doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22
Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове, № 236

# Новый метод анализа орбитальной динамики шаровых скоплений в центральной области Млечного Пути

А.Т. Байкова[1]*, А.А. Смирнов[1], В.В. Бобылев[1]

[1] ГАО РАН

Поступила в редакцию 1 марта 2025 / Принята к публикации 1 апреля 2025

**Аннотация**

Предложен новый способ определения характера орбитального движения (хаотического или регулярного) шаровых скоплений в центральной области Галактики радиусом 3.5 кпк, подверженных наибольшему воздействию бара. Метод основан на вычислении спектра мощности орбиты как функции времени и вычислении энтропии спектра мощности как меры хаотичности орбит. Выборка включает 45 шаровых скоплений. Для формирования 6D фазового пространства, требуемого для интегрирования орбит, использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia (Vasiliev, Baumgardt, 2021), а также новые уточненные средние расстояния (Baumgardt, Vasiliev, 2021). Получены орбиты шаровых скоплений в неосесимметричном потенциале с баром в виде трехосного эллипсоида, встроенного в осесимметричный потенциал, традиционно используемый нами для построения орбит шаровых скоплений, подробно описанный в работе Байковой и др., Известия ГАО в Пулкове, 2023, 228, 1. Приняты следующие, наиболее реалистичные параметры бара: масса $10^{10}M_\odot$, длина большой полуоси 5 кпк, угол поворота оси бара $25^o$, угловая скорость вращения 40 км/с/кпк. Определен список из 23 шаровых скоплений с регулярной динамикой и 22 шаровых скоплений с хаотической динамикой. Определена корреляция полученной классификации шаровых скоплений с классификацией, полученной нами другими методами в работе Байковой и др., Известия ГАО в Пулкове, 2024, 233, 1.

**ключевые слова:** Галактика, бар, шаровые скопления, хаотическая и регулярная орбитальная динамика

## Введение

Данная работа является продолжением серии работ авторов A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2022; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023a; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023b; A. A. Smirnov, A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2023; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023c; Anton A. Smirnov, Anisa T. Bajkova и Vadim V. Bobylev, 2024; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024b, посвященных исследованию орбитальной динамики шаровых скоплений (ШС). Так, в работе A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2022 представлен каталог орбит 152 галактических шаровых скоплений по новейшим астрометрическим данным со спутника Gaia (Gaia EDR3) (Eugene Vasiliev и Holger Baumgardt, 2021), а также новым уточненным средним расстояниям (H. Baumgardt и E. Vasiliev, 2021). В работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023a был проведен анализ (по тем же данным) влияния галактического бара на орбитальное движение шаровых скоплений в центральной области Галактики. Для этой задачи было отобрано 45 шаровых скоплений в центральной галактической области радиусом 3.5 кпк (список из этих ШС приводится

*e-mail:bajkova@gaoran.ru

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


ниже в таблице с результатами данной работы). Были получены орбиты шаровых скоплений как в осесимметричном потенциале, так и в потенциале, включающем модель бара в виде трехосного эллипсоида. При этом варьировались масса, скорость вращения и размеры бара. Было произведено сравнение таких орбитальных параметров как апоцентрическое и перицентрическое расстояния, эксцентриситет и максимальное расстояние от галактической плоскости.

Второй этап исследований, направленных на изучение влияния бара на орбитальное движение шаровых скоплений, был посвящен задаче выявления объектов, захваченных баром, с использованием методов спектральной динамики (A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023b; A. A. Smirnov, A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2023; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023c; Anton A. Smirnov, Anisa T. Bajkova и Vadim V. Bobylev, 2024).

Третий этап исследований был посвящен анализу регулярности/хаотичности орбит всех 45 отобранных ШС с использованием различных методов (A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a; A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024b). А именно, 1) методов вычисления максимальных характеристических показателей Ляпунова (МХПЛ) (в классическом варианте и в варианте с перенормировкой "теневой"орбиты, соответствующей возмущенным начальным фазовым точкам, относительно "опорной"орбиты с заданными начальными фазовыми точками), 2) сечений Пуанкаре, 3) частотного метода, основанного на вычислении фундаментальных частот, а также 4) визуальной оценки по изображениям опорной и теневой орбит. При этом в качестве модели бара была принята модель вытянутого трехосного эллипсоида с наиболее вероятными параметрами, известными из литературы (см., например, Palous, Jungwiert и Kopecky, 1993; Sanders и др., 2019): массой $10^{10} M_{\odot}$, длиной большой полуоси 5 кпк, углом наклона к галактической оси $X$ $25^o$, скоростью вращения 40 км/с/кпк.

Поскольку ШС в центральной области Галактики подвержены наибольшему воздействию со стороны вытянутого вращающегося бара, то вопрос о характере орбитального движения ШС – регулярного или хаотического – представляет большой интерес. Так, например, в работе Machado и Manos, 2016 показано, что основная доля хаотических орбит должна быть именно в области бара.

Данная работа по-существу является продолжением третьего этапа, посвященного исследованию хаотической динамики ШС в центральной области Галактики. В работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a мы исследовали орбитальную динамику ШС только в потенциале с баром, в работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024b дано сравнение орбитальной динамики ШС в осесимметричном потенциале и в неосесимметричном потенциале с целью определения воздействия бара на степень хаотизации орбит ШС. Если в предыдущих работах мы использовали хорошо известные методы анализа регулярности/хаотичности орбит, то в данной работе мы предлагаем новый подход, основанный на вычислении спектра мощности опорных и теневых орбит ШС и использовании меры энтропии для анализа спектров как меры хаотизации орбит. Для дополнительного контроля полученных результатов мы также используем метод сечений Пуанкаре, частотный метод и метод визуальной оценки степени расхождения опорных и теневых орбит со временем.

Работа структурирована следующим образом. В первом разделе дается краткое описание принятых моделей потенциала – осесимметричного потенциала и неосесимметричного потенциала, включающего бар. Во втором разделе даются ссылки на использованные астрометрические данные, а также на способ формирования выборки ШС. В третьем разделе дается описание предложенного метода оценки регулярности/хаотичности движения, основанного на спектральном анализе орбит и вычислении энтропии спектра как меры хаотичности орбит, а также известных методов – метода сечений Пуанкаре и частотного метода. В четвертом разделе дается анализ полученных результатов. В Заключении сформулированы основные выводы работы.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


# 1 Модель галактического потенциала

## 1.1 Осесимметричный потенциал

Осесимметричный гравитационный потенциал Галактики, традиционно используемый нами (см., например, A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2022) для интегрирования орбит ШС, представляется в виде суммы трех составляющих — центрального сферического балджа $\Phi_b(r)$, диска $\Phi_d(R,Z)$ и массивного сферического гало темной материи $\Phi_h(r)$:

$$\Phi(R,Z) = \Phi_b(r) + \Phi_d(R,Z) + \Phi_h(r). \tag{1}$$

Здесь используется цилиндрическая система координат $(R,\psi,Z)$ с началом координат в центре Галактики. В прямоугольной системе координат $(X,Y,Z)$ с началом координат в центре Галактики расстояние до звезды (сферический радиус) будет равно $r^2 = X^2+Y^2+Z^2 = R^2+Z^2$, при этом ось $X$ направлена от Солнца к галактическому центру, ось $Y$ – перпендикулярно к оси $X$ в сторону вращения Галактики, ось $Z$ – перпендикулярно к галактической плоскости $(X,Y)$ в сторону северного галактического полюса. Гравитационный потенциал выражается в единицах 100 км$^2$/с$^2$, расстояния — в кпк, массы — в единицах галактической массы $M_{gal} = 2.325\times10^7 M_\odot$, соответствующей гравитационной постоянной $G=1$.

Осесимметричные потенциалы балджа $\Phi_b(r(R,Z))$ и диска $\Phi_d(r(R,Z))$ представляются в форме, предложенной Миямото, Нагаи (Miyamoto и Nagai, 1975):

$$\Phi_b(r) = -\frac{M_b}{(r^2+b_b^2)^{1/2}}, \tag{2}$$

$$\Phi_d(R,Z) = -\frac{M_d}{\left[R^2+\left(a_d+\sqrt{Z^2+b_d^2}\right)^2\right]^{1/2}}, \tag{3}$$

где $M_b, M_d$ — массы компонент, $b_b, a_d, b_d$ — масштабные параметры компонент в кпк. Компонента гало (NFW) представляется согласно работе Navarro, Frenk и White, 1997:

$$\Phi_h(r) = -\frac{M_h}{r}\ln\left(1+\frac{r}{a_h}\right). \tag{4}$$

В таблице 1 приведены значения параметров модели галактического потенциала (2)–(4), которые были найдены Байковой, Бобылевым (A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2016) с использованием кривой вращения Галактики Bhattacharjee, Chaudhury и Kundu, 2014, построенной по объектам, расположенным на расстояниях $R$ до $\sim 200$ кпк. Отметим, что при построении этой кривой вращения Галактики были использованы следующие значения локальных параметров $R_\odot = 8.3$ кпк и $V_\odot = 244$ км/с. В работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2023c модель (2)–(4) обозначена как модель III. Принятая модель потенциала является наилучшей среди рассмотренных в работе A. Bajkova и V. Bobylev, 2017 шести моделей, поскольку обеспечивает наименьшую невязку между данными и модельной кривой вращения.

