исследовании в качестве опорных плоскостей используются плоскости орбит (рис. 1) исследуемых небесных тел.

На рис. 1 изображены углы Эйлера исследуемого тела относительно кинематически невращающейся его собственной системе координат:

ψ – угол долготы нисходящего узла подвижного экватора даты тела на его средней орбите; θ – угол наклона подвижного экватора даты тела к его средней орбите; φ – угол собственного вращения тела между восходящим узлом его средней орбиты и главной осью OA минимального момента инерции тела; Υ , \sphericalangle – точки весеннего и осеннего равноденствий исследуемого тела, соответственно.

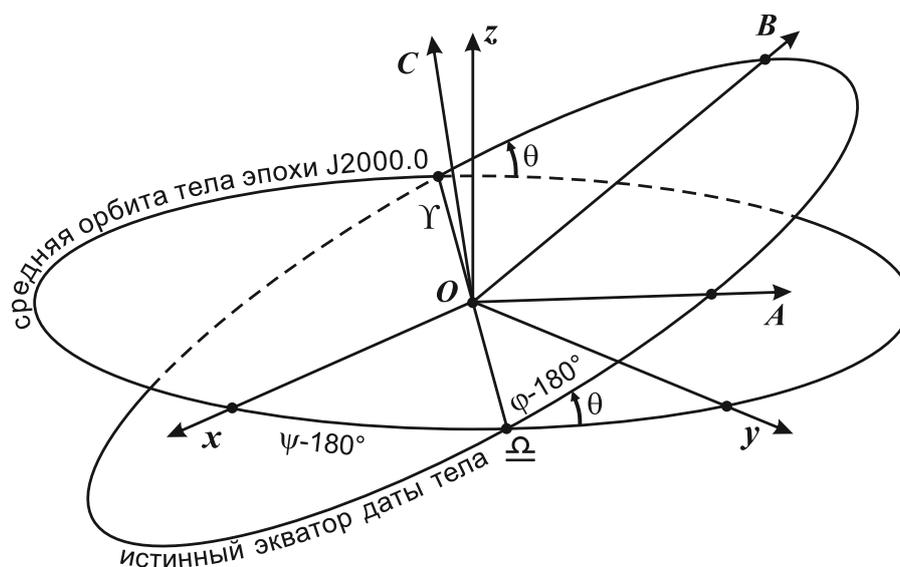


Рис. 1: Определение углов Эйлера исследуемого тела относительно кинематически невращающейся его собственной системе координат. (ось инерции OC перпендикулярна плоскости истинного экватора даты исследуемого тела³, а ось OZ перпендикулярна плоскости средней орбиты исследуемого тела эпохи J2000.0)

В наших предыдущих исследованиях (Вершков и Пашкевич, 2023), (Пашкевич и Вершков, 2024) была показана зависимость величины эффекта геодезического вращения от выбора координатной системы. Таким образом, для исследуемых спутников относительно разных систем координат существуют разные векторы угловой скорости их геодезического вращения, более того, эти векторы не переходят один в другой путём параллельного переноса или угловых поворотов, как это происходит для векторов угловой скорости в евклидовом пространстве, (т.е. не проецируются друг в друга и имеют разные величины своих абсолютных значений) (Пашкевич и Вершков, 2024).

³Заметим, что в данном исследовании углы Эйлера (рис.1) относятся к экватору вращения (истинному экватору даты) исследуемого тела, как определено в работе (Archinal et al., 2018), и могут не совпадать с углами Эйлера определёнными в классической механике относительно экватора фигуры исследуемого тела (Суслов, 1946), за исключением случаев, когда экватор фигуры исследуемого тела совпадает с экватором его вращения.

Основными целями данного исследования являются:

1. Вычисление для регулярных спутников средних орбит (относительно барицентра Солнечной системы (Solar System Barycenter – SSB) и барицентра системы спутников Юпитера (Jovian System Barycenter – JSB)) и средней орбиты JSB (относительно SSB) на эпоху J2000.0.
2. Для регулярных спутников определения значений углов наклона их экватора к их собственным орбитам.
3. Определение наиболее существенных вековых членов геодезического вращения изучаемых небесных тел:
 - 3.1 для Юпитера относительно барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
 - 3.2 для 8 регулярных (4 внутренних (Метиды (Metis J16), Адрастеи (Adrastea J15), Амальтеи (Amalthea J5) и Фивы (Thebe J14)) и 4 галилеевых (Ио (Io J1), Европы (Europa J2), Ганимеда (Ganymede J3) и Каллисто (Callisto J4))) спутников Юпитера относительно:
 - а) SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
 - б) SSB и плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
 - в) JSB и средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;
 - 3.3 для 86 иррегулярных (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) спутников Юпитера относительно: а) SSB в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) JSB в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела.

Систематическое или вековое изменение геодезического вращения исследуемого тела в рассматриваемых углах x (в данном исследовании $\Delta x = x_{\text{релятив.}} - x_{\text{ньютонов.}}$ принимает значения рассматриваемых разностей углов Эйлера ($\Delta\psi$, $\Delta\theta$, $\Delta\varphi$) в релятивистском и ньютоновом приближениях, разностей возмущающих членов физической либрации ($\Delta\tau$, $\Delta\rho$, $\Delta\sigma$) в релятивистском и ньютоновом приближениях, и абсолютной величины вектора углового поворота геодезического вращения $|\vec{\Lambda}|$ исследуемого тела) может быть представлено в виде полинома по степеням времени:

$$\Delta x = \sum_{n=0}^N \Delta x_n t^n, \quad (1)$$

где t – время; Δx_n – коэффициенты вековых членов; N – степень аппроксимирующего полинома.

В данной работе использовался модифицированный метод (Вершков и Пашкевич, 2023), разработанный в статье (Пашкевич, 2016) для вычисления величин геодезического вращения любых тел Солнечной системы, для которых имеется долгосрочная эфемерида.