## 1.2 Модель бара

В качестве потенциала центрального бара была выбрана модель трехосного эллипсоида (Palous, Jungwiert и Kopecky, 1993):

$$\Phi_{bar} = -\frac{M_{bar}}{(q_b^2+X^2+[Ya/b]^2+[Za/c]^2)^{1/2}}, \tag{5}$$

где $X = R\cos\vartheta, Y = R\sin\vartheta$, $a,b,c$ — три полуоси бара, $q_b$ — масштабный параметр бара (длина наибольшей полуоси бара); $\vartheta = \theta - \Omega_b t - \theta_b$, $tg(\theta) = Y/X$, $\Omega_b$ — круговая скорость бара, $t$ —

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


Таблица 1: Значения параметров модели галактического потенциала, $M_{gal} = 2.325 \times 10^7 M_\odot$

| | |
|---|---|
| $M_b$ | 443 $M_{gal}$ |
| $M_d$ | 2798 $M_{gal}$ |
| $M_h$ | 12474 $M_{gal}$ |
| $b_b$ | 0.2672 кпк |
| $a_d$ | 4.40 кпк |
| $b_d$ | 0.3084 кпк |
| $a_h$ | 7.7 кпк |
| $\Omega_b$ | 40 км/с/кпк |
| $q_b$ | 5.0 кпк |
| $\theta_b$ | $25^o$ |
| $a/b$ | 2.38 |
| $a/c$ | 3.03 |

время интегрирования, $\theta_b$ — угол ориентации бара относительно галактических осей $X, Y$, отсчитывается от линии, соединяющей Солнце и центр Галактики (ось $X$) до большой оси бара по направлению вращения Галактики.

Исходя из информации в многочисленной литературе, в частности, в Palous, Jungwiert и Kopecky, 1993, в качестве параметров бара были использованы следующие: $M_{bar} = 430 \times M_{gal}$, $\Omega_b = 40$ км/с/кпк, $q_b = 5$ кпк, $\theta_b = 25^o$. Принятые параметры бара перечислены в таблице 1.

Для интегрирования уравнений движения мы использовали алгоритм Рунге-Кутты четвертого порядка.

Значение пекулярной скорости Солнца относительно местного стандарта покоя было принято равной $(u_\odot, v_\odot, w_\odot) = (11.1, 12.2, 7.3) \pm (0.7, 0.5, 0.4)$ км/с согласно работе Schönrich, Binney и Dehnen, 2010. Возвышение Солнца над плоскостью Галактики принято равным 16 пк в соответствии с работой N. Bobylev и Sterling, 2016.

На рис. 1 для сравнения приведены полученные модельные кривые вращения: осесимметричного потенциала (черная линия) и потенциала с баром (красная линия).

## 2 Данные

Данные о собственных движениях ШС взяты из нового каталога Васильева и Баумгардта, 2021 (Eugene Vasiliev и Holger Baumgardt, 2021), составленного на основе наблюдений Gaia EDR3. Координаты ШС и лучевые скорости взяты из работы Massari, Koppelman и Helmi, 2019. Средние значения расстояний до шаровых скоплений взяты из работы Баумгардта и Васильева, 2021 (H. Baumgardt и E. Vasiliev, 2021). Сравнительный анализ новых данных о собственных движениях и расстояниях с предыдущими версиями каталогов дан, например, в работе A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2022.

Имеющийся в нашем распоряжении каталог ШС (A. T. Bajkova и V. V. Bobylev, 2022) насчитывает 152 объекта. Выделение шаровых скоплений из этого множества, принадлежащих области балджа/бара, было произведено в соответствии с чисто геометрическим критерием, рассмотренным в работе Massari, Koppelman и Helmi, 2019, а также использованным нами в работе A. T. Bajkova, Carraro и др., 2020. Он очень прост и заключается в отборе ШС, апоцентрическое расстояние орбит которых не превышает радиуса балджа, который обычно принимается равным 3.5 кпк. При этом орбиты вычисляются в осесимметричном потенциале. Полный список из 45 объектов нашей выборки перечислен в таблице 2, где приводятся результаты анализа хаотичности/регулярности орбиты ШС (в первой колонке дается порядковый номер ШС, во второй — наименование ШС).

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


# 3 Методы анализа регулярности/хаотичности орбитальной динамики ШС

## 3.1 Сечения Пуанкаре

Одним из методов определения характера движения (регулярного или хаотического) является анализ сечений Пуанкаре (Morbidelli, 2002). Алгоритм, использованный нами для построения отображений, заключается в следующем:

1. Рассматриваем фазовое пространство $(X, Y, V_x, V_y)$.

2. Исключаем $V_y$ используя закон сохранения обобщенного интеграла энергии (интеграла Якоби) и переходим в пространство $(X, Y, V_x)$.

3. Определяем плоскость $Y = 0$, точки пересечения с орбитой обозначим на плоскости $(X, V_x)$. Берем только те точки, в которых $V_y > 0$.

Аналогично может быть рассмотрено фазовое пространство $(Y, Z, V_y, V_z)$ или $(R, Z, V_R, V_z)$. Тогда сечения Пуанкаре будут отражены на плоскости $(Y, V_y)$ или $(R, V_R)$, соответственно.

Если точки пересечения плоскости складываются в непрерывную гладкую линию (или несколько разделенных линий), то движение считается регулярным. В случае хаотического движения вместо того, чтобы располагаться на гладкой кривой, точки заполняют двумерную область фазового пространства, причем иногда возникает эффект прилипания точек к границам островов, соответствующих упорядоченному движению (Morbidelli, 2002).

В данной работе мы приводим сечения Пуанкаре, полученные в работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a.

## 3.2 Частотный метод

Описываемый способ изучения регулярности/хаотичности орбит связан с использованием орбитальных частот (Nieuwmunster и др., 2024; Valluri и др., 2010) (см. раздел 3.1 в последней работе). Авторы этих работ показали, что можно измерить стохастичность орбиты на основе сдвига фундаментальных частот, определенных в течение двух последовательных интервалов времени. Для каждой частотной компоненты $f_i$ вычисляется параметр, который называется дрейфом частоты:

$$\lg(\Delta f_i) = \lg\left|\frac{\Omega_i(t_1) - \Omega_i(t_2)}{\Omega_i(t_1)}\right|, \tag{6}$$

где $i$ определяет частотную составляющую в декартовых координатах (т.е. $\lg(\Delta f_x), \lg(\Delta f_y)$ и $\lg(\Delta f_z)$). Затем наибольшее значение этих трех параметров дрейфа частоты $\lg(\Delta f_x)$ приписывается параметру дрейфа частоты $\lg(\Delta f)$. Чем выше значение $\lg(\Delta f)$, тем хаотичнее орбита. Однако, как показано в Valluri и др., 2010, точность частотного анализа требует не менее 20 периодов колебаний, чтобы избежать ошибок в классификации. С целью достижения высокой точности мы брали время интегрирования 120 млрд лет, почти на порядок превышающее возраст Вселенной.

В данной работе мы использовали результаты классификации, полученные частотным методом, приведенные в работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a.

## 3.3 Предлагаемый метод на основе спектрального анализа

В нашем случае спектральный анализ орбит основывается на вычислении модуля дискретного преобразования Фурье (ДПФ) равномерного временного ряда радиальных расстояний точек орбит от центра Галактики $r_n$, вычисленного по их $X, Y, Z$ галактическим координатам $X(t_n), Y(t_n), Z(t_n)$ как функций времени: $r(t_n) = \sqrt{X(t_n)^2 + Y(t_n)^2 + Z(t_n)^2}$, где $n = 0, ..., N-1$ ($N$ - длина ряда).

Так, формула для модуля ДПФ (спектра мощности) последовательности $r_n$ будет выглядеть следующим образом:

$$R_k = \left|\frac{1}{N}\sum_{n=0}^{N-1} r_n \exp\left(-\jmath\frac{2\pi \times n \times k}{N}\right)\right|, \quad k = 0, ..., N-1. \tag{7}$$

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


При этом длина ряда выбирается равной $N = 2^\alpha$, где $\alpha$ целое, >0, чтобы можно было применить для вычисления ДПФ алгоритм быстрого преобразования Фурье (БПФ). Нужная длина ряда достигается путем дополнения реального ряда нулями.

В нашем случае длина реальных последовательностей равна 120000, поскольку мы интегрируем орбиты на 120 млрд лет назад с интервалом интегрирования 1 млн лет. Перед вычислением ДПФ мы предварительно центрируем ряды координат (т.е. избавляемся от постоянной составляющей), затем дополняем полученную последовательность $r_n$ нулевыми отсчетами при $n > 120000$ до достижения длины всей анализируемой последовательности $N = 262144 = 2^{18}$. Отметим, что дополнение исходной последовательности нулями полезно также с точки зрения увеличения точности координат спектральных составляющих. Поскольку интервал между отсчетами последовательностей во времени равен $\Delta_t = 0.001$ млрд лет, то анализируемый частотный диапазон, который является периодической функцией, составляет $F = 1/\Delta_t = 1000$ Gyr$^{-1}$. Дискрет по частоте составляет $\Delta_F = F/N \approx 0.03815$ Gyr$^{-1}$. В дальнейшем для удобства мы на графиках будем указывать не физические частоты, а номера отсчетов $k$ (или $K$) дискретного преобразования Фурье (7). Переход от $k$ к физической частоте может быть произведен по формуле $f = k \times \Delta_F \approx k \times 0.003815$. Далее полученный спектр мощности орбиты ШС нормируется таким образом, чтобы максимальное значение было равно единице.

Решение о характере орбитальной динамики ШС определяется путем вычисления энтропии Шеннона нормализованного спектра мощности $R_k$ как меры хаотичности (Чумак, 2011):

$$E_R = -\frac{1}{M} \sum_{k=0}^{N-1} R_k \ln(R_k), \tag{8}$$

где $M$ – масштабный коэффициент, который вводится для удобства представления численных результатов.

Очевидно, чем больше значение энтропии, тем выше степень хаотичности орбиты. Поскольку мы анализируем как опорные орбиты, так и теневые, полученные при вомущении начальной фазовой точки (см. следующий раздел), то надо также обращать внимание не только на значение эртропии, но и на разницу значений энтропии спектров опорной и возмущенной орбиты. Очевидно, в случае регулярной орбиты эта разница должна быть достаточно малой по аналогии с показателями Ляпунова. Кроме того отметим, что по аналогии с показателями Ляпунова мы берем время интегрирования орбит достаточно большим. В нашем случае (см. следующий раздел) это время составляет, как и в случае частотного метода, 120 млрд лет, что, как уже говорилось, почти на порядок превышает возраст Вселенной.

## 4 Результаты анализа орбит, их классификация и сравнение методов

Полученные результаты классификации орбитальной динамики 45 ШС в центре Галактики с применением нового метода на основе спектрального анализа (7) и использования энтропийной меры (8) как меры хаоса, а также известных методов сечений Пуанкаре, частотного метода и визуального анализа орбит в проекции на галактическую $(X - Y)$ плоскость нашли свое отражение в таблице 2 и на рис. 2 и 3 (см. подписи к рисункам).

Предложенный метод был применен как для опорных орбит, обозначенных нами (см. рис. 3) как (E), по исходным начальным данным, так и для теневых орбит, обозначеннызх как (F), при возмущении фазовой начальной точки, как и в работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a, следующим образом: $X_1 = x_0 + X_0 \times 0.00001,\ Y_1 = Y_0 + Y_0 \times 0.00001,\ Z_1 = Z_0 + Z_0 \times 0.00001$.

Интегрирование орбит было произведено, как уже было отмечено выше, на 120 млрд лет назад. На рис. 2 слева направо изображены: $X - Y$ проекции орбит, построенных на интервале времени $[-11, -12]$ млрд лет и взятых из работы A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a; радиальные значения исходных (опорных) и возмущенных (теневых) орбит в зависимости от времени $(r(t))$ (желтым цветом показаны опорные орбиты, фиолетовым – теневые); нормализованные спектры мощности радиальных значений опорных и теневых орбит как функций

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


времени на интервале времени $[0, -120]$ млрд лет, вычисленные в данной работе и показанные черным и красным цветом соответственно; сечения Пуанкаре $X - V_x$ из работы A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a; нормализованные спектры мощности сечений Пуанкаре как функций координат $X$ и $V_x$ от времени, также вычисленные в данной работе и показанные фиолетовым и желтым цветом соответственно; иллюстрация к частотному методу из работы A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a (красным цветом показан спектр мощности первой половины временной последовательности, черным цветом – второй половины).

Наиболее наглядной иллюстрацией расхождения между опорными и теневыми фазовыми точками являются левые колонки 1 и 2 рис. 2, где приведены опорные и теневые орбиты для каждого ШС в том порядке (сверху вниз), как они указаны в таблице 2. В первой колонке приводятся $X-Y$ проекции орбит, построенные в системе вращающегося бара на интервале времени $[-11, -12]$ млрд лет. Во второй колонке приводятся радиальные значения орбиты $r(t)$ на интервале $[0, -12]$ млрд лет, сравнимом как с возрастом ШС, так и Вселенной. На этих графиках желтым цветом показаны опорные орбиты, фиолетовым – теневые. Можно видеть, что у многих объектов на графиках присутствует только фиолетовый цвет. Это означает, что теневая орбита практически совпадает с опорной (желтые линии покрываются фиолетовыми). К таким объектам относятся ШС с регулярными орбитами. На графиках ШС с хаотическими орбитами видны как фиолетовые, так и желтые линии, что позволяет качественно судить о степени хаотичности орбит.

Отметим сразу, что нормализованные спектры мощности радиальных значений опорных и теневых орбит, приведенные в третьей колонке рис. 2, имеют характер линейчатых спектров у ШС с регулярной динамикой и широких спектров у ШС с хаотической динамикой, что приводит к заметному увеличению энтропии в последнем случае. Уширение спектров у ШС с хаотической динамикой мы наблюдаем также в 5 и 6 колонках рис. 2.

Обратимся к таблице 2. В первой колонке приведены порядковые номера шаровых скоплений нашей выборки, во второй – наименования шаровых скоплений. Вычисленные значения энтропии спектров мощности опорных орбит, теневых орбит, а также разностей энтропии спектров мощности опорных и теневых орбит, промасштабированные предварительно с коэффициентом $M = 10000$ (см. выражение (8)) с тем, чтобы получить сравнительно небольшие числа, приведены в третьей, четвертой и пятой колонках соответственно. (Отметим, что масштабирование значений энтропии для всех орбит с одним и тем же коэффициентом не влияет на вынесение решения о хаотичности/регулярности орбит, поскольку решается задача сравнения.)

Классификация орбит по признаку хаотичности (C) или регулярности (R) по результатам применения нового метода, обозначенного в таблице как (1), приведена в шестой колонке. Классификации орбит по результатам применения частотного метода (2), визуального анализа (3) и метода сечений Пуанкаре (4), заимствованные из работы A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a, приведены для сравнения с новой классификацией в седьмой, восьмой и девятой колонках соответственно.

Отметим сразу, что результаты классификации, полученные с использованием перечисленных четырех методов очень близки между собой. Так, коэффициент корреляции нового метода (1) с методами (2), (3), (4) составляет величину 0.825. При этом ШС Terzan3, NGC 6304, NGC 6316 изменили классификацию на противоположную, приведенную в работе A. T. Bajkova, A. A. Smirnov и V. V. Bobylev, 2024a. Мы полагаем, что ШС Terzan3 и NGC 6316 можно отнести к слабохаотическим. Но этот вопрос классификации требует отдельного изучения, что запланировано на будущее.

Результаты применения нового метода наглядно продемонстрированы также на рис. 3. Так, на рисунке (**a**) показаны промасштабированные значения энтропии нормализованных спектров мощности для 45 ШС (порядковый номер по оси абсцисс) для опорных орбит (красные точки) и теневых орбит (черные треугольники); на риссунке (**b**) – гистограммы для энтропии нормализованных спектров мощности опорных (зеленый цвет) и теневых (фиолетовый цвет) орбит 45 ШС; на рисунке (**c**) – диаграмма сравнения значений энтропии нормализованных спектров мощности опорных (E) (ось абсцисс) и теневых (F) (ось ординат) орбит.

Как видно из рисунка (**a**), и также таблицы 2 (колонки 3-5), шаровые скопления со значе-

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22
Известия Главной Астрономической Обсерватории в Пулкове, № 236

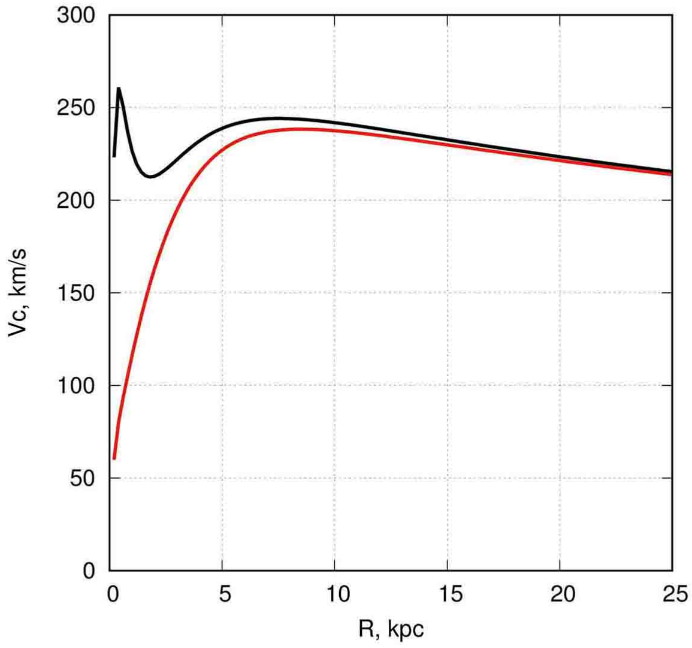


Рис. 1: Кривая вращения Галактики с осесимметричным потенциалом без бара (черная линия) и неосесимметричным потенциалом, включающем бар (красная линия).

ниями энтропии <0.02 имеют практически равные значения для опорных и теневых орбит, т. е. возмущение начальной точки практически не привело к изменению энтропии. Это следует также из рисунка (**c**). С увеличением энтропии растет разница между значениями энтропии для опорных и теневых орбит. Поэтому шаровые скопления со значением энтропии <0.02, которое приняли за пороговое при принятых условиях интегрирования орбит и значения масштабного коэффициента $M$, мы относим к шаровым скоплениям с регулярной динамикой (R), а остальные – к шаровым скоплениям с хаотической динамикой (C). Как следует из гистограммы распределения энтропии для опорных и теневых орбит (рисунок (**b**)), в результате возмущения начальной точки у части шаровых скоплений значение энтропии уменьшилось и стало <0.02, но при вынесении решения о характере динамики мы смотрим также на приращение энтропии. У ШС с регулярной динамикой оно должно быть достаточно малым (как правило, оно на порядок и более меньше, чем у ШС с хаотической динамикой; см. колонку 5 таблицы 2). По-существу, сказанное и представляет собой алгоритм вынесения решения о динамическом характере ШС (R) или (C) в результате применения предложенного метода, основанного на спектральном анализе радиальных значений орбит как функции времени на интервале 120 млрд лет и вычислении энтропии полученных нормализованных спектров с использованием масштабного коэффициента $M = 10000$. Как показало дополнительное моделирование, при разумном изменении времени интегрирования и масштабного коэффициента $M$ изменяется лишь пороговое значение энтропии, которое практически не влияет на результаты классификации. Принятые параметры в данной работе мы считаем оптимальными.