1 Описание метода решения задачи

Далее кратко⁴ в четырёх пунктах излагается суть применяемого модифицированного метода (Вершков и Пашкевич, 2023; Пашкевич, 2016):

1. Задача о геодезическом (релятивистском) вращении Юпитера и его спутников изучается относительно кинематически невращающейся (Koreikin et al., 2011) собственной координатной системы исследуемых тел (Archinal et al., 2018). Для Солнца, Луны, Плутона и больших планет положения и скорости вычисляются с помощью фундаментальной эфемериды JPL DE441/LE441 (Park et al., 2021). Положения, скорости и орбитальные элементы для спутников Юпитера берутся из Horizons On-Line Ephemeris System (Giorgini et al., 2001).

2. Используя Horizons On-Line Ephemeris System (Giorgini и др., 2001) авторы получили временные ряды оскулирующих элементов орбит для JSB, Юпитера (на интервале времени от AD1599 26 декабря 00 ч. 15 мин. 50.4 сек. до AD2400 07 января 23 ч. 44 мин. 09.6 сек. с шагом 59 мин. 45.6 сек.) и для регулярных спутников Юпитера (на интервале времени от AD1599 26 декабря 00 ч. до AD2400 13 января 00 ч. с шагом 0.1 периода их обращения вокруг Юпитера). Из них методом наименьших квадратов, используя разработанный В.В. Пашкевичем комплекс программ (Series of Programs for Calculations of Trends) SPCT2023 (Пашкевич и Вершков, 2023), были вычислены средние элементы их орбит (табл. 1 и 2).

Таблица 1: Средние элементы орбит на эпоху J2000.0 для JSB, Юпитера и его регулярных спутников относительно SSB.

Объект	P	i_0 , угл. град	Ω , угл. град	J , угл. град	Ω_J угл. град
JSB	11.862 лет	1.3035570549	100.47122403	23.235809431	3.2505445988
Юпитер (B5)	11.862 лет	1.3035570670	100.47122418	23.235809427	3.2505446056
Метида (J16)	0.295 сут.	65.759945869	19.796897426	71.019037518	10.568599195
Адрастея (J15)	0.298 сут.	65.657596705	19.868606805	70.938696739	10.604962498
Амальтея (J5)	0.500 сут.	60.674783015	23.630799768	67.025666889	12.419253831
Фива (J14)	0.676 сут.	57.165943899	26.369046430	64.277348078	12.527021443
Ио (J1)	1.769 сут.	41.513051013	35.778295230	51.872109229	15.226698520
Европа (J2)	3.551 сут.	19.185869477	45.150276213	33.643432073	11.913315999
Ганимед (J3)	7.155 сут.	3.3535924245	58.724688942	22.587428378	5.7967296543
Каллисто (J4)	16.689 сут.	1.9558670150	89.801697351	23.001842419	3.9468851426

Таблица 2: Средние элементы орбит на эпоху J2000.0 для Юпитера и его регулярных спутников относительно JSB.

Объект	a	e	i_0 , угл. град	Ω , угл. град	J , угл. град	Ω_J угл. град
Юпитер (B5)	5.2038 а.е.	0.0488	21.306579433	-12.608015110	39.541495864	4.4259841712
Метида (J16)	128000 км	0.0002	2.2166913533	-22.186504435	25.504804736	-1.9438782981
Адрастея (J15)	129000 км	0.0015	2.2166870464	-22.186498510	25.504804160	-1.9438775127
Амальтея (J5)	181400 км	0.0032	2.2327832801	-22.185659391	25.506087600	-1.9437808520
Фива (J14)	221900 км	0.0175	2.3463546091	-22.185978799	25.514822754	-1.9435045210
Ио (J1)	421800 км	0.0041	2.2147620682	-22.168127766	25.503116634	-1.9406476399
Европа (J2)	671100 км	0.0090	2.2174249597	-22.073802132	25.485780412	-1.9151454914
Ганимед (J3)	1070400 км	0.0013	2.1223911344	-21.289194081	25.424209001	-1.7914565993
Каллисто (J4)	1882700 км	0.0074	1.7769290413	-16.294211104	25.141935589	-1.1674138067

Примечание: P – сидерический период обращения (JSB и Юпитера вокруг SSB, спутников вокруг JSB); a – большая полуось орбиты исследуемого тела; i_0 – наклон средней орбиты исследуемого тела эпохи J2000.0 к эклиптике; e – эксцентриситет орбиты исследуемого тела (Юпитера вокруг

⁴Подробное описание метода приводится в нашей предыдущей работе (Вершков и Пашкевич, 2023).

физической либрации и в абсолютной величине вектора угловой скорости вращения (Вершков и Пашкевич, 2023):

$$\left. \begin{aligned} \Delta\psi &= -\frac{\sigma_1 \sin \varphi + \sigma_2 \cos \varphi}{\sin \theta} \\ \Delta\dot{\theta} &= -\sigma_1 \cos \varphi + \sigma_2 \sin \varphi \\ \Delta\dot{\varphi} &= \sigma_3 - \Delta\dot{\psi} \cos \theta \end{aligned} \right\}, \quad \left. \begin{aligned} \sin \theta \Delta\dot{\psi} &= -\sigma_1 \sin \varphi - \sigma_2 \cos \varphi = \Delta(I\dot{\sigma}) \\ \Delta\dot{\theta} &= -\sigma_1 \cos \varphi + \sigma_2 \sin \varphi = \Delta\dot{\rho} \\ \Delta\dot{\psi} + \Delta\dot{\varphi} &= \sigma_3 - (\sigma_1 \sin \varphi + \sigma_2 \cos \varphi) \tan \frac{\theta}{2} = \Delta\dot{\tau} \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

$$|\vec{\sigma}| = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}. \quad (3)$$

Здесь ψ, θ, φ – углы Эйлера (рис. 1); τ, ρ и σ ⁵ – возмущающие члены физической либрации исследуемого тела для его неподвижной средней орбиты в долготе, в наклоне и в долготе узла, соответственно; $\vec{\sigma} = \frac{1}{c^2} \sum_l \frac{Gm_l}{|\vec{R} - \vec{R}_l|^3} (\vec{R} - \vec{R}_l) \times \left(\frac{3}{2} \dot{\vec{R}} - 2\dot{\vec{R}}_l \right)$ – вектор угловой скорости геодезического вращения для любых тел Солнечной системы (Eroshkin, Pashkevich, 2007); c – скорость света в вакууме; G – гравитационная постоянная; индекс l соответствует возмущающим телам (Солнцу, Луне, Плутону и большим планетам⁶); $\vec{R}, \dot{\vec{R}}, \vec{R}_l, \dot{\vec{R}}_l$ – барицентрические векторы положений и скоростей исследуемого тела (Юпитера и его 94 исследуемых спутников) и l -го возмущающего тела, соответственно; m_l – масса l -го тела; символ \times означает векторное произведение; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – компоненты телоцентрического вектора угловой скорости геодезического вращения тела (Вершков и Пашкевич, 2023); I – постоянный угол наклона экватора исследуемого тела эпохи J2000.0 к его средней орбите; $\Delta\dot{\psi} = \dot{\psi}_r - \dot{\psi}$, $\Delta\dot{\theta} = \dot{\theta}_r - \dot{\theta}$ и $\Delta\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_r - \dot{\varphi}$ – разности релятивистских и ньютоновых скоростей углов Эйлера исследуемого тела, соответственно; $\Delta(I\dot{\sigma}) = I\dot{\sigma}_r - I\dot{\sigma}$, $\Delta\dot{\rho} = \dot{\rho}_r - \dot{\rho}$ и $\Delta\dot{\tau} = \dot{\tau}_r - \dot{\tau}$ – разности релятивистских и ньютоновых скоростей возмущающих членов физической либрации исследуемого тела, соответственно; точка означает дифференцирование по времени. По сути эти разности являются скоростями геодезического вращения исследуемого тела в углах Эйлера и в его возмущающих членах физической либрации.

4. Наиболее существенные составляющие геодезического вращения исследуемого тела находятся из вычисленных временных рядов аналитическими и численными методами: численного интегрирования, наименьших квадратов и спектрального анализа. В результате вычисляются значения коэффициентов основных систематических членов геодезического вращения тела (для углов Эйлера, возмущающих членов физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота). Способы их вычисления подробно описаны в наших предыдущих статьях (Пашкевич, 2016; Вершков и Пашкевич, 2023; Пашкевич и Вершков, 2024).

2 Результаты

Для Юпитера и 94-х его спутников (для которых известны эфемериды (Giorgini et al., 2001)) в углах Эйлера⁷, в возмущающих членах физической либрации⁸ и в абсолютной величине вектора их углового поворота геодезического вращения вычислены их вековые члены их геодезического вращения (табл. 3 – 6). Их значения используются в выражениях (1) для вычисления величины эффекта геодезической прецессии небесного тела.

⁵ Не стоит путать с вектором $\vec{\sigma}$.

⁶ Юпитер исключается из возмущающих тел, когда становится исследуемым телом.

⁷ Вековые члены геодезического вращения регулярных спутников Юпитера (табл. 4 и 5) относительно барицентра Юпитерианской системы (JSB) из-за особенности в синусе наклона $(\sin \theta)^{-1}$ (2) вычисляются только в возмущающих членах физической либрации и абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения тела относительно средней орбиты исследуемого спутника.

⁸ Вековые члены геодезического вращения иррегулярных спутников Юпитера вычисляются только в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения тела, так как параметры вращения этих спутников пока не известны.

Таблица 3: Вековые члены геодезического вращения Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0.

Юпитер (B5)	
Параметр	относительно SSB и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0
θ_0 , угл. град	3.119367
	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	-0.3118126 t
$\Delta\theta$ (угл.с)	-0.00000011 t
$\Delta\varphi$ (угл.с)	0.0000312 t
$\Delta\tau$ (угл.с)	-0.3117814 t
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	-0.01696679 t
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	0.3117815 t

Таблица 4: Вековые члены геодезического вращения внутренних спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 (начало 1/4).

Метида (J16)			
Параметр	относительно SSB и	относительно JSB и	относительно SSB и
	плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0
θ_0 , угл. град	46.281595	0.0118646	3.125037064537
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	2.7888 t		-50.1255 t
$\Delta\theta$ (угл.с)	1.9518 t	0.1353 t	0.6502 t
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-26537.9784 t		-26486.0000 t
$\Delta\tau$ (угл.с)	-26535.18968 t	-26536.1548412 t	-26536.125521 t
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	2.0155 t	-2.75146 t	-2.73263 t
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	26536.4280292 t	26536.1550121 t	26536.4280292 t

Таблица 4: Вековые члены геодезического вращения внутренних спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 продолжение (2/4).

Адрастея (J15)			
Параметр	относительно SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно JSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно SSB и плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0
θ_0 , угл. град	46.206380	0.0118650	3.125037064544
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	2.7357 <i>t</i>		-49.1633 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	1.9165 <i>t</i>	0.1326 <i>t</i>	0.6376 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-26024.6318 <i>t</i>		-25973.6482 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-26021.89606 <i>t</i>	-26022.8422336 <i>t</i>	-26022.811487 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	1.9746 <i>t</i>	-2.69861 <i>t</i>	-2.68017 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	26023.1109506 <i>t</i>	26022.8422624 <i>t</i>	26023.1109506 <i>t</i>

Таблица 4: Вековые члены геодезического вращения внутренних спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 продолжение (3/4).

Амальтея (J5)			
Параметр	относительно SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно JSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно SSB и плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0
θ_0 , угл. град	42.5786	0.360977	3.1346
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	0.8600 <i>t</i>		-17.9657 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	0.8114 <i>t</i>	4.780 <i>t</i>	0.4069 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-11080.64797 <i>t</i>		-11062.0761 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-11079.78796 <i>t</i>	-11080.118796 <i>t</i>	-11080.041830 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	0.55948 <i>t</i>	-6.667 <i>t</i>	-1.36165 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	11080.2852752 <i>t</i>	11080.1610527 <i>t</i>	11080.2852752 <i>t</i>

Таблица 4: Вековые члены геодезического вращения внутренних спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и абсолютной величины вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 (окончание 4/4).

Фива (J14)			
Параметр	относительно SSB и	относительно JSB и	относительно SSB и
	плоскости средней орбиты	плоскости средней орбиты	плоскости средней орбиты
	исследуемого спутника	исследуемого спутника	JSB эпохи J2000.0
	эпохи J2000.0	эпохи J2000.0	
θ_0 , угл. град	39.8926	0.909380	3.1858
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	-0.5337 <i>t</i>		-0.7617 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	0.1524 <i>t</i>	-8.81 <i>t</i>	-1.721 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-6690.08814 <i>t</i>		-6689.7365 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-6690.62186 <i>t</i>	-6690.60071 <i>t</i>	-6690.49825 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	-0.37410 <i>t</i>	-3.279 <i>t</i>	-0.5275 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	6691.0242802 <i>t</i>	6690.9419325 <i>t</i>	6691.0242802 <i>t</i>

Таблица 5: Вековые члены геодезического вращения галилеевых спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 (начало 1/4).