В результате применения нашего метода, к первой группе объектов с регулярной динамикой (R) мы отнесли следующие шаровые скопления: NGC6266, Terzan4, Liller1, NGC6380, Terzan1, Terzan5, Terzan6, Terzan9, NGC6522, NGC6528, NGC6624, NGC6637, NGC6717, NGC6723, NGC6304, Pismi26, NGC6569, E456-78, NGC6540, Djorg2, NGC6171, NGC6539, NGC6553. Ко второй группе объектов с хаотической динамикой (C) – шаровые скопления NGC6144, E452-11, NGC6273, NGC6293, NGC6342, NGC6355, Terzan2, BH229, NGC6401, Pal6, NGC6440, NGC6453, NGC6558, NGC6626, NGC6638, NGC6642, Terzan3, NGC6256, NGC6325, NGC6316, NGC6388, NGC6652. Первая группа насчитывает 23 ШС, вторая – 22.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


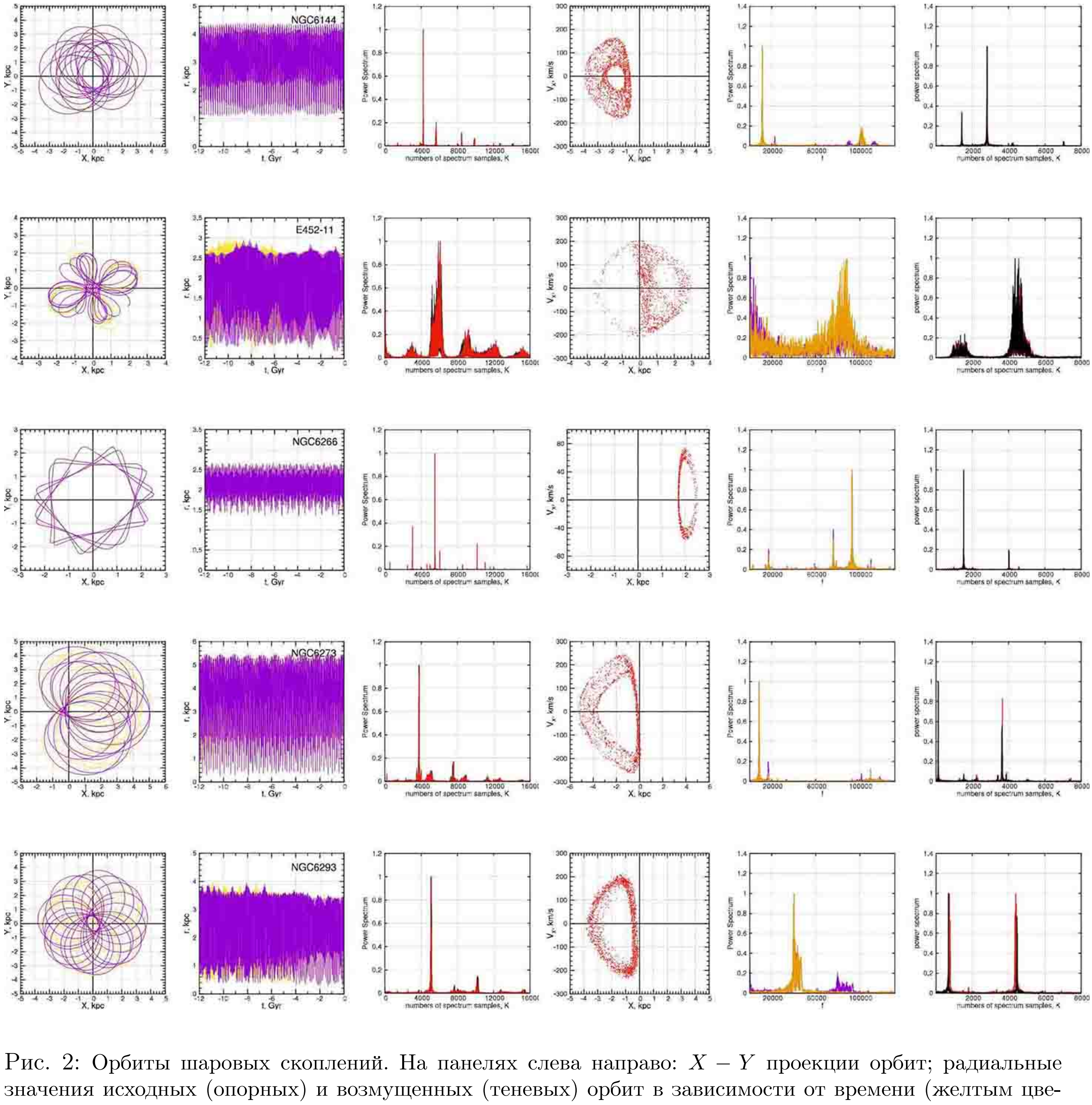


Рис. 2: Орбиты шаровых скоплений. На панелях слева направо: $X - Y$ проекции орбит; радиальные значения исходных (опорных) и возмущенных (теневых) орбит в зависимости от времени (желтым цветом показаны опорные орбиты, фиолетовым – теневые); нормализованные спектры мощности радиальных значений опорных и теневых орбит как функций времени, показанные черным и красным цветом соответственно; сечения Пуанкаре $X - V_x$; нормализованные спектры мощности сечений Пуанкаре как функций координат $X$ и $V_x$ от времени, показанные фиолетовым и желтым цветом соответственно; иллюстрация к частотному методу (красным цветом показан спектр мощности первой половины временной последовательности, черным – второй половины). Наименования ШС указаны на вторых слева панелях.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