Ио (J1)			
Параметр	относительно SSB и	относительно JSB и	относительно SSB и
	плоскости средней орбиты	плоскости средней орбиты	плоскости средней орбиты
	исследуемого спутника	исследуемого спутника	JSB эпохи J2000.0
	эпохи J2000.0	эпохи J2000.0	
θ_0 , угл. град	28.25823	0.041906	3.11750
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	-0.22397 <i>t</i>		-0.4263 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	0.06194 <i>t</i>	-0.061176 <i>t</i>	-0.12102 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-1341.78721 <i>t</i>		-1341.5588 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-1342.011185 <i>t</i>	-1342.0881199 <i>t</i>	-1341.9851171 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	-0.10612 <i>t</i>	-0.119384 <i>t</i>	-0.023898 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	1342.0489844 <i>t</i>	1342.0880846 <i>t</i>	1342.0489844 <i>t</i>

Таблица 5: Вековые члены геодезического вращения галилеевых спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 (продолжение 2/4).

Параметр	Европа (J2)		
	относительно SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно JSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно SSB и плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0
θ_0 , угл. град	10.5985	0.46790	3.1124
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	-0.12750 <i>t</i>		-0.24896 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	0.014796 <i>t</i>	0.00722 <i>t</i>	-0.023619 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-420.30532 <i>t</i>		-420.18205 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-420.432823 <i>t</i>	-420.5342764 <i>t</i>	-420.4310143 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	-0.02393 <i>t</i>	-0.0233282 <i>t</i>	-0.015104 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	420.4637270 <i>t</i>	420.5341886 <i>t</i>	420.4637270 <i>t</i>

Таблица 5: Вековые члены геодезического вращения галилеевых спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 (продолжение 3/4).

Параметр	Ганимед (J3)		
	относительно SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно JSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно SSB и плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0
θ_0 , угл. град	4.1890	0.18739	3.0178
	вековой член	вековой член	вековой член
$\Delta\psi$ (угл.с)	-0.21846 <i>t</i>		-0.29776 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	-0.005417 <i>t</i>	0.003286 <i>t</i>	-0.006154 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-130.81185 <i>t</i>		-130.73238 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-131.0303128 <i>t</i>	-131.1333627 <i>t</i>	-131.0301421 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	-0.015979 <i>t</i>	-0.001234 <i>t</i>	-0.015699 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	131.0455678 <i>t</i>	131.1333617 <i>t</i>	131.0455678 <i>t</i>

Таблица 5: Вековые члены геодезического вращения галилеевых спутников Юпитера, вычисленные для углов Эйлера, параметров физической либрации и в абсолютной величине вектора их углового поворота; угол наклона θ_0 средней орбиты исследуемого тела к его среднему экватору эпохи J2000.0 (окончание 4/4).

Параметр	Каллисто (J4)		
	относительно SSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно JSB и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0	относительно SSB и плоскости средней орбиты JSB эпохи J2000.0
	вековой член	вековой член	вековой член
θ_0 , угл. град	2.9899	0.2451	2.6313
$\Delta\psi$ (угл.с)	-0.26017 <i>t</i>		-0.29445 <i>t</i>
$\Delta\theta$ (угл.с)	-0.004331 <i>t</i>	0.00189 <i>t</i>	-0.004415 <i>t</i>
$\Delta\varphi$ (угл.с)	-31.91354 <i>t</i>		-31.87922 <i>t</i>
$\Delta\tau$ (угл.с)	-32.173710 <i>t</i>	-32.2770169 <i>t</i>	-32.173666 <i>t</i>
$\Delta I\sigma$ (угл.с)	-0.013870 <i>t</i>	-0.00506 <i>t</i>	-0.013850 <i>t</i>
$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	32.179034 <i>t</i>	32.2770074 <i>t</i>	32.179034 <i>t</i>

Таблица 6: Вековые члены геодезического вращения 86 иррегулярных спутников Юпитера, вычисленные в абсолютной величине вектора их углового поворота. (начало 1/3)

№	имя	относительно	относительно	<i>a</i> , км	<i>P</i> , сут.	<i>e</i>
		SSB	JSB			
(J18)	Фемисто (Themisto)	1.5019 <i>t</i>	1.4633 <i>t</i>	7398500	130.028	0.340
(J13)	Леда (Leda)	0.694845 <i>t</i>	0.775384 <i>t</i>	11146400	240.927	0.162
(J71)	Эрса (Ersa)	0.667801 <i>t</i>	0.748216 <i>t</i>	11401000	249.229	0.116
(J5510)	S2018 J2 (S2018 J2)	0.670018 <i>t</i>	0.751455 <i>t</i>	11419700	249.924	0.152
(J6)	Гималия (Himalia)	0.669283 <i>t</i>	0.750727 <i>t</i>	11440600	250.562	0.160
(J65)	Пандия (Pandia)	0.668494 <i>t</i>	0.750011 <i>t</i>	11481000	251.911	0.179
(J10)	Лиситея (Lysithea)	0.644556 <i>t</i>	0.728855 <i>t</i>	11700800	259.198	0.117
(J7)	Элара (Elara)	0.655709 <i>t</i>	0.73903 <i>t</i>	11712300	259.640	0.211
(J5509)	S2011 J3 (S2011 J3)	0.65214 <i>t</i>	0.73587 <i>t</i>	11716800	259.836	0.192
(J53)	Дия (Dia)	0.620354 <i>t</i>	0.7051 <i>t</i>	12260300	278.213	0.232
(J5520)	S2018 J4 (S2018 J4)	0.4469 <i>t</i>	0.52921 <i>t</i>	16328500	427.631	0.177
(J46)	Карпо (Carpo)	0.46071 <i>t</i>	0.54042 <i>t</i>	17042300	456.287	0.416
(J62)	Валегудо (Valetudo)	0.41123 <i>t</i>	0.50797 <i>t</i>	18694200	527.606	0.217
(J34)	Эвпорие (Euporie)	0.27038 <i>t</i>	0.34338 <i>t</i>	19265800	-550.687	0.148
(J55)	S2003 J18 (S2003 J18)	0.26877 <i>t</i>	0.35213 <i>t</i>	20336300	-598.121	0.090
(J60)	Евфеме (Eupheme)	0.27409 <i>t</i>	0.35145 <i>t</i>	20768600	-617.726	0.241
(J5514)	S2021 J3 (S2021 J3)	0.27332 <i>t</i>	0.35146 <i>t</i>	20776700	-618.333	0.239
(J52)	S2010 J2 (S2010 J2)	0.27291 <i>t</i>	0.35161 <i>t</i>	20793000	-618.841	0.248
(J54)	S2016 J1 (S2016 J1)	0.27837 <i>t</i>	0.35464 <i>t</i>	20802600	-618.492	0.232
(J40)	Мнемне (Mneme)	0.27312 <i>t</i>	0.3519 <i>t</i>	20821000	-620.068	0.247

Таблица 6: Вековые члены геодезического вращения 86 иррегулярных спутников Юпитера, вычисленные в абсолютной величине вектора их углового поворота. (начало 2/3)

№	имя	относительно		a , км	P , сут.	e
		SSB	JSB			
(J33)	Эванте (Euanthe)	0.27352 t	0.35167 t	20827000	-620.438	0.239
(J5506)	S2003 J16 (S2003 J16)	0.27328 t	0.35226 t	20882600	-622.877	0.243
(J22)	Гарпаликее (Harpalyke)	0.27402 t	0.35234 t	20892100	-623.316	0.232
(J35)	Ортозии (Orthosie)	0.28371 t	0.35608 t	20901000	-622.586	0.299
(J45)	Гелике (Helike)	0.26078 t	0.34857 t	20915700	-626.326	0.153
(J5513)	S2021 J2 (S2021 J2)	0.274 t	0.3525 t	20926600	-625.139	0.242
(J27)	Праксидике (Praxidike)	0.27318 t	0.35244 t	20935400	-625.390	0.246
(J64)	S2017 J3 (S2017 J3)	0.27376 t	0.35262 t	20941000	-625.602	0.231
(J5512)	S2021 J1 (S2021 J1)	0.27027 t	0.35058 t	20954700	-627.143	0.228
(J5505)	S2003 J12 (S2003 J12)	0.26897 t	0.3509 t	20963100	-627.243	0.235
(J68)	S2017 J7 (S2017 J7)	0.27381 t	0.35319 t	20964800	-626.562	0.233
(J42)	Тельксиное (Thelxinoe)	0.27006 t	0.35048 t	20976000	-628.026	0.228
(J29)	Тионе (Thyone)	0.27441 t	0.35311 t	20978000	-627.176	0.233
(J5501)	S2003 J2 (S2003 J2)	0.27045 t	0.35135 t	20997700	-628.789	0.225
(J12)	Ананке (Ananke)	0.27421 t	0.35337 t	21034500	-629.792	0.237
(J5523)	S2022 J3 (S2022 J3)	0.27441 t	0.35319 t	21047700	-630.673	0.249
(J24)	Иокасте (Iocaste)	0.27225 t	0.35302 t	21066700	-631.594	0.227
(J30)	Гермиппее (Hermippe)	0.26821 t	0.35223 t	21108500	-633.905	0.219
(J70)	S2017 J9 (S2017 J9)	0.26157 t	0.35369 t	21768700	-666.110	0.200
(J58)	Филофросине (Philophrosy)	0.27625 t	0.36466 t	22604600	-702.536	0.229
(J5518)	S2016 J3 (S2016 J3)	0.25919 t	0.35451 t	22719300	-713.641	0.251
(J5521)	S2022 J1 (S2022 J1)	0.25919 t	0.35437 t	22725200	-738.334	0.257
(J38)	Пазифее (Pasithee)	0.26111 t	0.35451 t	22846700	-719.465	0.270
(J69)	S2017 J8 (S2017 J8)	0.26093 t	0.35491 t	22849500	-719.760	0.255
(J5517)	S2021 J6 (S2021 J6)	0.26091 t	0.35478 t	22870300	-720.969	0.271
(J32)	Эвридомее (Eurydome)	0.27641 t	0.36306 t	22899000	-717.308	0.294
(J56)	S2011 J2 (S2011 J2)	0.28004 t	0.35944 t	22909200	-718.317	0.355
(J5502)	S2003 J4 (S2003 J4)	0.27964 t	0.36309 t	22926500	-718.096	0.328
(J21)	Халдене (Chaldene)	0.26172 t	0.35534 t	22930500	-723.713	0.265
(J63)	S2017 J2 (S2017 J2)	0.2629 t	0.35519 t	22953200	-724.709	0.272
(J26)	Исоное (Isonoe)	0.25889 t	0.35637 t	22981300	-726.273	0.249
(J5522)	S2022 J2 (S2022 J2)	0.25985 t	0.35617 t	23013800	-781.563	0.265
(J5515)	S2021 J4 (S2021 J4)	0.25984 t	0.35625 t	23019700	-728.278	0.265
(J44)	Каллихорее (Kallichore)	0.25928 t	0.35659 t	23021800	-728.259	0.252
(J25)	Эриноме (Erinome)	0.26124 t	0.35601 t	23032900	-728.483	0.276
(J37)	Кале (Kale)	0.25983 t	0.35657 t	23052600	-729.643	0.262

Таблица 6: Вековые члены геодезического вращения 86 иррегулярных спутников Юпитера, вычисленные в абсолютной величине вектора их углового поворота. (окончание 3/3)