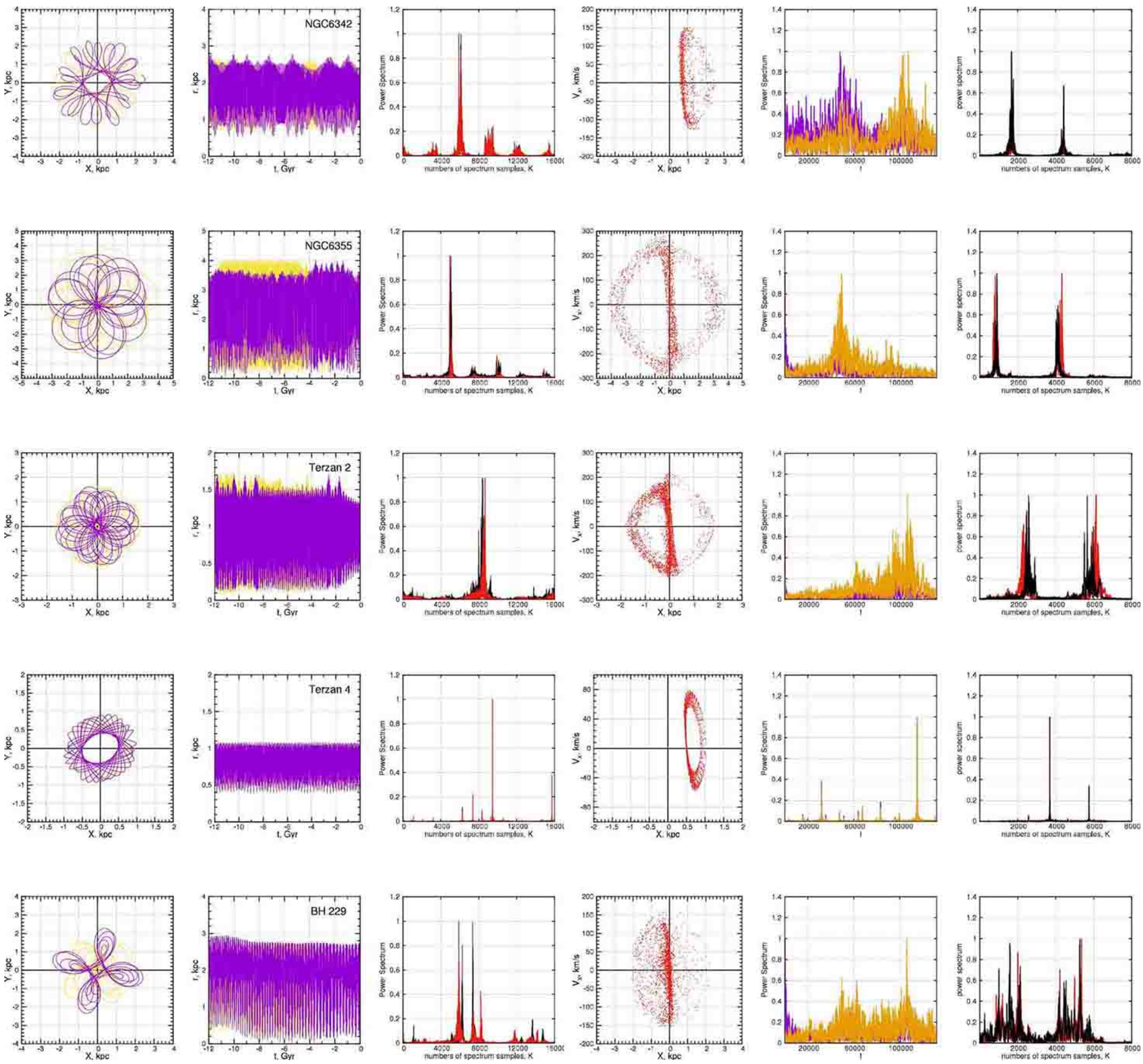


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


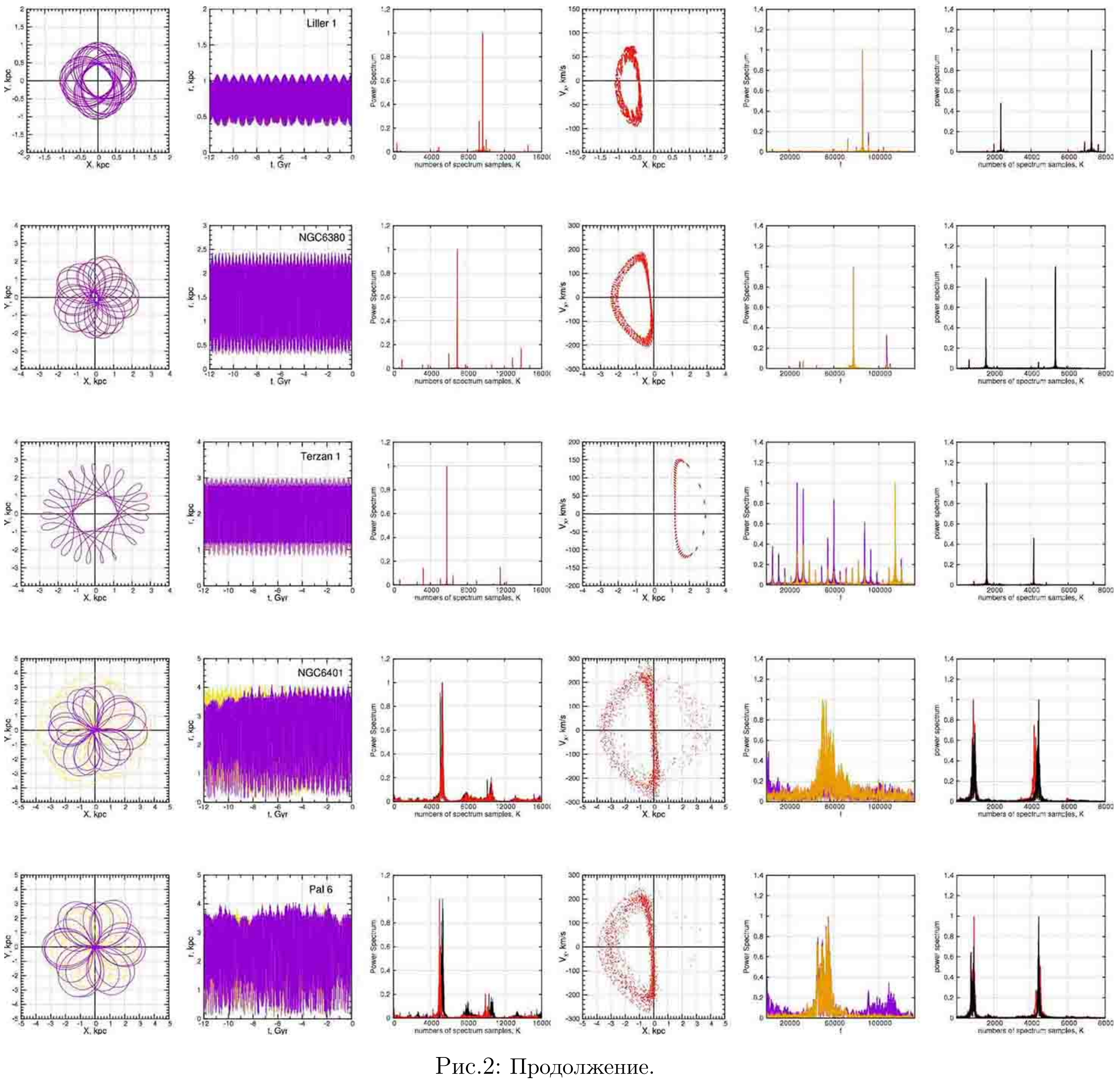


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


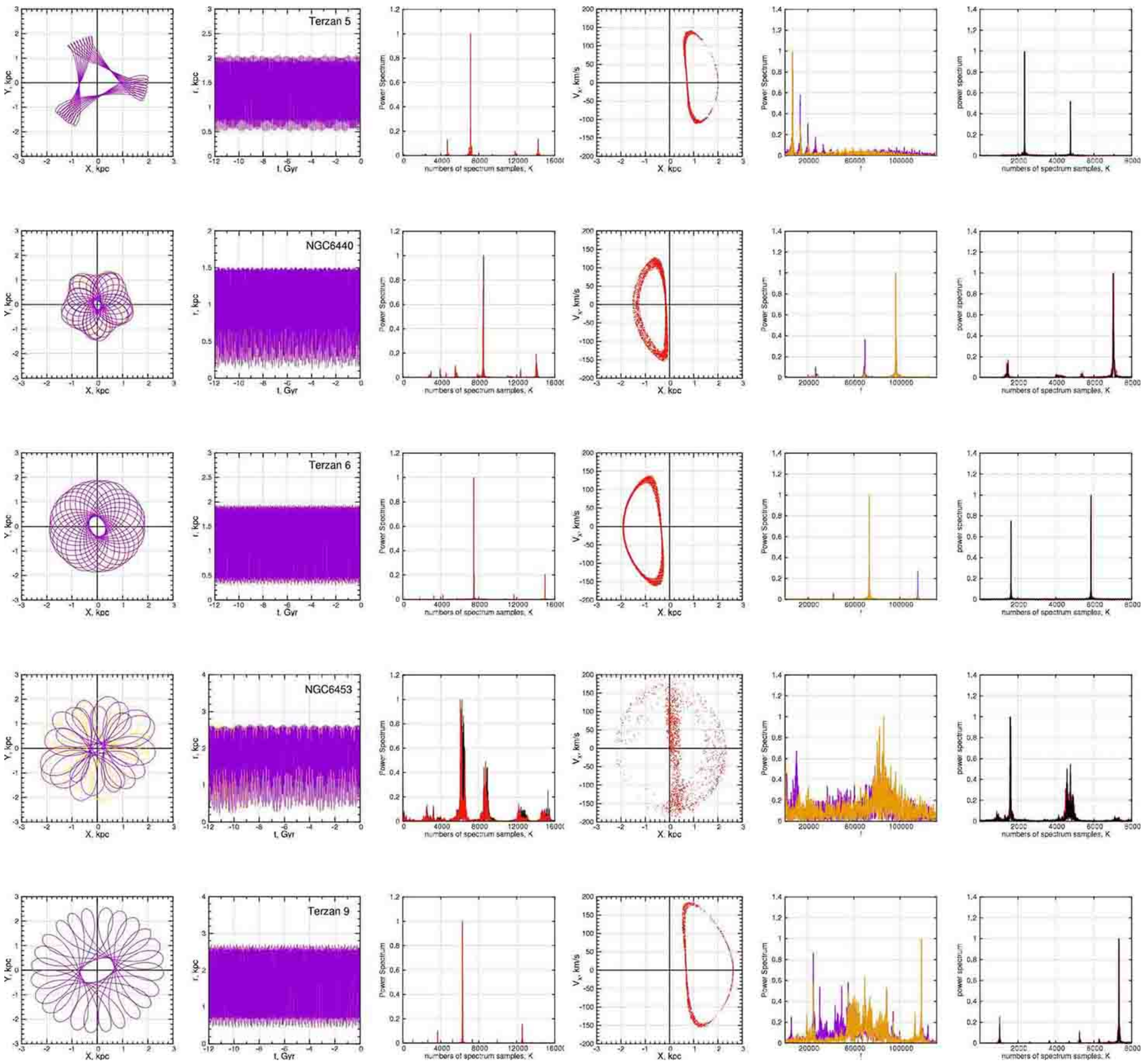


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22



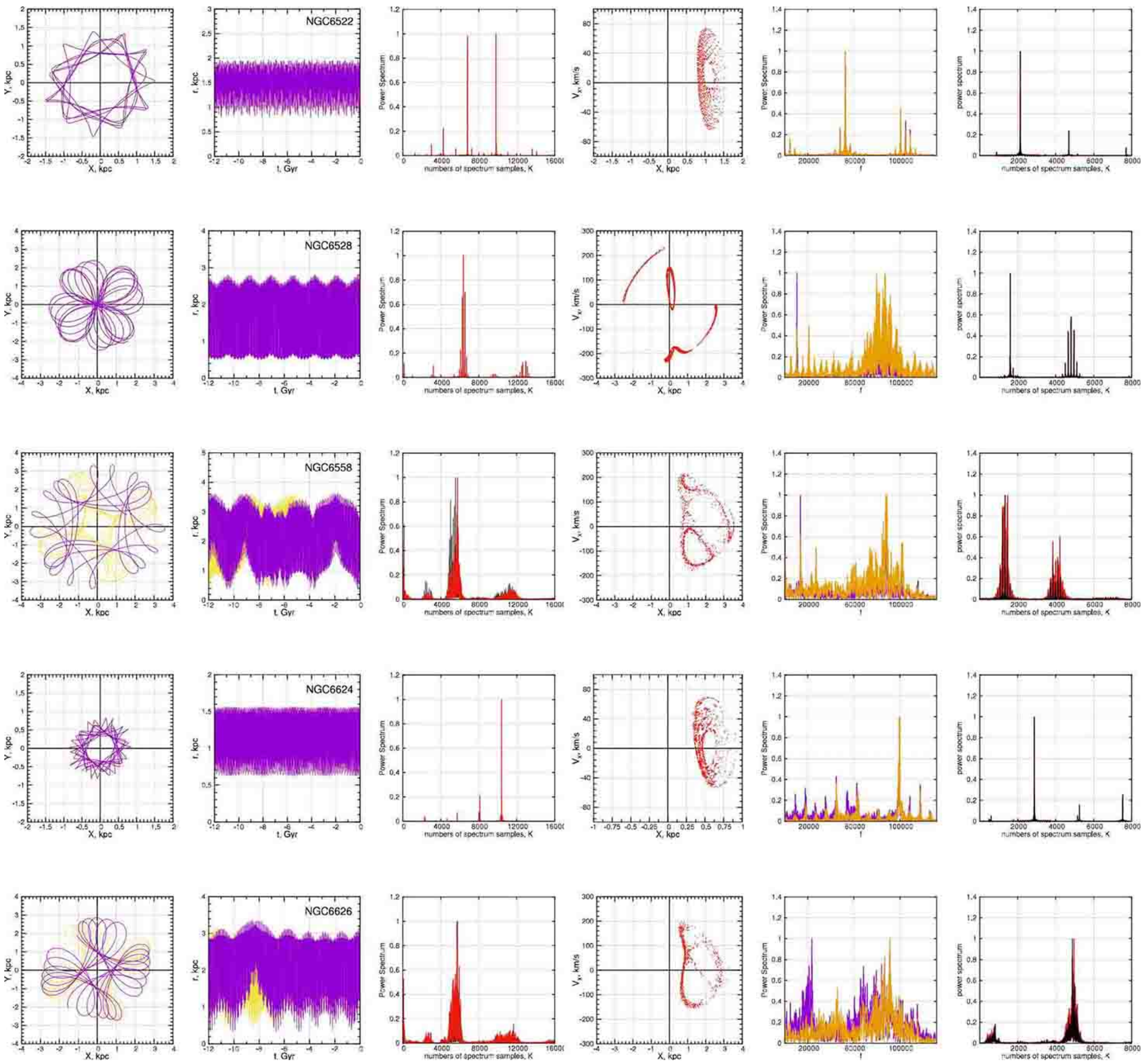


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


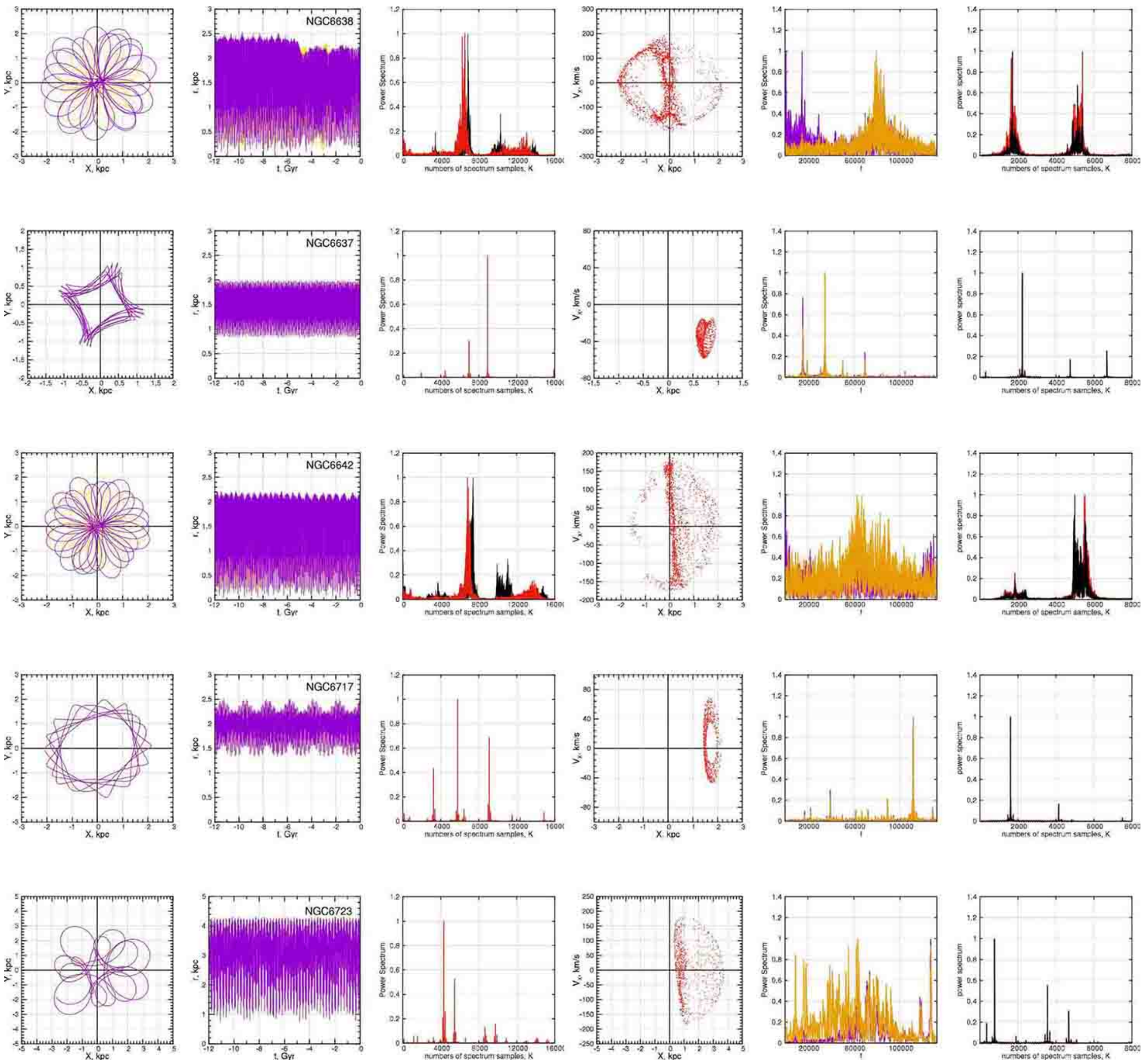


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


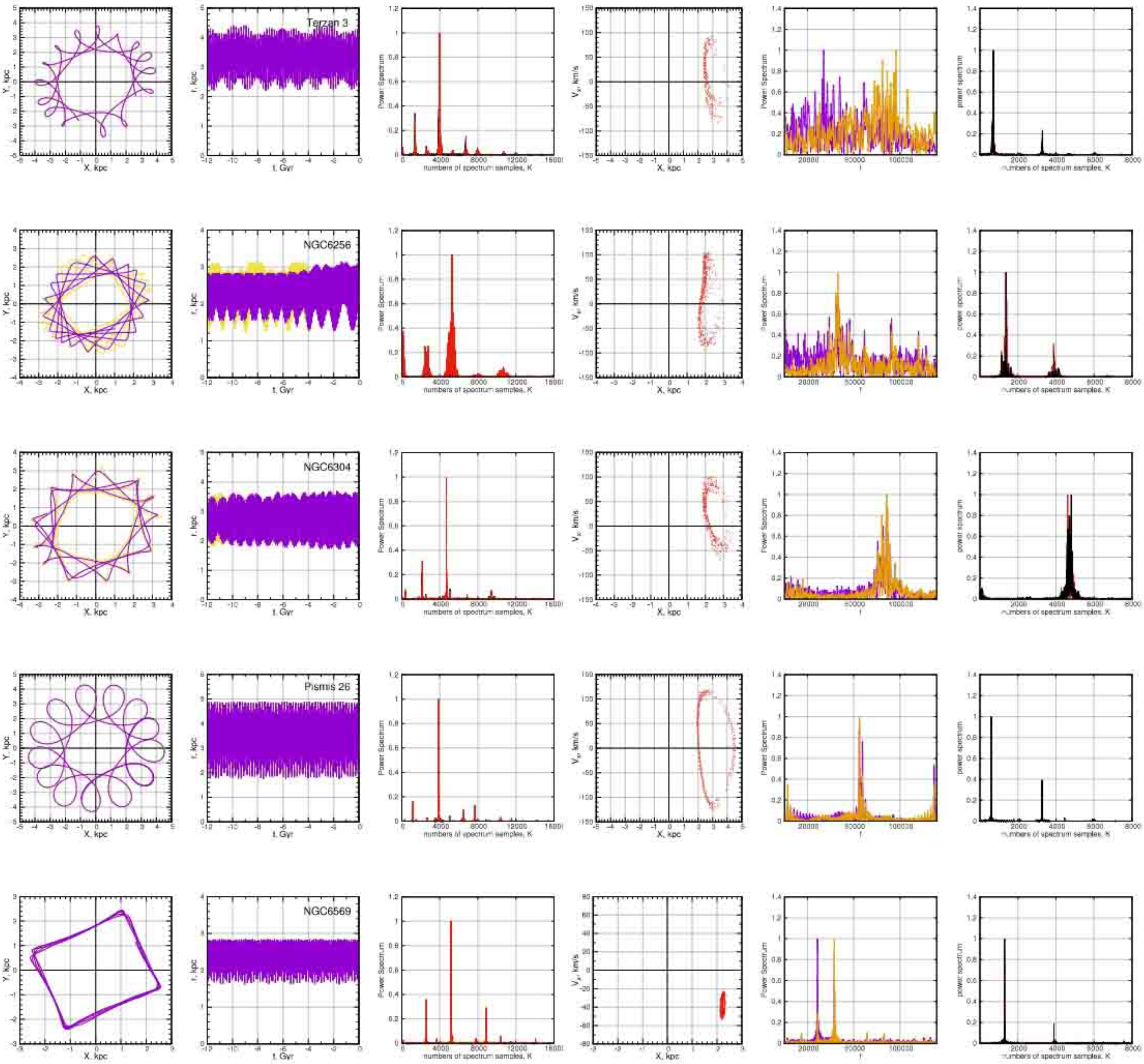


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


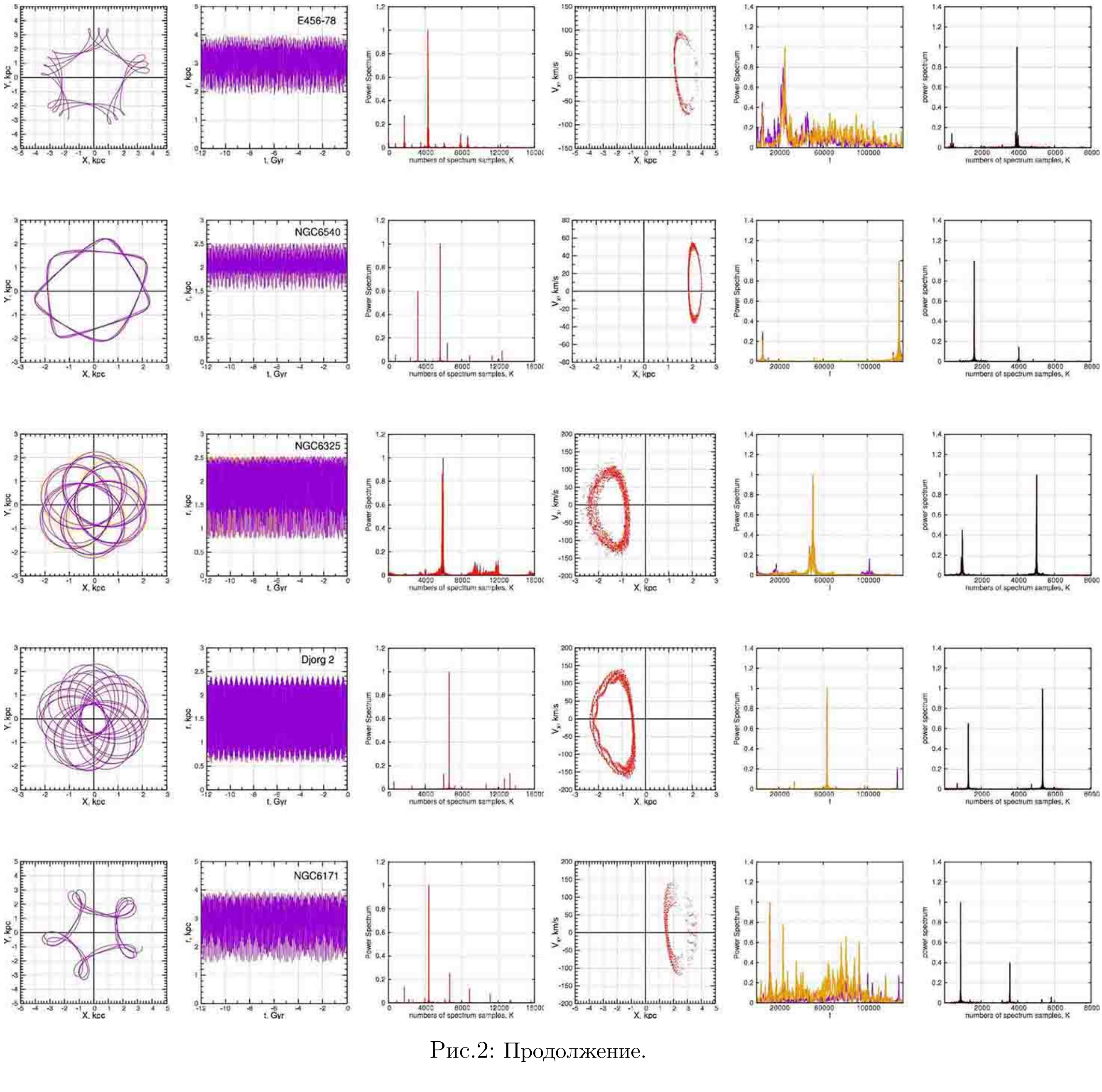


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


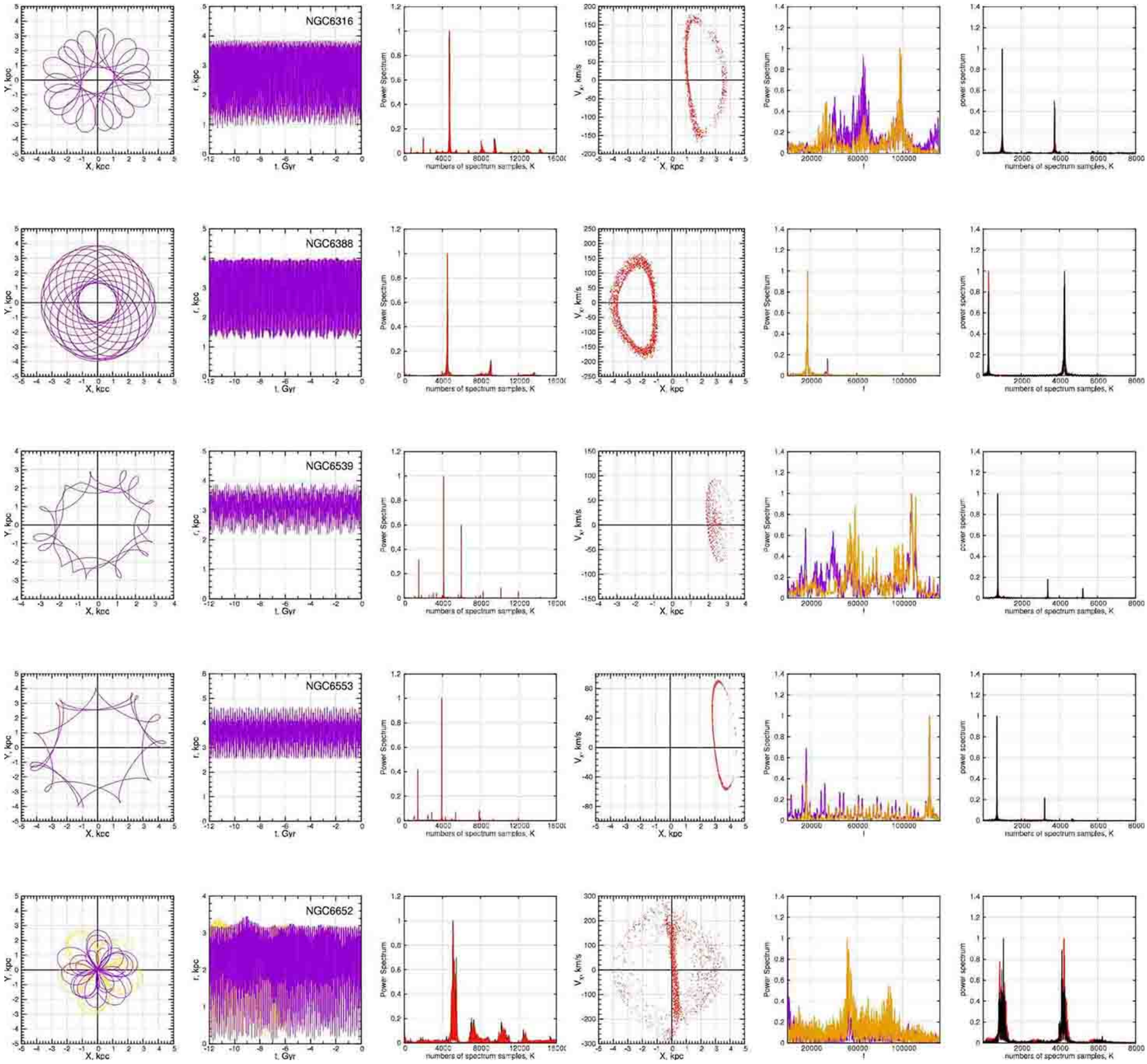


Рис.2: Продолжение.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


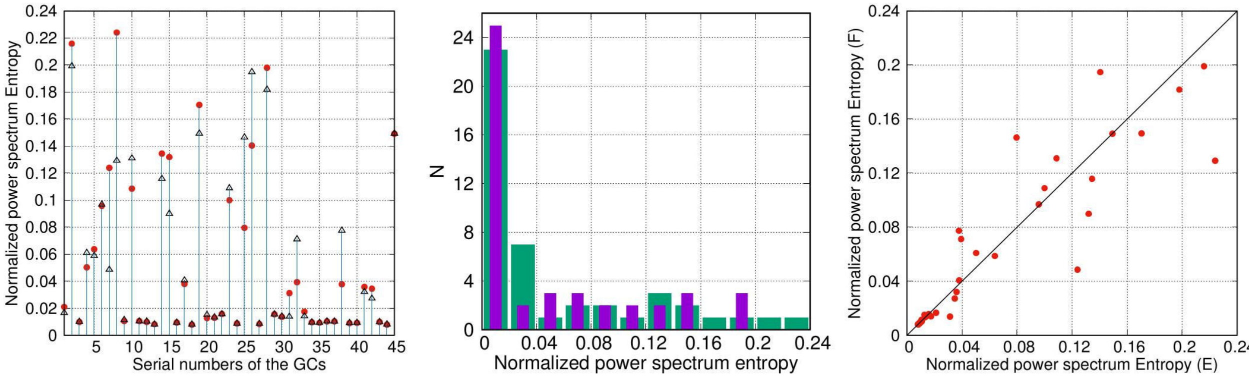


Рис. 3: (**a**) Значения энтропии нормализованных спектров мощности для 45 ШС (порядковый номер по оси абсцисс) для опорных (красные точки) и теневых (черные треугольники) орбит; (**b**) гистограммы для энтропии нормализованных спектров мощности опорных (зеленый цвет) и теневых (фиолетовый цвет) орбит 45 ШС; (**c**) диаграмма сравнения значений энтропии нормализованных спектров мощности опорных (E) (ось абсцисс) и теневых (F) (ось ординат) орбит.