№	имя	относительно	относительно	a , км	P , сут.	e
		SSB	JSB			
		$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)	$ \vec{\Lambda} $ (угл.с)			
(J57)	Эйрене (Eirene)	0.26079 t	0.35632 t	23055800	-729.848	0.258
(J31)	Этне (Aitne)	0.26228 t	0.35597 t	23064400	-730.100	0.277
(J47)	Эвкеладе (Eukelade)	0.2628 t	0.35581 t	23067400	-730.302	0.277
(J43)	Архе (Arche)	0.26278 t	0.35641 t	23097800	-731.880	0.261
(J20)	Тайгете (Taygete)	0.26038 t	0.35688 t	23108000	-732.451	0.253
(J5519)	S2016 J4 (S2016 J4)	0.27921 t	0.36543 t	23113800	-727.010	0.294
(J72)	S2011 J1 (S2011 J1)	0.26304 t	0.35629 t	23124500	-733.206	0.271
(J11)	Карме (Carme)	0.26117 t	0.35704 t	23144400	-734.185	0.256
(J50)	Герсе (Herse)	0.26058 t	0.35727 t	23150500	-734.522	0.262
(J61)	S2003 J19 (S2003 J19)	0.26308 t	0.3567 t	23156400	-734.779	0.265
(J51)	S2010 J1 (S2010 J1)	0.2612 t	0.35745 t	23189800	-736.512	0.252
(J5503)	S2003 J9 (S2003 J9)	0.26218 t	0.35706 t	23199400	-736.861	0.263
(J66)	S2017 J5 (S2017 J5)	0.26171 t	0.35733 t	23206200	-737.285	0.257
(J67)	S2017 J6 (S2017 J6)	0.27938 t	0.3633 t	23245300	-733.993	0.336
(J23)	Калике (Kalyke)	0.26329 t	0.35773 t	23302600	-742.015	0.260
(J39)	Гегемоне (Hegemone)	0.27917 t	0.36141 t	23348700	-739.807	0.358
(J5511)	S2018 J3 (S2018 J3)	0.26165 t	0.35843 t	23400300	-747.025	0.268
(J5516)	S2021 J5 (S2021 J5)	0.26371 t	0.35809 t	23414600	-747.735	0.272
(J8)	Пасифе (Pasiphae)	0.29046 t	0.36529 t	23468200	-743.612	0.412
(J36)	Спонде (Sponde)	0.27858 t	0.36556 t	23543300	-748.294	0.322
(J5504)	S2003 J10 (S2003 J10)	0.26192 t	0.35991 t	23576300	-755.429	0.264
(J19)	Мегаклите (Megaclite)	0.28687 t	0.36461 t	23644600	-752.862	0.421
(J48)	Киллене (Cyllene)	0.29126 t	0.36786 t	23654700	-751.975	0.419
(J9)	Синопе (Sinope)	0.29046 t	0.36327 t	23683900	-758.850	0.264
(J59)	S2017 J1 (S2017 J1)	0.28408 t	0.36903 t	23744800	-756.406	0.328
(J41)	Аойде (Aoede)	0.28494 t	0.35989 t	23778200	-761.465	0.436
(J28)	Автоное (Autonoe)	0.27929 t	0.36544 t	23792500	-761.002	0.330
(J17)	Каллирое (Callirrhoe)	0.28269 t	0.37009 t	23795500	-758.860	0.297
(J5507)	S2003 J23 (S2003 J23)	0.2843 t	0.37073 t	23829300	-760.001	0.313
(J49)	Коре (Kore)	0.29053 t	0.37433 t	24205200	-776.763	0.328

В табл. 3 – 6: t – динамическое барицентрическое время (Dynamical Barycentric time) (TDB) измеряется в юлианских тысячелетиях (tjy) (365250 юлианских дней) от эпохи J2000.0; в табл. 6: P – сидерический период обращения (положительный у 13 спутников с прямым движением по орбите вокруг Юпитера и отрицательный у 73 спутников с обратным движением по орбите вокруг Юпитера) исследуемого тела; a – большая полуось орбиты исследуемого тела; e – эксцентриситет орбиты исследуемого тела.

Юпитер и его спутники находятся в среднем на одном расстоянии от Солнца и движутся относительно него в среднем с одной скоростью. Вследствие этого, величины их геодезического вращения, вызванного влиянием Солнца, подобно величинам геодезического вращения Земли и Луны (Пашкевич, 2016), должны быть достаточно близки между собой. Подтверждения этого можно увидеть в значениях геодезической прецессии у наиболее удалённых от Юпитера иррегулярных спутников (вычисленных в абсолютной величине вектора их углового поворота (табл. 6)), которые являются близкими по величине с соответствующей величиной геодезической прецессии Юпитера (табл. 3). На эти спутники Солнце оказывает большее влияние, чем Юпитер.

На геодезическое вращение Юпитера его спутники оказывают малое влияние, поэтому основным для него является влияние от Солнца.

Как было показано в нашей предыдущей статье (Вершков и Пашкевич, 2023) геодезическое вращение спутников Юпитера определяется не только влиянием Солнца, но и влиянием Юпитера. Это подтверждается для регулярных спутников и более близких к Юпитеру иррегулярных спутников (табл. 4 – 6), чьи значения геодезической прецессии больше или на много больше (для внутренних спутников Юпитера (табл. 4)) по величине соответствующей величины геодезической прецессии Юпитера (табл. 3). Это связано с тем, что из-за близкого к ним расстояния Юпитер оказывает большее влияние на их геодезическое вращение, чем Солнце на Юпитер.

3 Заключение

В данном исследовании во вращении вокруг своих осей Юпитера и 94 его спутников, для которых известны эфемериды, исследовался вековой релятивистский эффект геодезической прецессии. Впервые вычислены наиболее существенные вековые члены геодезического вращения этих небесных тел:

1. для Юпитера относительно барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты Юпитера эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;

2. для 8 регулярных (4 внутренних (Метиды (Metis J16), Адрастеи (Adrastea J15), Амальтеи (Amalthea J5) и Фивы (Thebe J14)) и 4 галилеевых (Ио (Io J1), Европы (Europa J2), Ганимеда (Ganymede J3) и Каллисто (Callisto J4))) спутников Юпитера относительно: а) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) барицентра Солнечной системы и плоскости средней орбиты барицентра Юпитерианской системы эпохи J2000.0 в углах Эйлера, в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; в) барицентра системы спутников Юпитера и плоскости средней орбиты исследуемого спутника эпохи J2000.0 в возмущающих членах физической либрации и в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела;

3. для 86 иррегулярных спутников (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) Юпитера относительно: а) барицентра Солнечной системы в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела; б) барицентра системы спутников Юпитера в абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения исследуемого тела.