## 5 Заключение

Основным результатом данной работы является то, что предложен новый простой способ определения характера орбитального движения (хаотического или регулярного) шаровых скоплений в центральной области Галактики радиусом 3.5 кпк, подверженных наибольшему воздействию бара.

Метод основан на вычислении спектра мощности орбиты как функции времени и вычислении энтропии спектра мощности как меры хаотичности орбит. Выборка включает 45 шаровых скоплений. Для формирования 6D фазового пространства, требуемого для интегрирования орбит, использованы самые точные на сегодняшний день астрометрические данные со спутника Gaia [9] (Vasiliev, Baumgardt, 2021), а также новые уточненные средние расстояния [10] (Baumgardt, Vasiliev, 2021).

Получены орбиты шаровых скоплений в неосесимметричном потенциале с баром в виде трехосного эллипсоида, встроенного в осесимметричный потенциал, традиционно используемый нами для построения орбит шаровых скоплений. В статье дается краткое описание потенциала, параметров осесимметричной части и параметров бара. Приняты следующие, наиболее реалистичные параметры бара: масса $10^{10}M_\odot$, длина большой полуоси 5 кпк, угол поворота оси бара $25^o$, угловая скорость вращения 40 км/с/кпк.

Определен список из 23 шаровых скоплений с регулярной динамикой (NGC6266, Terzan4, Liller1, NGC6380, Terzan1, Terzan5, Terzan6, Terzan9, NGC6522, NGC6528, NGC6624, NGC6637, NGC6717, NGC6723, NGC6304, Pismi26, NGC6569, E456-78, NGC6540, Djorg2, NGC6171, NGC6539, NGC6553) и список из 22 шаровых скоплений с хаотической динамикой (NGC6144, E452-11, NGC6273, NGC6293, NGC6342, NGC6355, Terzan2, BH229, NGC6401, Pal6, NGC6440, NGC6453, NGC6558, NGC6626, NGC6638, NGC6642, Terzan3, NGC6256, NGC6325, NGC6316, NGC6388, NGC6652).

Дается сравнение результатов классификации ШС, полученного предложенным методом, с результатами, полученными ранее в работе [7] частотным методом, методом сечений Пуанкаре, а также с методом визуального анализа орбит в проекции на галактическую плоскость. Корреляция результатов нового метода с перечисленными использованными ранее составила 82.5%.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


## Список литературы

Bajkova, A. T. и V. V. Bobylev (2022). A new catalog of orbits of 152 globular clusters from Gaia EDR3. *Publications of the Pulkovo Observatory* 227, с. 1—26.

Bajkova, A. T., A. A. Smirnov и V. V. Bobylev (2023a). Globular clusters in the central region of the Milky way galaxy. I. Bar influence on the orbit parameters according to Gaia EDR3. *Publications of the Pulkovo Observatory* 228, с. 1—31.

— (2023b). Globular clusters in the central region of the Milky Way galaxy. II. Frequency analysis of orbits built from Gaia ED3 data. *Publications of the Pulkovo Observatory* 229, с. 1—12.

Smirnov, A. A., A. T. Bajkova и V. V. Bobylev (2023). Globular clusters captured by the Milky Way's bar. *Publications of the Pulkovo Observatory* 228, с. 157—165.