На эпоху J2000.0 вычислены средние орбиты изучаемых небесных тел и средняя орбита барицентра Юпитерианской системы.

Для регулярных спутников определены значения углов наклона их экватора к их собственным орбитам θ_0 (табл. 4 и 5). Показано, что у регулярных спутников Юпитера для случая вращения исследуемого спутника относительно JSB и плоскости его средней орбиты эпохи J2000.0 их величины являются малыми и колеблются от $42''.71256$ до $54' 33''.768$. Поэтому вычисление вековых членов геодезического вращения регулярных спутников Юпитера относительно JSB из-за особенности в синусе наклона $(\sin \theta)^{-1}$ (2) рекомендуется только в возмущающих членах физической либрации и абсолютной величине вектора углового поворота геодезического вращения тела относительно средней орбиты исследуемого спутника.

Для всех исследуемых спутников Юпитера (за исключением внутренних и Фемисто (Themisto J18)) абсолютная величина вектора угловой скорости геодезического вращения относительно барицентра Юпитерианской системы (JSB) больше абсолютной величины вектора угловой скорости геодезического вращения относительно барицентра Солнечной системы (SSB).

На примере тел Солнечной системы, как и в предыдущей работе (Pashkevich et al., 2021), данное исследование ещё раз подтвердило, что величина геодезического вращения может быть

существенной не только у объектов, которые вращаются вокруг сверхмассивных релятивистских центральных тел, но и у тел с малым расстоянием до менее массивного центрального тела. В Солнечной системе одними из таких объектов являются внутренние и галилеевы спутники Юпитера.

В частности, величина геодезической прецессии внутренних спутников Юпитера (для которых Юпитер является менее массивным возмущающим центральным телом, чем Солнце) находится в пределах от $-6691''$ за тысячу лет до $-26536''$ за тысячу лет, что от 20000 до 90000 раз больше, чем у Юпитера ($-0''.3$ за тысячу лет), вращающегося вокруг своего более массивного центрального тела (Солнца), и от 30 до 100 раз больше, чем у Меркурия ($-214''$ за тысячу лет (Eroshkin and Pashkevich, 2007)) ближайшей от Солнца планеты.

Величина геодезической прецессии галилеевых спутников Юпитера (для которых Юпитер так же является менее массивным возмущающим центральным телом, чем Солнце) находится в пределах от $-32''.2$ за тысячу лет до $-1342''.0$ за тысячу лет, что от 100 до 4300 раз больше, чем у Юпитера.

Полученные аналитические величины геодезической прецессии изучаемых небесных тел могут быть использованы для численного исследования вращения этих тел в релятивистском приближении.

Список литературы

- Вершков А.Н., Пашкевич В.В. (2023) Зависимость геодезической прецессии от выбора системы координат на примере галилеевых спутников Юпитера. Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове. № 230. с. 29–44. (<https://doi.org/10.31725/0367-7966-2023-230-4>).
- Пашкевич В.В. (2016) Геодезическое (релятивистское) вращение тел Солнечной системы. Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Том 3. Вып. 3. с. 506–516.
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н. (2023) Геодезическая нутация Юпитера и его галилеевых спутников // Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове. 2023. № 231. С. 37 – 64. (DOI: 10.31725/0367-7966-2023-231-5)
- Пашкевич В.В., Вершков А.Н. (2024) Некоторые аспекты релятивистского вращения тел Солнечной системы на примере Юпитера и его галилеевых спутников // Астрономический вестник. – 2024. – Т. 58. – № 1. С. 129 – 147. (DOI: 10.31857/S0320930X24010109) (V. V. Pashkevich, and A. N. Vershkov, Some Aspects of the Relativistic Rotation of Solar System Bodies using the Example of Jupiter and its Galilean Satellites // Solar System Research. 2024. Vol. 58. No. 1, pp. 122 – 140. (SSN 0038-0946) DOI: 10.1134/S0038094624010088)
- Суслов Г.К. (1946) Теоретическая механика. ОГИЗ. Москва-Ленинград. 655 с.
- Archinal B.A., Acton C.H., A’Hearn M.F., Conrad A., Consolmagno G.J., Duxbury T., Hestroffer D., Hilton J. L., Kirk R. L., Klioner S. A., McCarthy D., Meech K., Oberst J., Ping J., Seidelmann P. K., Tholen D. J., Thomas P. C., Williams I. P. (2018) Report of the IAU Working Group on Cartographic Coordinates and Rotational Elements: 2015. Celest. Mech. Dyn. Astr. Vol. 130. № 22. с. 21–46. (<https://doi.org/10.1007/s10569-017-9805-5>).
- Bolton, S. J. and Adriani, A. and Adumitroaie, V. and Allison, M. and Anderson, J. and Atreya, S. and Bloxham, J. and Brown, S. and Connerney, J. E. P. and DeJong, E. and Folkner, W. and Gautier, D. and Grassi, D. and Gulkis, S. and Guillot, T. and Hansen, C. and Hubbard, W. B. and Iess, L. and Ingersoll, A. and Janssen, M. and Jorgensen, J. and Kaspi, Y. and Levin, S. M. and Li, C. and Lunine, J. and Miguel, Y. and Mura, A. and Orton, G. and Owen, T. and Ravine, M. and Smith, E. and Steffes, P. and Stone, E. and Stevenson, D. and Thorne, R. and Waite, J. and Durante, D. and Ebert, R. W. and Greathouse, T. K. and Hue, V. and Parisi, M. and Szalay, J. R. and Wilson,