Bajkova, A. T., A. A. Smirnov и V. V. Bobylev (2023c). The Influence of the Bar on the Dynamics of Globular Clusters in the Central Region of the Milky Way. Frequency Analysis of Orbits According to Gaia EDR3 Data. *Astrophysical Bulletin* 78.4, с. 499—513.

Smirnov, Anton A., Anisa T. Bajkova и Vadim V. Bobylev (2024). Globular clusters and bar: captured or not captured? MNRAS 528.2, с. 1422—1437.

Bajkova, A. T., A. A. Smirnov и V. V. Bobylev (2024a). Analysis of regularity/chaoticity of the Globular ckusters dynamics in the central region of the Milky Way. *Publications of the Pulkovo Observatory* 233, с. 1—28.

— (2024b). The influence of the bar on the chaotic dynamics of globular clusters in the central region of the Galaxy. *Publications of the Pulkovo Observatory* 235, с. 1—15.

Vasiliev, Eugene и Holger Baumgardt (2021). Gaia EDR3 view on galactic globular clusters. MNRAS 505.4, с. 5978—6002.

Baumgardt, H. и E. Vasiliev (2021). Accurate distances to Galactic globular clusters through a combination of Gaia EDR3, HST, and literature data. MNRAS 505.4, с. 5957—5977.

Palous, J., B. Jungwiert и J. Kopecky (1993). Formation of rings in weak bars : inelastic collisions and star formation. A&A 274, с. 189—202.

Sanders, Jason L., Leigh Smith, N. Wyn Evans и Philip Lucas (2019). Transverse kinematics of the Galactic bar-bulge from VVV and Gaia. MNRAS 487.4, с. 5188—5208.

Machado, R. E. G. и T. Manos (2016). Chaotic motion and the evolution of morphological components in a time-dependent model of a barred galaxy within a dark matter halo. MNRAS 458.4, с. 3578—3591.

Miyamoto, M. и R. Nagai (1975). Three-dimensional models for the distribution of mass in galaxies. PASJ 27, с. 533—543.

Navarro, Julio F., Carlos S. Frenk и Simon D. M. White (1997). A Universal Density Profile from Hierarchical Clustering. ApJ 490.2, с. 493—508.

Bajkova, A. T. и V. V. Bobylev (2016). Rotation curve and mass distribution in the Galaxy from the velocities of objects at distances up to 200 kpc. *Astronomy Letters* 42.9, с. 567—582.

Bhattacharjee, Pijushpani, Soumini Chaudhury и Susmita Kundu (2014). Rotation Curve of the Milky Way out to ~200 kpc. ApJ 785.1, с. 63.

Bajkova, Anisa и Vadim Bobylev (2017). Parameters of Six Selected Galactic Potential Models. *Open Astronomy* 26.1, с. 72—79.

Schönrich, Ralph, James Binney и Walter Dehnen (2010). Local kinematics and the local standard of rest. MNRAS 403.4, с. 1829—1833.

Bobylev, Nikolai и Ray Sterling (2016). Urban underground space: A growing imperative. Perspectives and current research in planning and design for underground space use. *Tunnelling and Underground Space Technology incorporating Trenchless Technology Research* 55, с. 1—4.

Massari, D., H. H. Koppelman и A. Helmi (2019). Origin of the system of globular clusters in the Milky Way. A&A 630, с. L4.

Bajkova, A. T., G. Carraro, V. I. Korchagin, N. O. Budanova и V. V. Bobylev (2020). Milky Way Subsystems from Globular Cluster Kinematics Using Gaia DR2 and HST Data. ApJ 895.1, с. 69.

Morbidelli, Alessandro (2002). *Modern celestial mechanics : aspects of solar system dynamics.*

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22


Nieuwmunster, N. и др. (2024). Orbital analysis of stars in the nuclear stellar disc of the Milky Way. A&A 685, A93.

Valluri, Monica, Victor P. Debattista, Thomas Quinn и Ben Moore (2010). The orbital evolution induced by baryonic condensation in triaxial haloes. MNRAS 403.1, с. 525—544.

Чумак, Олег (2011). *Энтропии и фракталы в анализе данных*, с. 162.

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22

Publications of the Pulkovo Observatory, 236

# New Method for Analyzing Orbital Dynamics of Globular Clusters in the Central Region of the Milky Way

A.T. Bajkova[1], A.A. Smirnov[1], V.V. Bobylev[1]

[1] The Central Astronomical Observatory of the RAS at Pulkovo

Received 1 March 2025 / Accepted 1 April 2025

**Abstract**

A new method for determining the nature of the orbital motion (chaotic or regular) of globular clusters in the central region of the Galaxy with a radius of 3.5 kpc, which are most affected by the bar, is proposed. The method is based on calculating the orbit power spectrum and calculating the entropy of the power spectrum as a measure of orbital chaos. The sample includes 45 globular clusters. To form the 6D- phase space required for integrating the orbits, the most accurate astrometric data to date from the Gaia satellite (Vasiliev, Baumgardt, 2021) were used, as well as new refined average distances (Baumgardt, Vasiliev, 2021). Orbits of globular clusters are obtained in an axisymmetric potential with a bar in the form of a triaxial ellipsoid embedded in an axisymmetric potential, traditionally used by us to construct orbits of globular clusters, described in detail by us in the paper by Bajkova et al., Publications of the Pulkovo Observatory, 2023, Issue 228, 1. The following, most realistic, bar parameters are adopted: mass $10^{10} M_{\odot}$, length of the major semi-axis 5 kpc, angle of rotation of the bar axis $25^o$, angular velocity of rotation 40 km $s^{-1}$ $kpc^{-1}$. A list of 23 globular clusters with regular dynamics and 22 globular clusters with chaotic dynamics is determined. A high correlation of the proposed method with other methods previously considered by us in the work of Bajkova et al., Publications of the Pulkovo Observatory, 2024, Issue 233, 1 is demonstrated.

**key words:** Galaxy, bar, globular clusters, chaotic and regular orbital dynamics

doi:10.31725/0367-7966-2025-236-1-22



Таблица 2: Сравнительная таблица признаков регулярности (R) и хаотичности (C) орбит 45 ШС в центральной области Галактики, полученных различными методами.

| № | Название ШС | Энтропия опорных орбит (E) | Энтропия теневых орбит (F) | Разница энтропий (E) и (F) | Оценка по новому методу (1) | Оценка по дрейфу частот (2) | Визуальная оценка (3) | Оценка по сечениям Пуанкаре (4) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | NGC6144 | 0.02105 | 0.01669 | 0.0044 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 2 | E452-11 | 0.21589 | 0.19913 | 0.0168 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 3 | NGC6266 | 0.00999 | 0.01010 | 0.0001 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 4 | NGC6273 | 0.05026 | 0.06099 | 0.0098 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 5 | NGC6293 | 0.06379 | 0.05878 | 0.0050 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 6 | NGC6342 | 0.09576 | 0.09686 | 0.0011 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 7 | NGC6355 | 0.12393 | 0.04857 | 0.0753 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 8 | Terzan2 | 0.22402 | 0.12929 | 0.0947 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 9 | Terzan4 | 0.01055 | 0.01143 | 0.0008 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 10 | BH229 | 0.10859 | 0.13097 | 0.0223 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 11 | Liller1 | 0.01067 | 0.01040 | 0.0002 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 12 | NGC6380 | 0.01000 | 0.01030 | 0.0003 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 13 | Terzan1 | 0.00825 | 0.00817 | 0.0001 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 14 | NGC6401 | 0.13450 | 0.11585 | 0.0186 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 15 | Pal6 | 0.13197 | 0.09002 | 0.0419 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 16 | Terzan5 | 0.00941 | 0.00944 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 17 | NGC6440 | 0.03802 | 0.04076 | 0.0027 | (C) | (C) | (C) | (R) |
| 18 | Terzan6 | 0.00790 | 0.00812 | 0.0002 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 19 | NGC6453 | 0.17049 | 0.14939 | 0.0211 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 20 | Terzan9 | 0.01273 | 0.01526 | 0.0025 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 21 | NGC6522 | 0.01307 | 0.01339 | 0.0003 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 22 | NGC6528 | 0.01594 | 0.01571 | 0.0002 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 23 | NGC6558 | 0.09995 | 0.10890 | 0.0089 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 24 | NGC6624 | 0.00880 | 0.00883 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 25 | NGC6626 | 0.07958 | 0.14641 | 0.0668 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 26 | NGC6638 | 0.14043 | 0.19477 | 0.0543 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 27 | NGC6637 | 0.00847 | 0.00866 | 0.0002 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 28 | NGC6642 | 0.19795 | 0.18179 | 0.0161 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 29 | NGC6717 | 0.01561 | 0.01555 | 0.0001 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 30 | NGC6723 | 0.01373 | 0.01397 | 0.0002 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 31 | Terzan3 | 0.03129 | 0.01390 | 0.0173 | (C) | (R) | (R) | (R) |
| 32 | NGC6256 | 0.03929 | 0.07113 | 0.0318 | (C) | (C) | (C) | (C) |
| 33 | NGC6304 | 0.01749 | 0.01415 | 0.0033 | (R) | (C) | (C) | (C) |
| 34 | Pismi26 | 0.00966 | 0.00963 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 35 | NGC6569 | 0.00936 | 0.00931 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 36 | E456-78 | 0.01041 | 0.01038 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 37 | NGC6540 | 0.01034 | 0.01028 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 38 | NGC6325 | 0.03775 | 0.07746 | 0.0397 | (C) | (R) | (C) | (C) |
| 39 | Djorg2 | 0.00913 | 0.00914 | 0,0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 40 | NGC6171 | 0.00922 | 0.00928 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 41 | NGC6316 | 0.03595 | 0.03216 | 0.0037 | (C) | (R) | (R) | (R) |
| 42 | NGC6388 | 0.03460 | 0.02729 | 0.0073 | (C) | (C) | (R) | (C) |
| 43 | NGC6539 | 0.00991 | 0.00984 | 0.0001 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 44 | NGC6553 | 0.00805 | 0.00808 | 0.0000 | (R) | (R) | (R) | (R) |
| 45 | NGC6652 | 0.14926 | 0.14930 | 0.0000 | (C) | (C) | (C) | (C) |