- R. (2017) Jupiter's interior and deep atmosphere: The initial pole-to-pole passes with the Juno spacecraft. *Science*. 2017 Vol. 356. № 6340. с. 821–825. (<https://doi.org/10.1126/science.aal2108>).
- De Sitter W. (1916) On Einstein's Theory of Gravitation and its Astronomical Consequences. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* 1916. № 77. с. 155–184. (<https://doi.org/10.1093/mnras/77.2.155>).
- Durante, Daniele and Cappuccio, P. and di Stefano, I. and Zannoni, M. and Gomez Casajus, L. and Lari, G. and Falletta, M. and Buccino, D. R. and Iess, L. and Park, R. S. and Bolton, S. J. (2024) Testing General Relativity with Juno at Jupiter. *ApJ* 2024. Vol.971. № 2. с. 145–152. (<https://doi.org/10.3847/1538-4357/ad5ff5>).
- Eroshkin G.I., Pashkevich V.V. (2007) Geodetic rotation of the Solar system bodies. *Artificial Satellites*. Vol. 42. № 1. с. 59–70. (<https://doi.org/10.2478/v10018-007-0017-1>).
- Everitt C. W. F., DeBra D. B., Parkinson B. W., Turneure J. P., Conklin J. W., Heifetz M. I., Keiser G. M., Silbergleit A. S., Holmes T., Kolodziejczak J., Al-Meshari M., Mester J. C., Muhlfelder B., Solomonik V., Stahl K., Worden P., Bencze W., Buchman S., Clarke B., Al Jadaan A., Al-Jibreen H., Li J., Lipa J. A., Lockhart J. M., Al-Suwaidan B., Taber M., Wang S. (2011) Gravity Probe B: Final Results of a Space Experiment to Test General Relativity. *Physical Review Letters*. Vol.106. № 22. с.221101. doi:10.1103/PhysRevLett.106.221101. arXiv:1105.3456. Bibcode:2011PhRvL.106v1101E. PMID 21702590. S2CID 11878715.
- Fukushima T. (1991) Geodesic Nutation. *Astronomy and Astrophysics*. Vol. 244. № 1. с. L11–L12.
- Giorgini J.D., Chodas P.W., Yeomans D.K. (2001) Orbit Uncertainty and Close-Approach Analysis Capabilities of the Horizons On-Line Ephemeris System. 33rd AAS/DPS meeting in New Orleans. LA. Nov 26. – Dec 01. 2001.
- Kopeikin S., Efroimsky M. and Kaplan G. (2011) *Relativistic Celestial Mechanics in the Solar System*. CityplaceHoboken, StateNJ : John Wiley & Sons. с. 1–894. (DOI: 10.1002/9783527634569).
- Lense J. and Thirring H. (1918) Über den Einfluß der Eigenrotation der Zentralkörper auf die Bewegung der Planeten und Monde nach der Einsteinschen Gravitationstheorie // *Physikalische Zeitschrift*. V. 19, 1918. P. 156-163 (Bibcode 1918PhyZ ... 19..156L (<https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1918PhyZ...19..156L>)).
- Park R.S., Folkner W.M, Williams J.G., Boggs D.H. The JPL Planetary and Lunar Ephemerides DE440 and DE441. *The Astronomical Journal*, 161:105. 2021. P. 1–15. (<https://doi.org/10.3847/1538-3881/abd414>).
- Pashkevich V.V., Vershkov A.N., Mel'nikov A.V. (2021) Rotational dynamics of the inner satellites of Jupiter. *Sol. Syst. Res.* 2021. V. 55. № 1. с. 47–60. (<https://doi.org/10.1134/S0038094620330035>).
- Petit, G., Luzum, B., et al. (2010) IERS Tech. Note, 36, 1
- Soffel, M., Klioner, S. A., Petit, G., Wolf P., Kopeikin S. M., Bretagnon P., Brumberg V. A., Capitaine N., Damour T., Fukushima T., Guinot B., Huang T.-Y., Lindegren L., Ma C., Nordtvedt K., Ries J. C., Seidelmann P. K., Vokrouhlický D., Will C. M., and Xu C. (2010) The IAU 2000 resolutions for astrometry, celestial mechanics, and metrology in the relativistic framework: explanatory supplement // *The Astronomical Journal*, 126, 2003, P. 2687–2706.
- Thomas L. H. (1926) Motion of the spinning electron // *Nature*. 1926. Vol. 117. P. 514.
- Thomas L.H. B.A. (1927) I. The kinematics of an electron with an axis // *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1927, 3:13, 1-22, (<https://doi.org/10.1080/14786440108564170>)

Secular geodetic rotation of celestial bodies in the system of Jupiter's moons

V.V. Pashkevich¹, A.N. Vershkov¹

¹ The Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo

Abstract

This article studies the relativistic effect of geodetic precession in the rotation around their axes of Jupiter and its 94 satellites for which ephemerides are known. As a result, the most significant secular terms of the geodetic rotation of these celestial bodies were determined for the first time:

1. for Jupiter relative to the barycenter of the Solar System and the plane of the mean orbit of Jupiter at the epoch J2000.0 in Euler angles, in the perturbing terms of physical libration and in the absolute value of the vector of angular rotation of the geodetic rotation of the body under study;

2. for 8 regular (4 inner (Metis J16, Adrastea J15, Amalthea J5 and Thebe J14)) and 4 Galilean (Io J1, Europa J2, Ganymede J3 and Callisto J4)) satellites of Jupiter relative to:

a) the barycenter of the Solar system and the plane of the mean orbit of the satellite under study at epoch J2000.0 in Euler angles, in the perturbing terms of the physical libration and in the absolute value of the vector of angular rotation of the geodetic rotation of the body under study;

b) the barycenter of the Solar system and the plane of the mean orbit of the barycenter of the Jovian system at epoch J2000.0 in Euler angles, in the perturbing terms of the physical libration and in the absolute value of the vector of angular rotation of the geodetic rotation of the body under study;

c) the barycenter of the Jupiter satellite system and the plane of the mean orbit of the studied satellite of the J2000.0 epoch in the perturbing terms of the physical libration and in the absolute value of the angular rotation vector of the geodetic rotation of the studied body;

3. for 86 irregular satellites (J6–J13, J17–J72, J5501–J5507, J5509–J5523) of Jupiter relative to:

a) the barycenter of the Solar system in the absolute value of the angular rotation vector of the geodetic rotation of the studied body;

b) the barycenter of the Jupiter satellite system in the absolute value of the angular rotation vector of the geodetic rotation of the studied body.

For the J2000.0 epoch, the mean orbits of the studied celestial bodies and the mean orbit of the barycenter of the Jovian system were calculated. For regular satellites, the values of the angles of inclination of their equator to their own orbits were determined.

The obtained analytical values of the geodetic precession of the studied celestial bodies can be used for a numerical study of the rotation of these bodies in the relativistic approximation.

Keywords: secular geodetic rotation of celestial bodies, geodetic precession, relativistic rotation, Jupiter, Jupiter's satellites.